

# OS OITO AGRUPAMENTOS E O GRUPO INRC DE QUATRO TRANSFORMAÇÕES

50 Anos dos Modelos Piagetianos do Conhecimento

*Zélia Maria Dantas de Oliveira\**

## **Descritores**

Modelo formal; lógica operatória; teoria piagetiana.

---

## **Resumo**

Por ocasião dos 50 anos da obra de Jean Piaget intitulada “*Traité de logique. Essai de logistique opératoire*”, a qual gerou imensa polêmica entre os lógicos e teóricos da psicologia, este artigo pretende comentar o valor dela e alguns aspectos da controvérsia sobre a formalização dos modelos como uma homenagem ao grande esforço teórico de Jean Piaget e sua contribuição decisiva para o avanço da psicologia da inteligência ou das ciências cognitivas em geral.

---

---

\* Zélia Maria Dantas de Oliveira é professora do Departamento de Filosofia da UFPE.

[...] “a psicologia [científica] estuda a maneira pela qual se constitui o equilíbrio de fato das ações e das operações, enquanto que o lógico analisa o mesmo equilíbrio sob sua forma ideal, isto é, tal como seria se fosse realizado integralmente e tal como ele se impõe normativamente ao espírito”.

(J. Piaget, 1967, p.24, tradução nossa)

Há 50 anos atrás aparecia em língua francesa a obra de Jean Piaget intitulada “*Traité de logique. Essai de logistique opératoire*”. Até então seu autor era conhecido entre os francófonos como um investigador do desenvolvimento humano, principalmente por suas teorizações originais sobre a inteligência da criança. O que causou espanto foi sua audácia de incursar em seara alheia escrevendo uma obra com o título – *Traité de logique*, embora o subtítulo – *Essai de logistique opératoire*, pudesse indicar os limites da intenção do seu autor: apresentar uma *lógica operatória* como modelos explicativos do funcionamento de uma *lógica psicológica*.

Longe de saudosismo ou anacronismo, neste artigo pretende-se mostrar a importância teórica da concepção dos modelos piagetianos – *Os 8 agrupamentos e o grupo INRC de 4 transformações* –, para a psicologia da inteligência cuja evidência está na imensa controvérsia gerada em torno deles, criticados e avaliados em seus dois aspectos fundamentais: sua formalização e o contraste empírico. Nos 50 anos do seu aparecimento seria uma justa homenagem reafirmar o valor que eles tiveram para as várias áreas do conhecimento: a biologia, a psicologia, as teorias cognitivas, lógica e para a epistemologia.

Antes de discorrer sobre o tema trataremos de algumas questões prévias.

## 1. Questões Prévias: Modelos e Teorias

Entre os epistemólogos ‘modelo’ é um termo polissêmico. A noção mais usual entre eles (K. Madsen, 1972; Kaplan, 1975; Bunge, 1974, entre outros) é a de ser uma representação menos abstrata do fenômeno que se quer representar podendo se dar, abstratamente, através de um conjunto de símbolos lógicos ou matemáticos ou de maneira concreta, tridimensional. Entre aquilo que se está representando e o modelo existe um *iso morfismo*, ou uma analogia de natureza estrutural que os tornam semelhantes entre si quanto à forma e não quanto ao conteúdo. Por outro lado, G. Granger aponta a característica comum entre as várias acepções daquele termo: a de ser

[...] “uma representação entre dois sistemas entre os quais um é mais abstrato que o outro”.

(1994a: 245, tradução nossa)

Para ele, entre ciências não formais o modelo é mais abstrato que o fenômeno que representa; enquanto que para a matemática ou a lógica, seus modelos são menos abstratos pois são a interpretação de estruturas muito gerais e abstratas. Por isso não se pode atribuir à “realidade” as propriedades qualitativas dos componentes do modelo da qual ele é apenas uma metáfora. Caso contrário, retificasse o modelo. Como os modelos são parte de uma teoria, mas se separam estruturalmente dela, eles podem conter incorreções serem corrigidos, se possível, ou abandonados sem acarretar a morte da teoria. Sua importância está em poder estabelecer a precisão dos conceitos e as operações que podem ser efetuadas no sistema teórico, bem como gerar hipóteses novas e permitir constantes revisões e contraste empírico da teoria. Uma mesma teoria pode apresentar modelos competitivos e através de uma avaliação epistemológica pode-se decidir qual o modelo que melhor explica o fenômeno em causa.

## 2. A Teoria Piagetiana da Inteligência Operatória e seus Modelos – Os Oito Agrupamentos e Os Modelos do Grupo INRC de Quatro Transformações

O próprio Piaget afirmou algumas vezes que sua questão fundamental era explicar cientificamente como o indivíduo chega a construir o conhecimento lógico matemático. Sendo um biólogo de formação, seu interesse era descer até à ontogênese do conhecimento. Acreditava ele que as hipóteses epistemológicas sobre o número, espaço, tempo etc., poderiam ser cientificamente controladas e verificadas experimentalmente, com o apoio de teorias psicológicas. Por outro lado, na tradição filosófica as teorias que se sucederam, sobre aquelas questões, se apoiaram em noções psicológicas apenas intuitivas. Isso levou Piaget a despender grande parte de sua vida à construção de uma psicologia científica – Psicologia Genética<sup>1</sup>. Quando ele voltou a se dedicar a sua questão primordial (na década de 50) inaugurou um novo campo de investigações, o da *Epistemologia Genética*<sup>2</sup>.

Para ele, uma epistemologia genética trataria de

*“explicar como o pensamento real do homem pode produzir a ciência enquanto sistema coerente de conhecimentos objetivos”*

(Beth & Piaget, in EEG XIV, 1961: 325, tradução nossa)

enquanto que, a Psicologia Genética estudaria o sujeito descentrado, produtor do conhecimento, que não se funda na experiência individual mas naquilo que é possível extrair dela como universal e necessária – a experiência lógico-matemática. Por

sua vez, caberia como objeto da psicologia geral o sujeito *egocêntrico* centrado em si mesmo,

*“que não é a origem de nenhuma “estrutura de conhecimento” preso a sua experiência particular, preconceitos, gostos e desgostos e está preocupado com as características particulares das ações, por exemplo se foi fácil ou difícil de ser executada.”*

(Beth & Piaget: 1961: 329; aspas acrescentadas, tradução nossa)

Piaget preocupou-se primordialmente

*“como o sujeito [epistêmico] se impõe a si mesmo uma regra lógica; quais os laços entre o simbolismo lógico ou matemático e as atividades do sujeito pensante? Até onde é necessário remontar para alcançar o conjunto das atividades mentais que condicionam sua formação e seu emprego?”*

(Piaget, 1957 p 13-18)

Se os sujeitos executam em pensamento uma série de operações lógicas enquanto raciocinam o que seriam essas operações e como *explicar* seu surgimento?

