LISTA 2 - CÁLCULO 3, 2016.1
TURMAS T1 E T6 (PROF RICARDO)

Atualizado em: April 6, 2016. Caso encontre erros, favor escrever para ricardo@dmat.ufpe.br.

Integrais de linha:

Exercício 1. Calcule $\int_C (x+yz)dx + 2xdy + xyzdz$, onde C é a poligonal formada pela união dos segmentos ligando $A_0 = (1,0,1)$ a $A_1 = (2,3,1)$ e A_1 a $A_2 = (2,5,2)$

Exercício 2. Calcule $\int_C x^4 dx + xydy$, onde C é a curva triangular com vértices $(0,0)$ $(1,0)$ e $(0,1)$ percorrida no sentido anti-horário.

Exercício 3. Sem usar o Teorema de Green, calcule $\int_C -ydx + xdy$, onde C corresponde a uma volta na elipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ percorrida no sentido anti-horário.

Exercício 4. Calcule $\int_C x^3 ydx + x^2y^2dy$, onde C é uma curva lisa qualquer contida no círculo centrado na origem de raio R.

Campos conservativos:

Exercício 5. Dado o campo vetorial $\overrightarrow{F}(x,y,z) = \left(\frac{z}{x^2+z^2}, 2y, \frac{-2x}{x^2+z^2}\right)$.

a) Encontre o trabalho realizado pelo campo sobre uma particula que se desloca no círculo $\overrightarrow{r}(t) = (3\operatorname{sen} t, 1, 3\cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

c) Podemos dizer que o campo $\overrightarrow{F}$ com domínio no complementar do eixo y é conservativo?

Exercício 6. Para quais valores de a e b, o campo $\overrightarrow{F}(x,y) = (3x^{a+1}y^{b+1}, 2x^{a+2}y^b)$ é conservativo? Para tais valores, determine ϕ tal que $\overrightarrow{F} = \nabla\phi$.

Exercício 7. Considere a curva C dada por $x = \sqrt{16 - y^4}$ e o campo vetorial $\overrightarrow{F}(x,y) = (3x^2y + 1, x^3 + 1)$.

a) Encontre uma parametrização da curva C.

b) Encontre os extremos da curva C.

c) Mostre que o campo é conservativo e encontre uma função potencial para ele.

d) Calcule o módulo do trabalho exercido que realiza o campo $\overrightarrow{F}$ sobre um objeto que se move ao longo da curva C.

Exercício 8. Calcule $\int_C xdx + ydy$ sendo C a curva parametrizada por $\overrightarrow{r}(t) = (\operatorname{arctg} t, \operatorname{sen} t^3)$, $0 \leq t \leq 1$.

Exercício 9. Em cada item abaixo, verifique se o campo é conservativo sobre o plano $\mathbb{R}^2$ e, em caso afirmativo, determine ϕ tal que $\overrightarrow{F} = \nabla\phi$:

a) $\overrightarrow{F}(x,y) = (\log y + 2xy^2, 3x^2y^2 + \frac{xy}{10})$

b) $\overrightarrow{F}(x,y) = (xy\cosh(xy) + \operatorname{senh}(xy), x^2\cosh(xy))$

Teorema de Green:

Exercício 10. Calcule a área da elipse $E : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Exercício 11. Calcule a área do interior da curva parametrizada por $\overrightarrow{r}(t) = (cos^3 t, sent)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Exercício 12. Calcule a área da região delimitada pela curva parametrizada por $\overrightarrow{r}(t) = (t - \operatorname{sen} t, 1 - \cos)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, e pelo eixo Ox.

Exercício 13. Usando o Teorema de Green, calcule $\int_C -ydx + xdy$, onde C é uma curva que percorre a elipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ no sentido anti-horário.

Exercício 14. Considere o campo $\overrightarrow{F}(x,y) = (xy + \log(\cos(1+\sqrt{x})), x + y^3 e^{3y})$ e C a fronteira da região delimitada pelas curvas $y = \frac{1}{4}x^2$ e $x = y$. Calcule $\oint_C \overrightarrow{F} d\overrightarrow{r}$.

Exercício 15. Seja C a curva dada pela parte superior da elipse $y = \sqrt{1-4x^2}$ com x variando de $-\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{2}$. Calcule a integral de linha

$$\int_C \Big(\frac{xy^2}{1-x^2} - xy + 1\Big)dx - y\log(1-x^2)dy$$

Exercício 16. Calcule a integral $\oint_C (x^4 - y^3)dx + (x^3 + y^5)dy$, onde C é o círculo de raio 2 em torno da origem.

Exercício 17. Calcule $\oint_C (y + e^{\sqrt{x}})dx + (2x + \log y)dy$, onde C é a fronteira da região englobada pelas parábolas $y = x^2$ e $x = y^2$.

Exercício 18. Encontre uma curva fechada simples positivamente orientada C para a qual o valor da integral de linha $\oint_C (y^3 - y)dx - 2x^3 dy$ é máximo.

Exercício 19. Seja Ω o interior do conjunto hachurado abaixo e C um caminho contido em Ω com ponto inicial em $A = (1,1)$ e ponto final em $B = (2,2)$. Calcule:

$$\int_C \frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy$$