FUNDAMENTOS LÓGICOS DE UMA ÉTICA ARGUMENTATIVA DA LIBERTAÇÃO

Ana Lêda de Araújo (*)

Resumo

Em seu livro *Ética de la Producción: Fundamentos* (1994), o filósofo Sírio Lopez Velasco propõe o operador lógico *condicional* "*" com o objetivo de utilizá-lo como um instrumento para deduzir normas éticas dotadas de validade intersubjetiva. Essa dedução se dá de forma argumentativa com base na aceitação e busca de realizações "felizes", ou condições de felicidade – defendida pelo filósofo John Austin (1962) – da pergunta que institui o espaço ético-moral "Que devo fazer?". A partir da proposta de Lopez Velasco, faremos uma análise do operador "*", com o objetivo de apresentar uma lógica que possa explicar os raciocínios válidos envolvendo tal operador. Para concluir, provaremos uma série de teoremas que podem ser obtidos nessa lógica.

O operador proposto por Lopez Velasco, chamado de "condicional", e representado por "*", é, segundo o autor, diferente do operador "se ... então..." , representado por "→" , também chamado de "condicional" ou "implicação material" da lógica clássica. Seu objetivo é utilizá-lo como um instrumento de dedução de normas éticas dotadas de validade intersubjetiva, por via argumentativa, para fundamentar sua Ética da libertação.

Como se sabe, os operadores proposicionais da lógica clássica são: o operador unário de negação "não" e os operadores binários de

*Professora no Departamento de Filosofia da Universidade Federal da Paraíba. Doutora em Filosofia pela Université du Québec à Trois-Rivières, Canadá. E-mail: de-ruan@openline.com.br

conjunção "e", disjunção "ou", implicação "se... então...", bicondicional "se e somente se"; esses operadores são representados respectivamente por "~", "∧", "∨", "→" e "↔".

Para Lopez Velasco, uma expressão do tipo "p * q" é interpretada na linguagem natural como "p é condição de q".

Note-se que com relação ao operador "→" da lógica clássica, uma expressão do tipo "p → q" é também interpretada na linguagem natural como "p é condição suficiente de q" ou "q é condição necessária de p". A diferença a se observar entre os operadores "*" e "→" está em suas tabelas veritativas como se pode ver adiante. Nesse caso, observe-se que formas sentenciais do tipo "p * q" ('p' é condição de 'q') são equivalentes a formas do tipo "q → p" (se 'q' então 'p') .

Considerando-se A e B como letras proposicionais, isto é, letras representando duas sentenças da linguagem natural, temos, relativamente à semântica proposta para os operadores proposicionais "~", "∧","∨", "→" e "↔" da lógica clássica e à semântica do operador "*", proposta por Lopez Velasco, o seguinte:

A	*~A*
V	F
F	V

e

A, B	*A∧B*	*A∨B*	*A→B*	*A↔B*	*A*B*
V V	V	V	V	V	V
V F	F	V	F	F	V
F V	F	V	V	F	F
F F	F	F	V	V	V

Quando A é verdadeira, ~A é falsa; quando A é falsa, ~A é verdadeira.

Com relação à tabela veritativa para o operador "∧", A ∧ B é verdadeira quando ambas as letras proposicionais A e B são verdadeiras. Para o operador "∨", A ∨ B é falsa quando ambas A e B são falsas. Com relação ao operador "→" , A→ B é falsa quando A é verdadeira e B falsa. E relativamente a "↔" , A ↔ B é verdadeira quando A e B têm os mesmos valores.

Agora, quanto ao operador "*" os resultados de sua tabela veritativa são, como observa Lopez Velasco, interpretados da seguinte maneira:

a) Quando A e B são verdadeiras, a expressão simbólica (A * B) é verdadeira porque ela afirma que a verdade de B está condicionada à verdade de A.

b) Quando A é verdadeira e B é falsa, a forma simbólica (A * B) é verdadeira porque ela não exclui que sendo A verdadeira possa ser falsa B, pelo que a falsidade de B não desmente a afirmação de que a verdade de A é condição da verdade de B.

c) Quando A é falsa e B é verdadeira, a expressão (A * B) é falsa porque o fato simultâneo de ser B verdadeira e A falsa demonstra a falsidade da afirmação de que a verdade de A é condição para a verdade de B.

d) Quando A e B são ambas falsas, a expressão (A * B) é verdadeira porque a falsidade de ambas não desmente quem afirma que a verdade de A é condição da verdade de B.