Note-se que as teorias psicológicas sobre os processos mentais estão interessadas em *descrever* os processos internos de um sujeito concreto individual quando está raciocinando e como ele utiliza as regras dedutivas de um dado sistema lógico. Na perspectiva psicológico genética, essas operações lógicas executadas pelo pensamento, são *“ações reais interiorizáveis, reversíveis, constituindo-se em todos organizados, passíveis de serem representadas por estruturas de conjunto”*. (Ibid, p 18)

<sup>1</sup> Para uma abordagem histórica sobre o nascimento da psicologia genética veja-se a obra de J.J Ducret “Jean Piaget savant et philosophe” (1984 vol. II).

<sup>2</sup> Entenda-se por ‘genética’ como os processos embrio-genéticos ou ontogenéticos e não no sentido restrito do termo para a biologia atual - como mecanismos da hereditariedade.

Interiorizáveis, porque podem ser executadas em pensamento; são reversíveis porque podem ser pensadas no seu sentido inverso; encontram-se conectadas pois não existem isoladamente. Essa são as características que as distinguiriam de uma ação qualquer, aquilo que o sujeito faz e que pode ser diretamente observado. Por isso as operações da mente poderiam ser estudadas em um duplo aspecto: enquanto *operações reais* (pela epistemologia e psicologia genéticas) e enquanto *operações virtuais* (pela lógica formalizada).

Na perspectiva epistemológico genética, as operações reais do pensamento difeririam das operações da lógica formal em alguns pontos:

- a) as operações da lógica são efetuadas com plena consciência e autonomia (veja-se como exemplo os profissionais da lógica) e as operações reais – a *psico lógica*, são *formas* do pensamento nem sempre conscientemente utilizadas;
- b) enquanto a lógica é um sistema de puros possíveis, as operações da mente são conexões reais;
- c) o estudo das estruturas operatórias da lógica efetuada pelo lógico não leva em conta o *sujeito*, enquanto que o estudo das estruturas operatórias do ponto de vista genético, há que levar em conta o sujeito, quer pela epistemologia, que estuda a relação entre o sujeito do conhecimento e o objeto, quer pela psicologia, para a qual não existe sujeito do conhecimento sem lógica.

Embora as operações da lógica formal e as operações reais sejam *formas das operações* do pensamento, as operações reais tendem a um equilíbrio estável<sup>3</sup>. E como todo equilíbrio implica em

<sup>3</sup> O equilíbrio é definido como [...] “aquele em que todas as transformações virtuais compatíveis com as relações do sistema se compensam entre si”. (Piaget, 1968: 68). É isto o que acontece do ponto de vista psicológico: as estruturas lógicas correspondem precisamente a este modelo. [...] “Esquemas operatórios não de ser considerados como estruturas atualizadas, que implicam as diversas possibilidades implícitas no todo estruturado, quer dizer, na forma de equilíbrio

transformações virtuais ou possíveis, Piaget achou conveniente construir modelos (os oito agrupamentos e o grupo INRC de quatro transformações) que pudessem explicar como as transformações ocorrem em estruturas de conjunto. Essa *lógica operativa* seria o modelo da teoria da inteligência operativa, enquanto que a *lógica formal* seria a axiomatização das formas de equilíbrio do pensamento.

Como toda teoria, a da inteligência operativa tem um objeto, a inteligência enquanto opera com símbolos, proposições ou hipótese sobre objetos ou relações entre eles, na presença ou ausência de seus referentes. Entre as teorias piagetianas, ela é uma das mais conhecidas principalmente através de um de seus trabalhos de sustentação empírica – “*De la logique de l’enfant à la logique de l’adolescent*” (Inhelder e Piaget, 1954) –, cujos experimentos foram replicados e criticados em várias partes do mundo. Como essa natureza operativa da inteligência só se manifesta em dada fase do desenvolvimento cognitivo, para o conhecedor da obra piagetiana esta teoria e seus modelos correspondem aos períodos do desenvolvimento cognitivo conhecidos como o *período das operações concretas* e o *período das operações formais*. No entanto, entre os psicólogos os períodos cognitivos e seus respectivos estágios são conhecidos apenas como a “*Psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget*”. Aqui daremos outra interpretação que se afasta dessa noção usual entre os psicólogos de língua inglesa<sup>4</sup>. Consideramos que a inteligência

das operações proposicionais.” (op. cit.: 69; itálico sic.) [...] “Cada forma de equilíbrio corresponde a uma estrutura de conjunto e que as próprias estruturas correspondem a esquemas lógicos possíveis com diferentes graus de formalização.” (idem, 1957: 131; tradução nossa).

<sup>4</sup> Um recorte epistemológico da teoria da inteligência operativa e de seus modelos no sistema piagetiano foi feita pela autora deste artigo na sua tese de doutoramento, a qual se fundamenta nos textos piagetianos: “*Genèse des structures logiques élémentaires*” (1946), “*De la logique de l’enfant à la logique de l’adolescent*” (1954), “*Psychologie de L’intelligence*” (1947), e os vários artigos com os quais ele se defendeu do violento ataque contra a teoria e seus

operatória é uma teoria explicativa de como *o sujeito epistêmico* passa de um equilíbrio menos estável do pensamento – o pensamento pré operatório, para o operatório concreto, até atingir a estabilidade completa das operações formais.

