e-mail: fchaves@dmat.ufpe.br

CÁLCULO 2: LISTA 2
PERÍODO: 2016.2 (TURMAS F2 E F4)

PROF. FELIPE W. CHAVES-SILVA

Derivadas Parciais

Exercício 1. Determine as derivadas parciais de primeira ordem da função.

a) $f(x,y) = 3x - 2y^4$

b) $f(x,y) = \frac{x-y}{x+y}$

c) $f(r,s) = rln(r^2 + s^2)$

d) $w = sen\alpha cos\beta$

e) $w = ln(x + 2y + 3z)$

f) $z = xyln(xy)$

g) $f(x,y) = x^5 + 3x^3y^2 + 3xy^4$

h) $u = e^{y/z}$

i) $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y}$

j) $f(x,y) = cos(x^2y) + y^3$

l) $f(x,y,z) = xy^2z^3 + 3yz$

j) $w = cos(x^2y + z) + ln(xy + \frac{1}{z})$

Exercício 2. Suponha que um de seus colegas calculou as derivadas parciais de uma dada função e encontrou que $f_x(x,y) = 2x + 3y$ e $f_y(x,y) = 4x + 6y$. Você acredita que ele está correto? Sim ou não? Se não, que resposta você teria aceitado para f_y?

Exercício 3. Determine as derivadas parciais indicadas.

a) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$; $f_x(3,4) =?$

b) $f(x,y) = sen(2x + 3y)$; $f_y(-6,4) =?$

c) $f(x,y,z) = \frac{y}{x+z}$; $f_z(3,2,1) =?$

d) $f(u,v,w) = wtg(uv)$; $f_w(2,0,3) =?$

e) $f(x,y) = e^{-x}sen(x + 2y)$; $f_x(0,\pi/4) =?$

Exercício 4. Se $f(x,y,z,w) = wxy + x^2tgz$. Encontre $f_x(-2,3,\pi/4,1)$, $f_y(-2,3,\pi/4,1)$, $f_z(-2,3,\pi/4,1)$ e $f_w(-2,3,\pi/4,1)$.

Exercício 5. Seja $g(x,y) = e^{1-6x}sen(4x+2y)$. Então $\frac{\partial g}{\partial x}(0,\pi/6) = (a - b\sqrt{b})e$, onde $a =?$ e $b =?$.

Exercício 6. Seja $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 4x - 4y + 6$. A equação do plano tangente à superfície $z = f(x, y)$ no ponto $(1 - 1)$ é $z = ax + by + c$. Encontre a, b e c.

Exercício 7. Determine as derivadas parciais de segunda ordem.

a) $f(x, y) = x^4 - 3x^2y^3$ b) $f(x, y) = ln(3x + 5y)$

c) $z = \frac{x}{x+y}$ d) $z = ytg(2x)$

e) $u = e^{-s}sent$ f) $v = \sqrt{x^2 + y^2}$

g) $u = xe^y - ye^x$ h) $f(x, y) = x^2(1 + y^2)$

Exercício 8. Encontre f_{xxy} e f_{yyy} para a função $f(x, y) = 3xy^4 + x^3y^3$.

Exercício 9. Determine a equação do plano tangente à superfície no ponto indicado.

a) $z = 4x^2 - y^2 + 2y$; $(-1, 2, 4))$ b) $z = yln(x)$; $(1, 4, 0)$

c) $z = ycos(x - y)$; $(2, 2, 2)$ d) $z = e^{x^2-y^2}(1, -1, 1)$

Exercício 10. Determine a aproximação linear da função $f(x, y) = \sqrt{20 - x^2 - 7y^2}$ em $(2, 1)$ e use-a para aproximar $f(1,95; 1,08)$.