A partir de sua proposta, Lopez Velasco (1999 : 41-42) sustenta:

Com esse instrumental lógico estou preparado para deduzir a partir da gramática da pergunta "O que devo / devemos fazer?", que é a que se instala e abre o espaço da Ética (ou da Moral) as normas éticas capazes de reivindicar validez intersubjetiva universal (pelo menos dentro da cultura chamada "ocidental") por via estritamente argumentativa.

Como vimos acima, o único pressuposto é postular a produção de instâncias felizes com base na dimensão perfomativa da fala (Austin, 1962).

Mas, em que consiste, na verdade, esse instrumental lógico possível de permitir, a partir daquele pressuposto, a dedução de normas éticas capazes de reivindicar validez intersubjetiva universal, por via estritamente argumentativa?

Apenas, como exemplo, consideremos duas das normas éticas apresentadas por Lopez Velasco (1999: 42; 44-45).

A primeira delas consiste em:

A felicidade da pergunta "O que devo / devemos fazer?" está condicionada pela possibilidade que eu / nós tenhamos de escolher pelo menos entre duas alternativas de ação.

Agora, escolher entre duas alternativas de ação supõe liberdade de decisão.

Assim, a liberdade de decisão é uma condição referente à posição do sujeito que realiza o ato de falar "O que devo / devemos fazer?" e faz parte da gramática do ato.

Posso portanto, dizer:

a) Eu tenho liberdade de decisão é condição de eu posso realizar mais de uma ação ou tipo de ação.

b) Eu posso realizar mais de uma ação ou tipo de ação é condição de eu pergunto "O que devo / devemos fazer?".

c) [porque o operador da condição respeita a propriedade da transitividade, ou seja, porque a fórmula sentencial que segue é uma tautologia $((p * q). (q * r)) \rightarrow (p * r)$]
Eu tenho liberdade de decisão é condição de eu pergunto "O que devo / devemos fazer?" (grifo nosso)

d) Eu quero fazer a pergunta : "O que devo / devemos fazer?" (numa realização feliz). E por esse procedimento eu deduzo a primeira norma da ética que reza

Devo / devemos garantir minha / nossa liberdade de decisão porque eu / nós garanto / garantimos minha / nossa liberdade de decisão é condição de eu / nós faço / fazemos a pergunta "O que devo / devemos fazer?".

Continuando, apresentamos uma outra norma ética:

Premissa 1 : *a Natureza é saudável desde o ponto de vista produtivo* é condição de *eu sou um ser humano*.
Premissa 2 : *eu sou um ser humano* é condição de *eu faço a pergunta "O que devo / devemos fazer?"*
Conclusão : *A Natureza é saudável desde o ponto de vista produtivo* é condição de *eu faço a pergunta: "O que devo / devemos fazer?"* (grifo nosso)

E a esse raciocínio posso associar a fórmula: $\dfrac{p * q \,;\, q * r}{p * r}$

que é uma fórmula logicamente válida, porque como sabemos a fórmula sentencial que a representa é uma tautologia.

Assim encontramos a terceira norma da Ética

Devo / devemos preservar uma natureza saudável desde o ponto de vista produtivo porque eu / nós preservo / preservamos uma natureza saudável desde o ponto de vista produtivo é condição de eu / nós faço / fazemos a pergunta "O que devo / devemos fazer?"

Como podemos observar, o autor utiliza o operador "*" como um instrumental lógico para explicar os raciocínios válidos de sua ética argumentativa da libertação. Contudo, ele o faz sem apresentar um sistema formalizado de regras dedutivas que seja capaz de mostrar a validade das formas de seus argumentos. De nossa parte, consideramos que apenas o uso do operador "*" (o qual, observe-se, é resgatado dentre as 16 funções binárias de verdade possíveis na lógica clássica), sem a devida formalização, não se justifica como *uma lógica* para aqueles fins.

Nesse sentido, sem querer entrar no mérito da questão dessas normas éticas, mas considerando o ponto de vista da lógica - que é o nosso interesse, somos levados a questionar uma formalização dessas regras dedutivas.