Piaget vai mais longe e quer mostrar como as operações efetuadas pelo pensamento real enquanto transformações estão inscritas no quadro das possibilidades lógicas que por sua vez estão inscritas nas possibilidades do funcionamento das *estruturas mentais específicas para o ato do conhecimento lógico*. Por isso seu programa de investigação compreenderia:

- a) construir uma teoria psicológica das operações do pensamento em termos de sua gênese e sua estrutura – a teoria da inteligência operatória;
- b) examinar as operações lógicas, tratando-as como cálculos algébricos e como todos estruturados – a lógica operatória;
- c) comparar os resultados desses dois tipos de investigações – o contraste empírico (Piaget, S/D: 34).

Seu programa mostra as imbricações dessas várias linhas de investigação tornando-se necessário distinguir os vários níveis de teorização pelo quais Piaget transita.

De acordo com esse programa a inteligência operatória e suas operações concretas e operações formais seriam teorias experimentais que subsidiariam algumas das “questões de fato” implícitas na Epistemologia Genética. Pois duas coisas eram fundamentais para ele: 1<sup>a</sup>) demonstrar a correspondência entre os dois sistemas, lógicos e psicológicos; 2<sup>a</sup>) construir modelos que mostrassem esta correspondência. À 1<sup>a</sup> ele satisfaz construindo sua logística operatória; satisfazendo à 2<sup>a</sup>, quando utilizou uma estrutura formal (a lógica algébrica) nos modelos dos oitos

modelos (S/D; 1952; 1953; 1954; 1957; 1967) bem como a réplica de seus colaboradores (Papert, 1963; J.B. Grize, 1964, entre outras) além da obra cinqüentenária em consideração.

agrupamentos e o grupo INRC de quatro transformações. Os modelos representam o funcionamento das estruturas psicológicas do pensamento lógico-matemático demonstrando as possíveis correspondências entre as operações reais do pensamento, (quando atinge a um certo estado de equilíbrio<sup>5</sup> alcançado pela sua própria atividade), e as operações do cálculo lógico algébrico. Para ele, a vantagem dos modelos que expressam a estrutura interna do pensamento era poder mostrar se existe ou não alguma semelhança entre as estruturas formais da lógica e a maneira pela qual o sujeito realiza essas operações em pensamento. Em outras palavras, se há ou não uma *lógica natural* isomorfa à lógica axiomatizada.

Na ótica piagetiana, aqueles modelos deveriam obedecer a dois critérios: validade lógica e aplicação adequada aos achados da psicologia experimental. São estes dois critérios que os críticos julgam não ter sido satisfeitos, gerando a imensa polêmica em torno da teoria da inteligência operatória e dos seus modelos.

Aceitando-se que teorias formais possam ser utilizadas como modelo explicativo de uma teoria não formal, nada mais natural que Piaget tenha tentado construir modelos abstratos (teoria formal) para explicar as operações do pensamento de uma dada fase do desenvolvimento cognitivo humano (teoria não formal). Vejamos o que são os modelos piagetianos.

### 3. Os Modelos Piagetianos - Os Oito Agrupamentos e o Grupo INRC de Quatro Transformações

Retomando a distinção entre as operações reais do pensamento e o estado de equilíbrio dessas operações é possível distinguir entre processo de pensamento, tratados pela psicologia do pensamento, e o estado de equilíbrio do pensamento tratados

<sup>5</sup> Na ótica de Granger (1967), esta teria sido a grande contribuição de Piaget – distinguir as formas de equilíbrio para tratar das formas axiomatizadas pela lógico, daqueles processos de pensamento tratado pelos psicólogos; mas discorda da axiomatização piagetiana dos 8 agrupamentos.

pela psicologia genética e a epistemologia genética. O que os modelos piagetianos estão representando são estruturas muito gerais e abstratas – as operações do pensamento quando em estado de equilíbrio. Se se tratasse dos processos de pensamento os modelos poderiam pertencer a uma teoria experimental. Como eles se referem ao estado de equilíbrio do pensamento, ou eles se identificariam com a própria lógica ou, enquanto modelo, teria alguma analogia estrutural com ela. Citando Piaget,

[a lógica operatória] “é uma teoria algébrica das estruturas em função das quais o pensamento real se impõe (correta ou incorretamente) uma lógica” [...] “a lógica operatória não pretende ser uma lógica, senão um modelo algébrico das operações reais do pensamento.”

(Piaget, 1952: 81; grifo acrescentado, tradução nossa)

Para ele, seus modelos se situam entre uma teoria experimental (a psicologia do pensamento ou da inteligência) e um sistema lógico, predominantemente virtual<sup>6</sup>. Sendo um modelo axiomático de grande generalidade poder-se-ia encontrar outros sistemas, cuja estrutura de funcionamento poderia lhe ser isomorfa, a rede neuronal, por exemplo. Os modelos lógico-algébricos das operações reais do pensamento seriam o *tertium quid* entre a psicologia experimental e a lógica formalizada. Estando entre a lógica axiomática e a psicologia experimental eles poderiam explicar os achados experimentais da psicologia, assim como a

<sup>6</sup> Se algo é um modelo de um sistema então deve ter a mesma estrutura no sentido de que “sempre que uma relação se estabelece entre dois elementos de um dos sistemas, uma relação correspondente se estabelece entre os elementos do outro sistema”. [...] “por definição, propriedades estruturais de um sistema são as que estariam presentes em qualquer outro sistema isomorfo do primeiro” [...] (Kaplan, 1975).

física matemática o faz em relação à física experimental<sup>7</sup>. Como ele próprio confessou, a formalização dos modelos foi feita passo a passo a partir dos achados experimentais, relatados em “*De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*”. (Piaget & Inhelder, 1954)

A seguir ver-se-á o que são os modelos piagetianos.

### 3.1 – As Operações Concretas e Os Modelos dos Quatro Agrupamentos de Classe e Os Quatro Agrupamentos de Seriação

Na ótica da psicologia genética<sup>8</sup>, as operações concretas, – a etapa  $\tau_3$  do desenvolvimento cognitivo –, começam a se manifestar com novas conquistas para o comportamento

<sup>7</sup> Uma ilustração poderá facilitar a compreensão da analogia que Piaget quer estabelecer entre as teorias explicativas da física e seus modelos matemáticos e as teorias explicativas da epistemologia genética e seus modelos lógicos.