Exercício 11. Explique por que a função é diferenciável no ponto dado. Então faça a linearização $L(x, y)$ no ponto.

a) $f(x, y) = x + y^2$; $(2, 4)$ b) $f(x, y) = sen(2x + 3y)$; $(-3, 2)$

c) $f(x, y) = e^x cos(xy)$; $(0, 0)$ d) $f(x, y) = \frac{x}{y}$; $(6, 3)$

Exercício 12. Se $z = 5x^2 + y^2 + xy$ e (x, y) varia de $(1, 2)$ a $(1,05; 2,1)$, compare Δz e dz.

Exercício 13. Determine o diferencial da função.

a) $z = x^3ln(y^2)$ b) $u = e^t sen\theta$

c) $z = e^x cos(xy)$; $(0, 0)$ d) $f(x, y) = ln(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$

Exercício 14. As dimensões de uma caixa fechada retangular foram medidas como $80cm$, $60cm$ e $50cm$, respectivamente, com erro máximo de $0,2cm$ em cada dimensão. Utilize diferenciais para estimar o erro máximo no cálculo da área da superfície da caixa.

Exercício 15. Estime a mudança percentual no período $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ de um pendulo simples se o comprimento L do pendulo aumenta 2% e a aceleração da gravidade g decresce $0,6\%$.

Exercício 16. Encontre um valor aproximado para $f(x,y) = \sqrt{2x^2 + e^{2y}}$ no ponto $(2,2;-0,2)$.

Exercício 17. Use a regra da cadeia para determinar dz/dt e dw/dt.

a) $z = x^2y + y^2;\ x = 2 + t^4,\ y = 1 - t^3$

b) $z = senxseny;\ x = \pi t,\ y = \sqrt{t}$

c) $z = \sqrt{x^2 + y^2};\ x = e^{2t},\ y = e^{-2t}$

d) $z = xln(x+2y);\ x = sent,\ y = cost$

e) $w = xe^{y/z};\ x = t^2,\ y = 1 - t,\ z = 1 + 2t$

f) $w = xy + yz^2;\ x = e^t,\ y = e^t sent, z = e^t cost$

Exercício 18. Use a regra da cadeia para determinar $\frac{\partial z}{\partial s}$ e $\frac{\partial z}{\partial t}$.

a) $z = x^2y + xy + y^2;\ x = s + t,\ y = st$

b) $z = x/y;\ x = se^t,\ y = 1 + se^{-t}$

c) $z = e^{xy}tgy;\ x = s + 2t,\ y = s/t$

d) $z = sen\alpha tg\beta;\ \alpha = 3s + t,\ \beta = s - t$

Exercício 19. Utilize a regra da cadeia para determinar as derivadas parciais indicadas.

a) $z = x^2 + xy^3;\ x = uv^2 + w^3,\ y = u + ve^w$. Determine $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$ e $\frac{\partial z}{\partial v}$ quando $u = 2$, $v = 1$ e $w = 0$.

b) $R = ln(u^2 + v^2 + w^2)$ $u = x + 2y,\ v = 2x - y$ e $w = 2xy$. Determine $\frac{\partial R}{\partial x}$ e $\frac{\partial R}{\partial y}$ quando $u = 2$, $v = 1$ e $w = 0$.

c) $u = x^2 + yz$ $x = prcos\theta,\ y = prsen\theta$ e $z = p + r$. Determine $\frac{\partial u}{\partial p}$, $\frac{\partial u}{\partial r}$ e $\frac{\partial u}{\partial \theta}$ quando $p = 2$, $r = 3$ e $\theta = 0$.

Exercício 20. Determine dy/dx.

a) $\sqrt{xy} = 1 + x^2 y$ b) $y^5 + x^2 y^3 = 1 + y e^{x^2}$

c) $cos(x - y) = x e^y$ d) $sex + cosy = senxcosy$

Exercício 20. Determine $\frac{\partial z}{\partial x}$ e $\frac{\partial z}{\partial y}$.

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ b) $xyz = cos(x + y + z)$

c) $x - z = arctg(yz)$ d) $yz = ln(x + z)$