Acreditamos que ao defendermos os raciocínios válidos, precisamos ter em mente que lá onde existem tais raciocínios, deve existir uma lógica. Ora, a lógica foi criada exatamente para analisar e explicar os raciocínios válidos que fazemos espontaneamente tanto no cotidiano quanto em certos contextos mais sofisticados.

Mas, o que é uma lógica? Ou mais precisamente, o que poderíamos compreender por "uma lógica"?

Para iniciar, é importante esclarecer que em geral toda lógica pode ser considerada como uma teoria (ou sistema) formal acerca de determinados objetos, e normalmente apresentados numa linguagem artificial que os lógicos constroem com o objetivo de tornar mais precisas suas análises lógicas e evitar, assim, erros ou paradoxos que são praticamente inevitáveis quando o raciocínio é conduzido numa linguagem natural. Estas linguagens devem levar em consideração duas dimensões a saber: a dimensão sintática que trata dos símbolos e dos sinais como um jogo exclusivamente formal governado por regras de combinação que não consideram o significado destes símbolos; e a dimensão semântica, já que as linguagens não se limitam a estruturas unicamente sintáticas – de fato, os símbolos, os sinais, enfim as expressões, têm um sentido e eles se referem a objetos extra-lingüísticos.

Por tais motivos, num sistema de lógica é possível analisar os raciocínios dedutivos seja pela via sintática seja pela via semântica. A sintaxe da lógica se ocupa das propriedades e relações (por exemplo, "uma hipótese Q é dedutível de uma outra hipótese P") das expressões e fórmulas onde se faz abstração das significações, enquanto que a semântica se ocupa das propriedades e relações das expressões que levam em consideração ligações entre as expressões e os objetos que elas designam.

Isto dito, noções como axioma, teorema, derivação, demonstração (ou prova), consistência sintática, inconsistência sintática e regra de transformação (ou regra de inferência) fazem parte da sintaxe da lógica.

Uma proposição P é provada em um sistema axiomático se ela pode ser derivada a partir dos axiomas, usando-se as regras da lógica; já uma fórmula é derivada em um sistema formal se ela pode ser obtida por aplicações das regras de transformação.

Suponhamos, por exemplo, uma lógica L contendo a única regra de eliminação de se ... então ... (modus ponens). Uma hipótese Q é uma implicação lógica (no sentido sintático) da hipótese P em L se, e somente se, Q é dedutível de P pela aplicação das regras dedutivas de L (neste caso, modus ponens), ou em outras palavras, se, e somente se, existe uma prova (ou demonstração formal) em L de Q a partir de P. Assim, uma dedução em L de Q a partir de um conjunto Γ de fórmulas (em símbolos, $\Gamma \vdash Q$), é uma seqüência finita $\alpha_1,..., \alpha_n$ de fórmulas, tal que $\alpha_n = Q$ e para cada α_i, $1 \leq i \leq n$, α_i é uma fórmula que pertence a Γ ou α_i é obtida a partir de fórmulas que aparecem antes na seqüência, por meio da aplicação da regra de inferência modus ponens. Ressalte-se as seguintes propriedades da noção de dedução lógica:

(1) Se $\Gamma \subseteq \Delta$ e $\Gamma \vdash Q$, então $\Delta \vdash Q$.

(2) $\Gamma \vdash Q$ se e somente se existe um subconjunto finito Δ de Γ tal que $\Delta \vdash Q$.

(3) Se $\Delta \vdash Q$, e, para cada B em Δ, $\Gamma \vdash B$, então $\Gamma \vdash Q$.

Para se verificar se uma demonstração formal em L é correta (isto é, conforme as regras), basta assegurar-se que a passagem de cada linha da demonstração respeita as regras de manipulação dos símbolos de L (não é preciso interpretar esses símbolos, tudo se mantém ao nível sintático). Nesse caso, dadas as hipóteses (a) e (b) da linguagem natural abaixo, (a) implica logicamente (b).

(a) i) Se 4 é número par, 4 é divisível por 2.
ii) 4 é número par.
(b) 4 é divisível por 2.

Esta implicação lógica se justifica simplesmente pela regra de eliminação de se ... então ... de L, a qual é aplicada às hipóteses (a) e (b) em virtude unicamente de sua forma lógica, fazendo-se abstração de suas propriedades semânticas.

