Sistemas Dinâmicos Lista 1 (2017.2)

Prof. Ricardo Bortolotti

Dinâmica Unidimensional

1. Sejam $T : (0,1) \to \mathbb{R}$ e $p \in (0,1)$ um ponto fixo para o qual existe um vizinhança U de p tal que para todo $x \in U$: se $x < p$ então $T^n(x) \to p$, se $x > p$ então $T(x) \geq x$. Prove p não é um ponto fixo hiperbólico.

2. Considere $F_1 : [0,1] \to [0,1]$ dada por $F_1(x) = x(1-x)$. Prove que $F_1^n(x) \to 0$ para todo $x \in [0,1]$.

3. Sejam $T : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função de classe C^1, $I_1, \cdots, I_k$ intervalos fechados disjuntos, $k \geq 2$, $I = \cup_{j=1}^k I_j$ e $\lambda > 1$ tais que $T(I_j) \supset I$ para $1 \leq j \leq k$ e $|T'(x)| \geq \lambda$ para $x \in I \cap T^{-1}I$. Considere $\Lambda = \cap_{k=0}^{\infty} T^{-k}(I)$. Prove que Λ é um conjunto de Cantor e que a função $h(x) = (s_0, s_1, s_2, \cdots)$, $T^j(x) \in I_{s_j}$, é uma conjugação topológica entre T e o deslocamento de k símbolos.

   Além disso, conclua que $\#Fix(T^n|\Lambda) = k^n$, que o conjunto dos pontos periódicos de T é denso em Λ, que Λ é transitivo e é topologicamente misturador para Λ.

   Sugestão: Seguir o mesmo raciocíncio aplicado à família quadrática F_μ para $\mu > 4$.

4. Considere $\sigma : \Sigma_k \to \Sigma_k$ o deslocamento de k-símbolos. Prove que dado um número finito de abertos $U_1, \cdots, U_s \subset \Sigma_k$, existe uma órbita periódica que intersecta estes abertos.

5. Exercício 2.7 do livro do Robinson.

6. Exercício 2.10 do livro do Robinson. (Obs: você pode usar o Exercício 3 dessa lista para o item (c).)

7. Exercício 2.17 do livro do Robinson.