Atual (*)	Teoria Descritiva	Teoria Explicativa	Virtual (*)
fenômeno psicológico	psicologia experimental	epistemologia genética	modelo lógico
a) classificar	operações concretas	inteligência operatória	os oito agrupamentos
b) conservação do volume	operações formais	inteligência operatória	o grupo INRC
fenômeno físico	física experimental	física matemática	modelo matemático

(\*) ‘atual’ e ‘virtual’ na acepção de G. G. Granger.

<sup>8</sup> Segundo a Psicologia Genética de J. Piaget, o desenvolvimento cognitivo humano percorre 4 etapas:  $\tau_1$  – do nascimento até mais ou menos ao 2º ano de vida denominada de *Período Sensoriomotor*. A etapa  $\tau_2$  se segue até mais ou menos a idade de 7 anos, denominada de *Período Pré operacional*. A etapa  $\tau_3$  vai até à adolescência e a etapa  $\tau_4$  vai até à idade adulta. Rigidamente não há determinação quanto às idades de cada etapa, podendo ser antecipadas ou retardadas. Invariante é só a sua seqüência.

inteligente: coordenar as ações de combinar, dissociar, ordenar, por em correspondência. São os primeiros sistemas operatórios – a classificação e a seriação –, ultrapassando paulatinamente as intuições articuladas do período precedente (o pré operatório). Por exemplo, operando com os objetos a criança faz as primeiras classificações ou pode colocá-lo em uma ordem crescente ou decrescente. Embora a classificação e seriação sejam estruturas lógicas e matemáticas, no entanto, é algo que se pode constatar no comportamento inteligente de um sujeito. Haveria pois alguma semelhança entre a estrutura da ação de seriar objetos e a estrutura da *transitividade formal*? Para explicar a construção e o funcionamento dessas estruturas operatórias Piaget apresentou os oito agrupamentos – quatro agrupamentos para a seriação e quatro agrupamentos para a classificação, às quais denominou de operações da *lógica da classe e de relações*. Eles recobririam todas as operações concretas: classificações, seriações, matrizes multiplicativas, árvore genealógica e as correspondências. Vejamos alguns aspectos dos *4 agrupamentos de classe*:

### A Classificação Simples

Seja  $A$  incluído em  $B$ ,  $B$  incluído em  $C$  etc. Este agrupamento está definido por 5 operações:

- *Composição*:  $A + A' = B$ ;  $B + B' = C$ ;  
a interseção ou produto seria  $A \times A' = 0$ ;  $B \times B' = 0$ ;
- *Inversão*:  $-A - A' = -B$ ; donde,  $A = B - A'$  e  $A' = B - A$ ;
- *Identidade*:  $A - A = 0$ ;
- *Idêntica especial*:  $A + A = A$ ;  $A + B = B$ ;
- *Associatividade*:  $A + (A + B') = (A + A') = B$ ;  
porém  $A = (A - A) \neq (A + A) - A$ .

### Os Agrupamentos de Seriação – As Relações Assimétricas Transitivas

Estes agrupamentos têm uma estrutura análoga a dos agrupamentos de classe e também se definem pelas 5 operações anteriores.

Os 4 agrupamentos de classes e os 4 agrupamentos de relações, para Piaget expressam todas as operações psicológicas deste nível  $\tau_3$ . Suas características são as que se seguem.

Para os agrupamentos de classe seriam:

- Operar com *classes contíguas* diferindo do grupo matemático porque é um sistema que opera com classes quaisquer.
- Ter como lei de composição a *operação idêntica especial*, não encontrada no grupo matemático, isto é:
  - I) Reunir uma classe a si mesma, seja  $D$  e  $D$ , resultando em  $D$ .
  - II) Reunir uma classe encaixada a uma encaixante: seja  $D$  a classe encaixante, e  $C$  a classe encaixada;  $D$  resultaria da união das duas classes uma vez que  $C$  está contida por encaixamento na classe  $D$ .

Para os agrupamentos de classe e de seriação seriam:

- Ter a associatividade incompleta restringida pela tautologia ou idêntica especial, formando um grupo imperfeito;
- Apresentar uma estrutura de semiretículo na medida em que os produtos entre as classes da mesma qualidade são nulos;
- Apresentarem 2 tipos de reversibilidade – a reversibilidade por inversão, própria dos agrupamentos de classe; a reversibilidade por reciprocidade, própria dos agrupamentos de seriação.

Se bem que a criança desta fase possa classificar e seriar objetos, o pensamento operatório se depara com alguns limites: seus “esquemas” operatórios, não se libertam dos conteúdos sobre o qual agem não generalizando para outras situações, nem coordenando-os entre si em todos estruturados. Na

perspectiva epistemológico genética interessa explicar porque o sujeito, em fases sucessivas apresenta uma mobilidade para mudar, por exemplo, seus critérios de classificação, ou se a linguagem facilita ou não esta construção ou por que o comportamento de classificação e seriação assume esta ou aquela forma e por que o sujeito tende por si mesmo a construir formas cada vez mais isomorfas àquelas lógico matemáticas, como fará no período seguinte.

### 3.2 – As Operações Formais e o Grupo INRC de Quatro Transformações

A etapa  $\tau_4$  se caracteriza pela independência do pensamento, dispensando a real manipulação dos objetos na ação, definindo o período das *operações formais*, como a capacidade de operar com proposições acerca do real ou com hipóteses possíveis, tirando *conclusões necessárias*, por um caminho hipotético dedutivo. Nesse período pode-se experimentalmente verificar o aparecimento de algumas operações análogas às do cálculo lógico das funções verdades, por exemplo, o conjuntivo, disjuntivo, o condicional etc., quando um adolescente testa hipóteses. Ao lado dessas, vêem-se outras estruturas operatórias que parecem não ter conexões entre elas, nem com a lógica das proposições: são os esquemas da proporcionalidade, probabilidade etc. Para explicar e descrever a maneira pela qual o sujeito descobre uma lei física universal ou necessária, ou, em outras palavras, como o sujeito se impõe a si mesmo uma lógica Piaget construiu um grupo de quaternidade – o INRC de quatro transformações – apresentando como estrutura formal uma estrutura geral que coordena as distintas operações lógicas em um sistema único – *a lógica das proposições e a combinatória*. Essas estruturas formais representam uma fusão entre as formas de reversibilidade dos agrupamentos e o grupo de 4

transformações (*Viergruppe* de Klein)<sup>9</sup>. Ao descreverem o funcionamento das estruturas mentais específicas para o conhecimento lógico-matemático, os modelos deixam a nu o isomorfismo entre 2 sistemas: a mente e suas operações e um sistema lógico, o do predicado de 1ª ordem com igualdade.