Por outro lado, noções como denotação, extensão, conotação, intensão, validade, modelo, interpretação, satisfabilidade (consistência semântica), inconsistência semântica, verdade, conseqüência lógica, conseqüência necessária e implicação material fazem parte da semântica da lógica. Então, a relação de conseqüência necessária é uma relação semântica: uma hipótese Q é conseqüência necessária da hipótese P se, e somente se, em qualquer mundo possível onde P e verdadeira, Q é igualmente verdadeira. Neste caso, não existe mundo possível que torne P verdadeira e Q falsa. Assim, a interpretação semântica das hipóteses P e Q depende de tais estados de coisas, como podemos ver no exemplo seguinte onde (d) é uma conseqüência necessária de (c).

(c) A Lua é um satélite da Terra e o Sol é uma estrela.
(d) A Lua é um satélite da Terra.

Logo, num raciocínio dedutivo, esta relação de conseqüência necessária se justifica pelo fato de que todo estado de coisas no qual (c) é verdadeira, torna (d) igualmente verdadeira.

Voltemos agora às linguagens artificiais construídas pelos lógicos para tentarmos precisar o que a gente poderia compreender por "uma lógica". Bem, uma lógica (ou sistema formal) é formada por uma sintaxe e/ou uma semântica que leva em consideração o que se segue: no que concerne a sua dimensão sintática, "uma lógica L" deve ter em primeiro lugar, uma linguagem composta primeiramente por um vocabulário, a saber, símbolos primitivos de L (como por exemplo $\sim$, $\rightarrow$ e letras proposicionais como A_1, A_2) e uma gramática composta de regras de formação do tipo: toda letra proposicional é uma fórmula bem formada; se A e B são fórmulas bem formadas então ($\sim$A) e (A $\rightarrow$ B) são fórmulas bem formadas, etc. Em segundo lugar, "uma lógica L" deve apresentar alguns Postulados (ou esquemas de axiomas) como por exemplo, A $\rightarrow$ (B $\rightarrow$ A) (quando L não tem axiomas, L é dita ser não axiomática), além de regras de transformação como a regra modus ponens. Quanto à dimensão semântica, "uma lógica L" explica a significação dos símbolos e fórmulas bem formadas de L definindo a estrutura de uma interpretação possível (ou de um modelo) para a linguagem objeto.

A maioria dos lógicos se interessa sobretudo por certas propriedades e relações que existem entre fórmulas dedutíveis em L e as fórmulas verdadeiras de L. Trata-se da correção e da completude forte de L: uma lógica L é correta se toda implicação lógica em L é ao mesmo tempo uma conseqüência necessária em L. Inversamente, uma tal lógica é completa se toda conseqüência necessária em L é uma implicação lógica em L.

De um ponto de vista puramente lógico, para bem definir a correção e a completude forte de um sistema de lógica, é necessário fazer apelo à noção de conseqüência lógica que, por sua vez, repousa sobre a noção de verdade num modelo (relativamente a uma circunstância) a qual apela à noção de satisfação.

Assim, dado um sistema de lógica axiomático formalizado L, uma fórmula A de L é verdadeira num certo modelo quando ela é satisfeita (... é verdadeira ...) por todas as séries de indivíduos que pertencem ao universo de discurso dado. Ela é uma conseqüência lógica de um conjunto qualquer de fórmulas quando todos os modelos que tornam as fórmulas deste conjunto verdadeiras, tornam A igualmente verdadeira.

Agora, para definir a noção de regra dedutiva de um sistema de lógica, precisamos da noção de conseqüência necessária. Esta definição repousa, por sua vez, sobre aquela de verdade, a qual pressupõe a existência de estados de coisas que correspondem às hipóteses. Assim, uma dedução não é simplesmente um processo computacional, ela preserva a verdade mantendo que a conclusão é sempre uma conseqüência necessária das premissas. Aliás, é justamente a preservação da verdade que distingue uma dedução das outras computações. Nesse caso, podemos concluir que todas as implicações lógicas são também conseqüências necessárias, e esta relação existente entre implicação lógica (fórmulas dedutíveis) e conseqüência necessária (fórmulas verdadeiras), preservada num dispositivo dedutivo, é chamada de correção. A inversa desta relação não é sempre verdadeira, isto é, nem toda conseqüência necessária é uma implicação lógica. Quando isto ocorre, o dispositivo dedutivo não é completo.

