

Elementos de Teoria dos Números (2020.3) - Lista 2  
Prof. Ricardo Bortolotti

**Capítulo 2 (Congruência)**

1. Resolva as seguintes congruências:  $5x \equiv 3 \pmod{24}$ ,  $3x \equiv 1 \pmod{10}$ .
2. Mostre que  $5n^3 + 7n^5 \equiv 0 \pmod{12}$  para todo inteiro  $n$ .
3. Mostre que  $3^{10} \equiv 1 \pmod{11^2}$ .
4. Mostre que se  $p$  e  $q$  são primos distintos, então  $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}$ .
5. Encontre um inteiro positivo  $x$  tal que  $x \equiv 2 \pmod{7}$ ,  $x \equiv 3 \pmod{11}$  e  $x \equiv 4 \pmod{13}$ .
6. Mostre que  $a^7 \equiv a \pmod{21}$  para todo inteiro  $a$ .
7. Mostre que  $\sqrt[n]{k}$  é irracional se  $k$  não é a  $n$ -ésima potência de um inteiro.
8. Encontre um sistema completo de resíduos módulo 7 formado somente por múltiplos de 6.
9. Dado um primo  $p$ , é sempre possível encontrar um sistema completo de resíduos módulo  $p$  formado só por primos?