Essas pretensões piagetianas geraram mal estar entre os filósofos e ou lógicos porque interpretaram a teoria e seus modelos como um novo psicologismo. Entre os psicólogos provocou uma reação oposta identificando-os como logicismo.

Por outro lado, os modelos, enquanto formais sofreram críticas de lógicos, epistemólogos. De forma geral, as críticas à formalização dos modelos piagetianos se dividiram entre aquelas que apontaram as incoerências e ambigüidades em sua formalização (principalmente a dos lógicos C. Parsons, 1950; N. Isaacs, 1950; W. Kneale, 1952; K. Witz, 1970; M. Seltman & P. Seltman, 1985 ou epistemólogos como Granger) e/ou aquelas que discordaram do uso da álgebra da lógica como modelo de interpretação para objetos da psicologia, principalmente os psicólogos (Bruner, 1952; Lunzer, 1976; entre outros). Vejamos a seguir a análise crítica feita pelo lógico C. Parsons, por ser uma das mais contundentes.

### 4. As críticas de C. Parsons à Formalização dos Modelos Piagetianos

Para C. Parsons (1960), os oito agrupamentos satisfazem apenas as relações de equivalência e relações de ordem, deixando de lado as composições, conversão e negação que acontecem na vida diária bem como na ciência. Além de que, tal como Piaget

<sup>9</sup> Para a apresentação formal dos modelos dos 8 agrupamentos e do grupo INRC de 4 transformações e a combinatória, vide as obras: *Traité de Logique* (1959), e sua 2 edição *“Ensaio de lógica operatória”* (1976), *“Logica y Psicología”* (s/d), *“Épistémologie Mathématique et Psychologie”* (W. Beth & Piaget, 1961) e *“La filiation des structures”* (Piaget, EEG, XV, 1963).

apresentou os modelos dos 8 agrupamentos<sup>10</sup> falta uma descrição completa das suas operações para ver melhor como eles funcionam..

Quanto ao modelo das operações formais – a combinatória e o grupo INRC – sendo ele a representação de uma estrutura de conjunto envolvendo o cálculo proposicional, e o cálculo de predicados, falta clareza na utilização dos símbolos lógicos: Piaget usa as letras do cálculo proposicional  $p$ ,  $q$  para significar as funções proposicionais, como por exemplo:  $p$  para designar  $x$  é um vertebrado com guelras e  $q$  para designar  $x$  é um vertebrado com pulmão. Neste caso  $p \vee q$  seria uma disjunção verdadeira pois os vertebrados têm ou guelras ou pulmões ou ambos, mas não é o caso de não terem nem pulmões nem guelras. Com esta notação não *standard* Piaget estabelece uma correspondência entre a fórmula normal completa da disjunção  $pq \vee p \rightarrow q \vee \neg pq$  e a fórmula quantificacional  $PQ \vee P \rightarrow Q \vee \neg PQ$ , pois  $Px$  representa  $x \subset P$  e  $Qx$  representa  $x \subset Q$ . Na ótica de Parsons, é uma anomalia fazer a correspondência entre a fórmula funcional veritativa consistente ( $p \vee q$ ) e a fórmula quantificacional (a qual ele chamará de fórmula de Piaget associada a  $p \vee q$ ) que seria verdadeira se e somente se  $\neg P \rightarrow Q$  for vazia, ou seja:  $(\exists x)(x \subset P . x \subset Q) . (\exists x)(x \subset P . x \not\subset Q) . (\exists x)(x \not\subset P . x \subset Q) . \neg (\exists x)(x \not\subset P . x \not\subset Q)$ .

Do ponto de vista experimental ainda gera equívocos e mascara as evidências para a hipótese piagetiana acerca da correspondência entre as estruturas lógicas operatórias concretas e as estruturas operatórias formais; nosso crítico pergunta como seria possível saber qual a operação lógica que a criança está fazendo em cada caso, se uma mesma fórmula é usada em dois sentidos diferentes (Veja-se os demais aspectos técnicos da crítica de Parsons em *ibid.*, p.76-83).

Parsons ainda pondera sobre qual seria o sentido das 16 operações binárias na lógica piagetiana: se Piaget quer dizer que há 16 distintas funções verdade de 2 argumentos isto é demonstrativamente verdadeiro. Mas se ele quer dizer que há apenas 16 funções lógicas das funções proposicionais de uma variável isto é demonstrativamente falso mesmo assumindo que funções lógicas envolvam expressamente função verdade e quantificação. Seria demonstrativamente falso afirmar: ' $(x)(Px \vee Qx)$ ' e ' $(\exists x)(Px . Qx) . (\exists x)(Px . \neg Qx) . (\exists x)(\neg Px . Qx) . \neg (\exists x)(\neg Px . \neg Qx)$ ' equivalem à mesma operação lógica

Para ele, o conjunto das fórmulas piagetianas teria um papel interessante na teoria quantificacional da função proposicional de um só argumento porque pode-se demonstrar que para cada fórmula da teoria contendo apenas duas letras de predicado de um lugar, ' $P$ ' e ' $Q$ ', é possível estabelecer equivalência para uma fórmula construída por conectivo funcional-veritativo cuja fórmula resultante seria a forma normal disjuntiva completa  $pq \vee p \rightarrow q \vee \neg pq$  (Ver a "Tabela Recapitulativa das Formas Normais" em Piaget, 1976: 250).

Embora sua crítica seja contundente ele reconhece que aquilo que não faz sentido para a lógica poderia fazê-lo para a psicologia do desenvolvimento cognitivo. Ele comenta que, se os sujeitos dos experimentos de Piaget-Inhelder [o crítico se refere à obra "*De la logique de l'enfant à la logique d'adolescent*"] não tiverem consciência das não equivalências lógicas entre as fórmulas, ou as considerarem irrelevantes isto poderia ser uma evidência de que no estágio operacional concreto a capacidade de raciocínio lógico estaria de fato incompleta. Segundo C. Parsons, isto não fica claro na análise de Piaget [*ibid*] sobre as respostas dadas pelos sujeitos da pesquisa.