Contudo, o que é mais interessante para a maioria dos lógicos, é construir sistemas formais que sejam completos. Para isto, é necessário simplesmente postular regras dedutivas que tornem possível, a partir de um conjunto de hipóteses, a derivação de todas as conseqüências necessárias concernentes às implicações lógicas. Como já dissemos acima, acreditamos que lá onde existem os raciocínios válidos, deve existir uma lógica.

Isto dito, uma proposta para explicar os raciocínios envolvendo o operador "*", utilizado por Lopez Velasco em sua ética argumentativa da libertação, poderia ser apresentada, do ponto de vista sintático, a partir da seguinte lógica ou teoria formal axiomática para o cálculo proposicional clássico (a qual chamaremos de L)[1]. Essa lógica é construida a partir dos operadores primitivos "$\sim$" (não) e "*" (condicional).

I) Linguagem de L

Nossa linguagem L é composta por:

I.1) Um conjunto enumerável de símbolos:
conectivos primitivos: $\sim$, *
símbolos auxiliares: (,) (parênteses)

letras sentenciais: $A_1, A_2, A_3, \ldots$

I.2) Regras de formação (definição de fórmulas bem formadas - fbfs):

I.2.1) Toda letra sentencial é uma fbf.
I.2.2) Se A e B são fbfs, então (~ A) e (A * B) são fbfs.
I.2.3) Somente as expressões construídas com base nas cláusulas I.2.1 e I.2.2 são fbfs.

II) Esquemas de Axiomas

Em L vamos considerar os seguintes esquemas de axiomas:

(EA1): $(A \rightarrow B) * B$
(EA2): $(A \rightarrow (B * C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) * (A \rightarrow C))$
(EA3): $(\sim A * \sim B) \rightarrow (B * (A * \sim B))$

III) Regra de inferência

A única regra de inferência é modus ponens *, a qual será abreviada por M P* :
B é uma consequência direta de A e B * A. Em símbolos, $A, B * A \vdash B$.

Definições: Outros conectivos binários podem ser introduzidos por definição:

(D1): $A \wedge B = \sim(\sim B * A)$
(D2): $A \vee B = B * \sim A$
(D3): $A \rightarrow B = B * A$
(D4): $A \leftrightarrow B = (A * B) \wedge (B * A)$

Regra derivada

Em L nós provamos a seguinte regra derivada modus ponens, abreviada por M P : B é uma consequência direta de A e $A \rightarrow B$. Em símbolos, $A, A \rightarrow B \vdash B$.

Prova:

1) A	hip.
2) $A \rightarrow B$	hip.
3) $B * A$	2 / D3
4) B	1, 3 / M P*

Provaremos agora uma série de teoremas em *L*. Iniciamos com a prova do teorema da dedução (T.D.), (Herbrand, 1930), o qual será útil nas demonstrações dos teoremas seguintes. Antes provaremos em L o seguinte lema (ou teorema) :

T.1) $\vdash A \rightarrow A$

Prova:

1) $(A \rightarrow (A * (A \rightarrow A))) \rightarrow ((A \rightarrow A) * (A \rightarrow (A \rightarrow A)))$	(EA2)
2) $A \rightarrow (A * (A \rightarrow A))$	(EA1) / D3 (2x)
3) $(A \rightarrow A) * (A \rightarrow (A \rightarrow A))$	1,2 / M P
4) $A \rightarrow (A \rightarrow A)$	(EA1) / D3
5) $A \rightarrow A$	3,4 / M P*

Logo, pela propriedade de $\vdash$, temos que $\vdash A \rightarrow A$

Teorema da dedução

Se Γ é um conjunto de fbfs, e A e B são fbfs, e $\Gamma, A \vdash B$, então $\Gamma \vdash A \rightarrow B$. Em particular, se $A \vdash B$ então $\vdash A \rightarrow B$.

Prova:

Seja $B_1, \ldots, B_n$, uma demonstração de B a partir de $\Gamma + \{A\}$, onde $B_n = B$. Prova-se por indução em i que $\Gamma \vdash A \rightarrow B_i$ para $1 \leq i \leq n$.

Primeiramente, seja $i = 1$. Nesse caso, temos as seguintes possibilidades:

a) B_1 é um axioma ou $B_1 \in \Gamma$.
b) B_1 é a fbf A.

Para ambos os casos, vamos mostrar que $\Gamma \vdash A \to B_i$

a) B_1 é axioma ou $B_1 \in \Gamma$.

