

**LISTA 2 - CÁLCULO 3, 2016.2**  
**TURMAS T2 E T7 (PROF RICARDO)**

Atualizado em: August 29, 2016. Caso encontre erros, favor escrever para ricardo@dmat.ufpe.br.

**Sugestão de Exercícios do Stewart (7a edição):**

- 13.1: 40-44
- 13.2: 9-14
- 13.3: 1-6, 13, 14, 16
- 13.4: 9-14
- 16.1: 21, 23
- 16.2: 1, 3, 4, 7, 9, 11, 14, 15, 21, 33, 36, 39, 40
- 16.3: 3-9, 12-18, 20, 24, 35
- 16.4: 5, 7, 9, 10, 11, 12, 17, 18, 27, 28

**Integrais de linha:**

*Exercício 1.* Calcule  $\int_C (x + yz)dx + 2xdy + xyzdz$ , onde  $C$  é a poligonal formada pela união dos segmentos ligando  $A_0 = (1, 0, 1)$  a  $A_1 = (2, 3, 1)$  e  $A_1$  a  $A_2 = (2, 5, 2)$

*Exercício 2.* Calcule  $\int_C x^4 dx + xydy$ , onde  $C$  é a curva triangular com vértices  $(0, 0)$   $(1, 0)$  e  $(0, 1)$  percorrida no sentido anti-horário.

**Campos conservativos:**

*Exercício 3.* Dado o campo vetorial  $\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{z}{x^2+z^2}, 2y, \frac{-2x}{x^2+z^2}\right)$ .

a) Encontre o trabalho realizado pelo campo sobre uma partícula que se desloca no círculo  $\vec{r}(t) = (3 \sin t, 1, 3 \cos t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

b) Podemos dizer que o campo  $\vec{F}$ , com domínio no conjunto complementar do eixo  $y$ , é conservativo?

*Exercício 4.* Para quais valores de  $a$  e  $b$ , o campo  $\vec{F}(x, y) = (3x^{a+1}y^{b+1}, 2x^{a+2}y^b)$  é conservativo? Para tais valores, determine  $\phi$  tal que  $\vec{F} = \nabla\phi$ .

*Exercício 5.* Considere a curva  $C$  dada por  $x = \sqrt{16 - y^4}$  e o campo vetorial  $\vec{F}(x, y) = (3x^2y + 1, x^3 + 1)$ .

a) Encontre uma parametrização da curva  $C$ .

b) Encontre os extremos da curva  $C$ .

c) Mostre que o campo é conservativo e encontre uma função potencial para ele.

d) Calcule o módulo do trabalho exercido que realiza o campo  $\vec{F}$  sobre um objeto que se move ao longo da curva  $C$ .

*Exercício 6.* Calcule  $\int_C xdx + ydy$  sendo  $C$  a curva parametrizada por  $\vec{r}(t) = (\arctg t, \sin t^3)$ ,  $0 \leq t \leq 1$ .

*Exercício 7.* Em cada item abaixo, verifique se o campo é conservativo sobre o plano  $\mathbb{R}^2$  e, em caso afirmativo, determine  $\phi$  tal que  $\vec{F} = \nabla\phi$ :

a)  $\vec{F}(x, y) = (\log y + 2xy^2, 3x^2y^2 + \frac{xy}{10})$

b)  $\vec{F}(x, y) = (ye^{xy} - \sin x + y^2, xe^{xy} + 2xy)$

**Teorema de Green:**

*Exercício 8.* Calcule a área da elipse  $E : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

*Exercício 9.* Calcule a área da região delimitada pela curva parametrizada por  $\vec{r}(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ , e pelo eixo  $Ox$ .

*Exercício 10.* Considere o campo  $\vec{F}(x, y) = (xy + \log(\cos(1 + \sqrt{x})), x + y^3 e^{3y})$  e  $C$  a fronteira da região delimitada pelas curvas  $y = \frac{1}{4}x^2$  e  $x = y$ . Calcule  $\oint_C \vec{F} d\vec{r}$ .

*Exercício 11.* Calcule a integral  $\oint_C (x^4 - y^3)dx + (x^3 + y^5)dy$ , onde  $C$  é o círculo de raio 2 em torno da origem.

*Exercício 12.* Calcule  $\oint_C (y + e^{\sqrt{x}})dx + (2x + \log y)dy$ , onde  $C$  é a fronteira da região englobada pelas parábolas  $y = x^2$  e  $x = y^2$ .

*Exercício 13.* Seja  $C$  a curva dada pela parte superior da elipse  $y = \sqrt{1 - 4x^2}$  com  $x$  variando de  $-\frac{1}{2}$  a  $\frac{1}{2}$ . Calcule a integral de linha

$$\int_C \left( \frac{xy^2}{1-x^2} - xy + 1 \right) dx - y \log(1-x^2) dy$$

*Exercício 14.* Seja  $\Omega$  o interior do conjunto hachurado abaixo e  $C$  um caminho contido em  $\Omega$  com ponto inicial em  $A = (1, 1)$  e ponto final em  $B = (2, 2)$ . Calcule:

$$\int_C \frac{-y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy$$