<sup>10</sup> C. Parsons analisou as duas obras de Piaget, o "Traité de Logique" e "The Growth of Logical Thinking from Childhood to Adolescence", (tradução de "De la Logique de l'enfant à la logique de l'adolescent").

## 5. A Defesa de Piaget e seus Colaboradores

Piaget e alguns de seus colaboradores do Centro Internacional de Epistemologia Genética refutaram através de simpósios, conferências e de uma série de artigos (1951, 1952, 1953, 1957, 1967) nos quais tentaram esclarecer o que seria esta *psico lógica* e sua relação com a lógica axiomatizada pelos lógicos.

Para aqueles que discordam da utilização da álgebra da lógica para modelos da psicologia Piaget se defendeu dizendo que a utilizou como ferramenta para a construção dos modelos, porque só ela poderia desnudar as operações de natureza lógico-matemática subjacentes ao raciocínio do indivíduo, já que os referentes de seus modelos são as operações de natureza lógico-matemática, que ele crê, subjacente ao pensamento do indivíduo quando raciocina. Assim, os modelos mostrariam as analogias estruturais com as operações reais, isto foi o que ele e Inhelder mostraram na obra de sustentação empírica "*De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*" (1954), ao analisarem as respostas dos sujeitos nos experimentos.

Por outro lado, para ele, a vantagem em "*aplicar o cálculo lógico às operações da mente é abstrair as considerações de natureza psicológica na técnica mesma dos cálculos lógicos*". Continua ele, "*não se trata de axiomatizar a teoria psicológica [como pensara Granger ou alguns críticos] mas os objetos, na medida que correspondem a certas estruturas lógicas, se avizinham da álgebra da lógica*" (op. cit.: 92). Esta justificação, apresentada a uma platéia de lógicos, quando ele proferiu uma série de palestras na Universidade Manchester, em 1952, está alicerçada na sua hipótese de haver uma analogia entre a lógica, as operações da mente e o cérebro humano, explicando a continuidade entre os processos vitais e os processos mentais.

S. Papert (1963) um dos seus colaboradores no *Centre International d'épistemologie Génétique*, argumentou a favor da notação piagetiana, criticada por C. Parsons, primeiro porque evita

os *paradoxos da implicação material*, em segundo lugar, porque o que Piaget desejava era simbolizar uma operação do pensamento e não uma operação em dado sistema lógico. O próprio Piaget reconhecia que a 1ª versão dos seus modelos estava apenas sob forma simbólica, não ainda formalizado no sentido técnico do termo. Posteriormente, o lógico J. B. Grize fez a axiomatização dos agrupamentos para a nova edição do "*Traité de Logique*" (Ed. Dunod, 1971) Como o próprio J. B. Grize reconhece, também foi uma tentativa sem sucesso.

## 6. Nossa Avaliação

Os erros sintáticos dos modelos apontados pelos críticos não há como contraditar. Como eles se separam estruturalmente da teoria isto não leva necessariamente ao esvaziamento dela. Na perspectiva dos lógicos, os modelos podem ser corrigidos, ou abandonados, caso não haja instrumental lógico no estado atual para isto. A grande vantagem de sua construção, como já se disse, é que eles ajudam a compreender fenômenos que estão fora do alcance de uma observação direta. Toma-se o modelo como hipótese explicativa do fenômeno e submete-o ao contraste empírico. Neste caso ele não só orienta a experimentação como sugere hipóteses novas desempenhando um papel heurístico muito grande.

Esse papel heurístico foi amplamente suscitado pela própria força teórica e novidade da teoria piagetiana. Psicólogos experimentais, das mais diversas correntes e entre eles os psicólogos de língua inglesa na década de 60<sup>11</sup>, (a partir da tradução inglesa "*De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*") inaugurou a 1ª fase do que Daniel Keating (1990) chamou de libertação da psicologia americana do paradigma

<sup>11</sup> Para um resumo desta influência piagetiana entre os psicólogos de língua inglesa, veja-se Beilin, *Piaget's enduring contribution to Developmental Psychology*, in *Developmental Psychol.*, 1992 vol. 28, 2, 191-204.

behaviorista ou neobehaviorista. Para ele, desde então, ressurgiu o interesse em investigar os raciocínios de crianças, adolescentes ou adultos. Uma 2ª fase se sucedeu e diz respeito a replicações dos experimentos das operações concretas ou formais, da obra acima citada. Os pesquisadores estavam interessados em compreender o caminho do raciocínio de crianças ou adolescentes (Wason, 1968 e 1969; Peel, 1967; Taplin, 1972, entre outros) e proliferaram pesquisa e replicações dos experimentos piagetianos realizadas em várias partes do mundo em culturas em graus diversos de complexidade<sup>12</sup>. Isso acumulou evidências empíricas interpretadas como contra ou a favor da teoria piagetiana, tomando-a como a teoria *standard* para o desenvolvimento cognitivo ou de teorias sobre o raciocínio humano.

Se a psico lógica representa as “formas lógicas” do pensamento racional, não deveriam ser encontradas em todas as culturas humanas? Ou, por outro lado, já que as operações concretas e formais são as formas de equilíbrio (transitório ou estável) do pensamento operatório, em princípio não poder-se-iam aplicar a qualquer conteúdo? Como encarar as diferenças individuais?

Scribner, 1975; Warren; 1977, entre outros interpretam seus achados como evidências da falta de sustentação empírica para as estruturas formais piagetianas uma vez que não foram encontradas em alguns indivíduos, até dentro da mesma cultura ocidental moderna ou em culturas diferentes. Para outros, é plausível existir outros estágios posteriores ao das operações formais (Gruber & Barret, 1973; P. K. Arlin, 1975). Os mais radicais postularam não haver qualquer relação entre as operações do pensamento, estudadas pelos psicólogos e as estruturas formalizadas da lógica clássica: o modelo do grupo INRC e a combinatória não seriam adequados para expressarem o processo

do raciocínio, surgindo modelos empíricos alternativos (P. C. Wason, 1972 e 1979; P. N. Johnson-Laird, 1983; M. D. S. Braine, 1978 entre outros) surgindo a hipótese de que a lógica modal seria mais adequada para expressar o pensamento natural do que a lógica matemática (D. N. Osherson, 1975; S. Strauss & M. Kroy, 1978).