1) B_1 — axioma ou fórmula de Γ.
2) $(A \to B_1) * B_1$ — (EA1)
3) $A \to B_1$ — 1, 2 / M P*

isto é, $\Gamma \vdash A \to B_i$ propriedade de $\vdash$

b) B_1 é a fbf A.

Temos, pelo teorema 1 acima, $\vdash A \to A$.
Logo, pela propriedade de $\vdash$, tem-se que $\Gamma \vdash A \to A$
isto é, $\Gamma \vdash A \to B_i$.

Agora vamos assumir que $\Gamma \vdash A \to B_k$ para todo $k < i$. Nesse caso, tem-se as possibilidades seguintes:

c) B_i é um axioma ou $B_i \in \Gamma$.
d) B_i é a fbf A.
e) B_i vem por M.P* de algum B_j e B_m, onde $j < i$, $m < i$ e B_m tem a forma $B_i * B_j$.

Para as possibilidades (c) e (d), temos que $\Gamma \vdash A \to B_i$, tal como provado no caso i=1 (ver (a) e (b)). Já para a possibilidade (e) temos, por hipótese da indução, que

$\Gamma \vdash A \to B_j$ e $\Gamma \vdash A \to (B_i * B_j)$.
Vamos provar então que $\Gamma \vdash A \to B_i$:

1) $\Gamma \vdash A \to B_j$ — hip. ind.

2) $\Gamma \vdash A \to (B_i * B_j)$ — hip. ind.
3) $\Gamma \vdash (A \to (B_i * B_j)) \to ((A \to B_i) * (A \to B_j))$ — (EA2)
4) $\Gamma \vdash (A \to B_i) * (A \to B_j)$ — 2, 3 / M P
5) $\Gamma \vdash (A \to B_i)$ — 1, 4 / M P*

Com isto, a prova indutiva fica completa.

Dando continuidade à lista de teoremas, provaremos agora que as seguintes fbfs são teoremas de L:

T.2): $\vdash (A * \sim A) \to A$

1) $A * \sim A$ — hip.
2) $(\sim A * \sim A) \to (A * (A * \sim A))$ — (EA3)
3) $\sim A * \sim A$ — T1
4) $A * (A * \sim A)$ — 2,3 / M P
5) A — 1,4 / M P*

Assim, $(A * \sim A) \vdash A$ — 1 a 5
E, pelo TD, $\vdash (A * \sim A) \to A$

T.3) $(A * B), (B * C) \vdash A * C$

1) $A * B$ — hip.
2) $B * C$ — hip.
3) $(C \to (A * B)) \to ((C \to A) * (C \to B))$ — (EA2)
4) $(C \to (A * B)) * (A * B)$ — (EA1)
5) $C \to (A * B)$ — 1,4 M P*
6) $(C \to A) * (C \to B)$ — 3,5 / M P
7) $(A * C) * (B * C)$ — 6 / D3
8) $A * C$ — 2,7 / M P*

Assim, $A * B, B * C \vdash A * C$ — 1 a 8

T.4) $A \to (B * C) \vdash C \to (B * A)$ (Troca de premissas)

1) $A \to (B * C)$ — hip.
2) $(A \to (B * C)) \to ((A \to B) * (A \to C))$ — (EA2)

3) $(A \to B) * (A \to C)$ 1,2 / M P
4) $(A \to C) * C$ (EA1)
5) $(A \to B) * C$ 3,4 / T3
6) $(B * A) * C$ 5 / D3
7) $C \to (B * A)$ 6 / D3
Logo, $A \to (B * C) \vdash C \to (B * A)$ 1 a 7

T.5) $\vdash (\sim A * \sim B) \to (B * A)$

1) $(\sim A * \sim B) \to (B * (A * \sim B))$ (EA3)
2) $(A * \sim B) \to (B * (\sim A * \sim B))$ 1 / T4
3) $A \to (A * \sim B)$ (EA1) / D3 (2x)
4) $A \to (B * (\sim A * \sim B))$ 3,2 / T3 e D3
5) $(\sim A * \sim B) \to (B * A)$ 4 / T4

T.6) $A \to (C * B),\ B \vdash C * A$

1) $A \to (C * B)$ hip.
2) B hip.
3) $B \to (C * A)$ 1 / T4
4) $C * A$ 2,3 / M P
Então, $A \to (C * B),\ B \vdash C * A$ 1 a 4

