

Elementos de Teoria dos Números (2020.3) - Lista 3
Prof. Ricardo Bortolotti

Capítulo 1 (Divisibilidade)

1. Escreva os números 180 e 357 como soma de números de Fibonacci. Mostre que todo inteiro positivo pode ser escrito como a soma de números de Fibonacci distintos. É única essa soma?
2. Seja $U_n = 111 \cdots 1$ um número formado por n 1's. Prove que U_n primo implica n primo.
3. Sejam a e b inteiros positivos tais que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ é inteiro, mostre que $a = b$ e $a = 1$ ou $a = 2$.
4. Mostre que $n(n+1)(n+2)(n+3) + 1$ é um quadrado perfeito para todo inteiro n .
5. Mostre que se $a^n - 1$ é primo, $n > 1$ e $a > 1$, então $a = 2$ e n é primo.
6. Mostre que se $2^n + 1$ é um primo ímpar então n é uma potência de 2.
7. Mostre que todo inteiro maior que 11 é a soma de dois inteiros compostos.

Capítulo 3 (Teoria Combinatória dos Números)

1. Existe 83 casas em uma rua. As casas são numeradas com números entre 100 e 262 (inclusive). Mostre que pelo menos duas casas têm números consecutivos.
2. Mostre que 11 divide infinitos números da forma $363636 \cdots 36$.
3. Encontre a maior subsequência crescente e a maior subsequência decrescente para a sequência: 5, 10, 2, 8, 3, 12, 14, 17, 9, 7.