Mas não se pode esquecer que qualquer interpretação ou inferência a partir de achados empíricos está vinculada, em última instância, a um paradigma teórico (nem sempre suficientemente explícito por parte do polemizador) pois os limites daí decorrentes, podem contrariar o desejo do polemizador de transformar seus dados em contra-exemplo da teoria criticada. A crítica de maior peso seria se, empiricamente, houvesse evidências de que as operações do “pensamento natural” quando alguém raciocina dedutivamente diferem significativamente das operações da lógica clássica. Isto poria em questão não só os modelos como a teoria mais ampla, que os subsume. Cabe ainda a pergunta: se algumas vezes as pessoas constróem inferências dedutivas como explicar que assim procedam?

Alguns psicólogos que se dizem neopiagetianos se empenharam em encontrar alguma analogia entre o comportamento do sujeito psicológico e as estruturas dos agrupamentos ou do grupo INRC de 4 transformações. Para eles as evidências encontradas são as de que os modelos piagetianos não conseguem acompanhar a dinâmica do pensamento quando as pessoas estão raciocinando. E grande parte deles chegou a conclusão de que seu valor heurístico para a psicologia do desenvolvimento ou dos raciocínios teria se esgotando reservando-se apenas um valor histórico.

Neste sentido poder-se-ia estar de acordo com que os modelos são inadequados e que seria necessário construir outros mais adequados aos fenômenos pretendidos pelos psicólogos cognitivos. A rigor, não se trataria de ultrapassar os modelos mas construir outros para os fenômenos que se quer explicar. Este parece ser um dos enganos dos críticos de Piaget: os modelos não

<sup>12</sup> Vide um estudo sobre as pesquisas do Grupo da Cross-Cultural Piagetian Research Society de P. Dasen in *Journal of Cross-Cultural Psychology* 3, 1, 23-29, 1972.

foram criados para descrever como o sujeito psicológico procede diante de tarefas de raciocínio ou como o pensamento natural pode solucionar questões da vida diária. Pois, como se viu antes, aqueles modelos se restringem a explicar o funcionamento das estruturas mentais do sujeito epistêmico universal concreto quando elas atingem o estágio de equilíbrio; a teoria que o subsume tem como objeto o pensamento operatório enquanto virtualidade de um sujeito epistêmico. Como este é fonte do conhecimento é preciso explicar como este sujeito se impõe a si mesmo uma lógica, ou o conhecimento necessário, interessando extrair a *forma* do conhecimento a qual estabelece as condições prévias de todo conhecimento lógico matemático possível. Isto afasta a procura dos procedimentos pessoais, específicos dos indivíduos em dada situação, coerente com a metodologia da psicologia experimental trabalhando com o sujeito psicológico.

Ao tomar os modelos em sua função heurística aplicando a outros campos teóricos, teorias do desenvolvimento ou da cognição humana, embora extremamente benéfico, não se pode ignorar a razão para o qual os modelos foram criados. Ao tentar resolver a questão da origem do conhecimento humano, Piaget toma a psicologia como uma mediadora necessária entre a biologia e a sociologia, pois, para ele, explicar o comportamento inteligente do ser humano não poderia ser feito dando um salto da biologia para a sociologia sem explicar a atividade mental e como ela é construída pelo “organismo”. Isto porque Piaget tentou sempre mostrar a continuidade biológica entre a adaptação das formas vida desde as mais elementares até a adaptação inteligente humana. Neste sentido, ele próprio diz ter tido a necessidade de construir uma psicologia para responder às questões gnosiológicas postas sobre a possibilidade do conhecimento lógico matemático, tantas vezes objeto da investigação filosófica. A psicologia que necessitou construir - a psicogênese do conhecimento está intimamente ligada àquela questão, daí não poder ser ampliada para as questões sobre o

saber de uma forma geral, nem sobre as variáveis que intervêm no comportamento do sujeito psicológico, pois se trata de explicar o “momento” especial no qual o sujeito epistêmico aceita a necessidade lógica. Nem Piaget acreditava que seus modelos fossem capazes de dar conta do comportamento do sujeito anterior à fase operacional. Na última década de sua vida Piaget esteve interessado em construir um modelo ao qual chamou de “*implication signifiante*” que seriam as implicações das significações de natureza não lógica. A tendência, pois, dos psicólogos a encarar a teoria das operações concretas e formais e seus modelos como aquela que precisa ser ultrapassada, cujas contribuições para a psicologia do desenvolvimento não são mais que históricas, é verdadeiro mas em um outro sentido diferente daquilo que pensam seus críticos.

## 7. À Guisa de Conclusão

A tentativa de passar de um nível epistemológico a outro ou a utilização de modelos para campos epistemológicos distintos daquele para o qual foi criado, é altamente benéfico para a construção de teorias, mas não se pode esperar que ultrapassado seu escopo ou os limites impostos pela teoria e seus modelos eles possam dar conta do novo campo. Isto parece ter sido o equívoco epistemológico dos seus críticos.

Mas, na controvérsia, há uma questão fundamental levantada por alguns lógicos: até onde os sistemas formais até hoje constituídos podem descrever os raciocínios e as inferências lógicas?: J. B. Grize (1997), o lógico colaborador de Piaget, faz algumas considerações sobre a possibilidade de construir modelos lógicos do pensamento natural estando empenhado na tentativa de construir uma lógica natural diferente da lógica piagetiana assentada na teoria de Lesniewsky das classes mereológicas.

Anteriormente, ele e o psicólogo Matalon (Grize & Matalon, 1962), em um estudo conjunto analisaram as possíveis diferenças e as correspondências entre os sistemas formais e o raciocínio não formalizado.

De uma forma ou de outra, apesar das incorreções sintáticas dos modelos dos 8 agrupamentos, e do grupo INRC de quatro transformações eles não perderam seu valor heurístico nem deixou de ser fecunda a teoria das operações concretas e formais com sua hipótese sobre os estágios da cognição humana. Isto está demonstrado pela quantidade de críticas que vem sofrendo durante os últimos 40 anos, algumas vezes tomadas como uma teoria standard sobre o desenvolvimento cognitivo ou o dos raciocínios. Vale pois uma justa homenagem àquele que apresentou pela primeira vez um modelo lógico sobre as operações do pensamento antes que as ciências cognitivas se tivessem constituído.