T.7) $\vdash B * \sim\sim B$

1) $(\sim\sim B * \sim B) \to (B * (\sim B * \sim B))$ (EA3)
2) $\sim B * \sim B$ T1
3) $B * (\sim\sim B * \sim B)$ 1,2 / T6
4) $(\sim\sim B * \sim B) * \sim\sim B$ (EA1) / D3 (2x)
5) $B * \sim\sim B$ 3,4 / T3

T.8) $\vdash \sim\sim B * B$

1) $(\sim B * \sim\sim\sim B) \to (\sim\sim B * (B * \sim\sim\sim B))$ (EA3)
2) $\sim B * \sim\sim\sim B$ T7

3) $\sim\sim B * (B * \sim\sim\sim B)$ 1,2 / M P
4) $(B * \sim\sim\sim B) * B$ (EA1) / D3
5) $\sim\sim B * B$ 3,4 / T3

T.9) $\vdash \sim A \to (B * A)$

1) $\sim A$ hip.
2) $\sim A \to (\sim A * \sim B)$ (EA1) / D3 (2x)
3) $\sim A * \sim B$ 1,2 / M P
4) $(\sim A * \sim B) \to (B * A)$ T5
5) $B * A$ 3,4 / M P
Logo, $\sim A \vdash B * A$ 1 a 5
Isto é, pelo TD, $\vdash \sim A \to (B * A)$

T.10) $\vdash (B * A) \to (\sim A * \sim B)$

1) $B * A$ hip.
2) $\sim\sim B * B$ T8
3) $\sim\sim B * A$ 1,2 / T3
4) $A * \sim\sim A$ T7
5) $\sim\sim B * \sim\sim A$ 3,4 / T3
6) $(\sim\sim B * \sim\sim A) \to (\sim A * \sim B)$ T5
7) $\sim A * \sim B$ 5,6 / M P
Assim, $(B * A) \vdash (\sim A * \sim B)$ 1 a 7
Pelo TD, $\vdash (B * A) \to (\sim A * \sim B)$

T.11) $\vdash A \to (\sim B \to \sim (B * A))$

1) $A,\ B * A \vdash B$ M P*
2) $A \to ((B * A) \to B)$ 1 / TD (2 x)
3) $((B * A) \to B) \to (\sim B \to \sim (B * A))$ T10 / D3
4) $A \to (\sim B \to \sim (B * A))$ 2,3 / T3 / D3

T.12 $\vdash (B * A) \rightarrow ((B * \sim A) \rightarrow B)$

1) $B * A$	hip.
2) $B * \sim A$	hip.
3) $(\sim A * \sim B) * (B * A)$	T10 / D3
4) $\sim A * \sim B$	1,3 / M P*
5) $(\sim \sim A * \sim B) * (B * \sim A)$	T5
6) $\sim \sim A * \sim B$	2,5 / M P*
7) $(\sim \sim A * \sim B) \rightarrow (B * (\sim A * \sim B))$	(EA3)
8) $B * (\sim A * \sim B)$	6,7 / M P
9) B	4,8 / M P*

Logo, $B * A\ ,\ B * \sim A \vdash B$ 1 a 9

E, pelo TD (2x), $\vdash (B * A) \rightarrow ((B * \sim A) \rightarrow B)$

T.13) $\vdash (A \vee B) * A$

isto é, $A \rightarrow (B * \sim A)$ D2, D3

1) A	hip.
2) $\sim A \rightarrow (B * A)$	T9
3) $B * \sim A$	1,2 / T6

Temos que, $A \vdash B * \sim A$ 1 a 3

Ou seja, pelo TD, $\vdash A \rightarrow (B * \sim A)$

T.14) $\vdash (B \vee A) * A$

1) $A \rightarrow (A * \sim B)$	(EA1) / D3 (2x)
2) $(B \vee A) * A$	1 / D2 e D3

T.15) $\vdash (A \vee B) * (B \vee A)$

isto é, $(A * \sim B) \rightarrow (B * \sim A)$ D3 e D2

1) $A * \sim B$	hip.
2) $(A * \sim B) \rightarrow (\sim \sim B * \sim A)$	T10
3) $\sim \sim B * \sim A$	1,2 / M P
4) $B * \sim \sim B$	T7

5) $B * \sim A$	3,4 / T3

Assim, $A * \sim B \vdash B * \sim A$ 1 a 5

Pelo TD, $\vdash (A * \sim B) \rightarrow (B * \sim A)$

T.16) $\vdash A * (A \wedge B)$

isto é, $A * \sim (\sim B * A)$ D1

1) $((\sim B * A) * \sim A) \rightarrow (A * \sim (\sim B * A))$	T15
2) $(\sim B * A) * \sim A$	T9 / D3
3) $A * \sim (\sim B * A)$	1,2 / M P

T.17) $\vdash B * (A \wedge B)$

isto é, $B * \sim (\sim B * A)$ D1

1) $((A \rightarrow \sim B) * \sim B) \rightarrow (B * \sim (A \rightarrow \sim B))$	T15
2) $(A \rightarrow \sim B) * \sim B$	(EA1)
3) $B * \sim (A \rightarrow \sim B)$	1,2 / M P

T.18) $\vdash (C * A) \rightarrow ((C * B) \rightarrow ((B * \sim A) \rightarrow C))$

1) $C * A$	hip.
2) $C * B$	hip.
3) $B * \sim A$	hip.
4) $C * \sim A$	2,3 / T3
5) $(C * A) \rightarrow ((C * \sim A) \rightarrow C)$	T12
6) $(C * \sim A) \rightarrow C$	1,5 / M P
7) C	4,6 / M P

Assim, $C * A\ ,\ C * B\ ,\ B * \sim A \vdash C$ 1 a 7

E, pelo TD (3x), $\vdash (C * A) \rightarrow ((C * B) \rightarrow ((B * \sim A) \rightarrow C))$

T.19) $\vdash (A * (B * A)) \rightarrow A$

1) $A * (B * A)$	hip.
2) $\sim A \rightarrow (B * A)$	T9

3) $(B * A) * \sim A$	2 / D3
4) $A * \sim A$	1,3 / T3
5) $(A * \sim A) \to A$	T2
6) A	4,5 / M P
Logo, $A * (B * A) \vdash A$	1 a 6
Isto é, $\vdash (A * (B * A)) \to A$	

T.20) $\vdash A \to ((A \wedge B) * B)$

Isto é, $\vdash A \to (\sim(\sim B * A) * B)$ D1

1) A	hip.
2) $A \to (\sim\sim B \to \sim(\sim B * A))$	T11
3) $\sim\sim B \to \sim(\sim B * A)$	1,2 / M P
4) $\sim(\sim B * A) * \sim\sim B$	3 / D3
5) $\sim\sim B * B$	T8
6) $\sim(\sim B * A) * B$	4,5 / T3

Temos que, $A \vdash \sim(\sim B * A) * B$ 1 a 6

Logo, pelo TD, $\vdash A \to (\sim(\sim B * A) * B)$

Note-se que nessa lógica L pode-se provar ainda os seguintes teoremas:

a) **Teorema da Correção**: Todo teorema de L é uma tautologia.

(Visto que todos os axiomas de L são tautologias, e do fato que se A e $A \to B$ são tautologias, assim é B; ou seja, modus ponens preserva "tautologicidade").

b) **Teorema da Completude**: Se uma fbf A de L é uma tautologia, então ela é um teorema de L.

Nesse caso, a teoria formal axiomática L, exibida acima, é correta e completa. Ou seja, em L a sintaxe implica a semântica e vice-versa. O conjunto de regras dedutivas é completo, pois é capaz de mostrar a validade de todas as formas de argumento.

BIBLIOGRAFIA

AUSTIN, J. L. (1962). *How to do things with words. London* : Ed. Oxford Univ. Press.

HERBRAND, J. (1930). Recherches sur la théorie de la demonstration. *Travaux de la Soc. Des Sci. et des Lettres de Varsovie*, III, 33, p. 33-160.

LOPEZ VELASCO, Sirio (1994). *Ética de la producción: Fundamentos.* Campo Grande : CEFIL.

LOPEZ VELASCO, Sirio (1999). Uma ética argumentativa da libertação. In PIRES, C. P. (org.). *Ética e cidadania. Olhares da Filosofia latino-americana.* Porto Alegre : Da Casa / Palmarinca, p. 41-46

MENDELSON, E. (1979). *Introduction to Mathematical Logic.* New York : D. Van Nostrand Company