## Referências Bibliográficas

- BETH, E. W. & PIAGET, J. *Épistemologie mathématique et psychologie. Essai sur les relations entre la logique formelle et la pensée réelle*. E.E.G., XIV. Paris, P. U.F., 1961.
- BUNGE, M. *The place of causal principle in Modern Science*. New York: World Publishing Co., 1963.
- GRANGER, G. G. *Un problème d'axiomatization en psychologie*. In *Logique et Analyse* n° 29, Louvain, Éditions Nauwelaerts, 1965
- . *Jean Piaget et la Psychologie Génétique*. *Critique*, (21), 214, 249-261, 1965
- . *Formes, Opérations, Objects*. Paris: Librairie Philosophique J. Vrin, 1994.
- GRIZE, J. B. *Des groupements a l'algebre de Boole: Essai de filiations des structures logiques* In APOSTEL, L.; GRIZE, J.B.; PAPERT, S.

- & PIAGET, J. *La filiation des structures. EEG*, vol XV Paris: PUF, 1963.
- . *Logique Naturelle*, Paris Ophrys, 1997.
- INHELDER, B. & PIAGET, J. *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. Paris: P.U.F., 1955.
- KAPLAN A. *A conduta na pesquisa. Metodologia para as Ciências do Comportamento [The conduct of inquiry. Methodology for Behavior Science, 1964]* Trad. L Hegenberg & O. Silveira da Mota. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.
- KEATING, D. P. *Byrne's Reformulation of Piagetian's Formal Operations: Is What's Left What's Right?* *Devel. Rev.*, 8: 376-384, 1988.
- KNEALE, W. Review of Piaget's "Traité de Logistique" in *Philosophical Quarterly*, vol. 3, 1952.
- LUNZER, E. A. *The development of formal reasoning: some recent experiments and their implications*. In FREY K. & LANG, M. (Eds.) *Cognition Process and Science Instruction*. Bern: Hans Huber, 1973.
- MADSEN, K. B. *Teorías de la motivación. Un estudio comparativo de las teorías modernas de la motivación [Theories of motivation. A comparative study of modern theories of motivation. 1959]* Trad. Jorge Piatigorsky. 2 ed. Buenos Aires: Editorial Paidós, 1972.
- PAPERT, S. *Sur la logique Piagétienne*. in *La filiation des structures. Études d'Épistemologie Génétique* - Vol XV, Paris, P.U.F., 1963.
- PARSONS C. *Inhelder and Piaget's the Growth of logical Thinking II. A logician's viewpoint*. *Brit. J. Psy.* (51) I, 75-84, 1950.
- PIAGET J. *Lógica y Psicología [Logic and Psychology, original das conferências de Piaget em Manchester, 1952, trad. por Whitehead e Mays em ed. da Manchester University Press, 1953]* Trad de A. Deaño e Juan A. Del Val. Barcelona, A. Redondo Ed., S/D.
- PIAGET, J. *L'utilité de la logique en psychologie*. In *L'année psychologique. Vol. Jubilaire offert en Hommage à H. Piéron*.

Paris, P.U.F., 1951, 27-38. [Também em In *Lógica y Psicología* p. 76-90].

———. *La logistique axiomatique ou 'pure', la logistique opératoire ou psychologique et les réalités auxquelles elles correspondent. In Methodos*, p.72-84, Milán, 1952. In *Lógica y psicología*, p.91-107.

PIAGET, J. *Les activités mentales en rapport avec les expressions symboliques logiques et mathématiques* [Trabalho apresentado na Septième conférence d'été internationale de linguistique psychologique. Amersfoort, Holanda. e publicado pela *Synthèse*, vol X, 1957, p. 13-18.

———. *Les activités mentales en raport avec les expressions symboliques logiques et mathématiques in Synthèse*, vol. X, 1957.

———. Logique et équilibre dans les comportements du sujet. In APOSTEL, L., MANDELBORT, B., PIAGET, J. *Logique et équilibre; études d'épistemologie genétique*. Vol. II. Paris: Press Universitaire de France, 1957

———, B. INHELDER. *La genèse des structures logique élémentaires. Classifications et sériations*. Paris: Delachaux et Niestlé, 1959.

PIAGET, J., W.E. BETH *Épistemologie mathématique et psychologie . Essai sur les relations entre la logique formelle et la pensée réelle*. Paris: P.U.F., 1961.

———, E.W. BETH & J.B. GRIZE & R. MARTIN & B. MATALON & A. NAESS) *Implication, formalization et logique naturelle*. Paris: P.U.F. - E.E.G., XI, 1962.

———. *Le problème de la filiation des structures* (Introduction à l'étude de J.B.Grize; II- Introduction à l'étude de L.Apostel; III- Introduction aux études de S. Papert in APOSTEL, A; GRIZE, J.B.; PAPERT, S. & PIAGET, J. *La filiation des structures EEG, vol XV* . Paris: PUF, 1963.

———. *La Psychologie de l'intelligence*. (1er. ed. 1947) 7ème ed. Paris: Armand Collin, 1967.

———. *Structures et genèse*. In APOSTEL, L; GRIZE, J.B.; PAPERT, S. & PIAGET, J. *La filiation des structures .EEG, vol XV* Paris: PUF, 1963.

———. *Traité de Logique, Essai de Logistique Opératoire*. Paris: A. Colin, 1949. e 2ed. Dunod Ed. 1972.

———. Ensaio de Lógica Operatória [*Taité de Logique. Essai de Logistique opératoire*] 2ed.

SELTMAN, M. & SELTMAN, P. *Piaget's logic. A critique of Genetic Epistemology*. London: George Allen & Unwin, 1985.

SIEGEL & BRAINERD (Eds.) *Alternatives to Piaget: Critical Essays on the Theory*. New York: Academic Press, 1977.

WASON, P. C. & JOHNSON-LAIRD, P. N. *Psychology of Reasoning: Structure and Content*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1972.

WITZ, K. G. *On the Structure of Piaget's Grouping. I Arch. Psychol.* Vol -XL , 37-49, 1965-1970.