Medida e Integração   Lista 3 (2017.2)

Prof. Ricardo Bortolotti

Modos de convergência, Decomposição de medidas e Teorema de Radon-Nikodym (capítulos 7 e 8)

1. Exercícios 7.A e 7.C do Bartle.

2. Exercícios 7.B, 7.C, 7.E, 7.J e 7.K do Bartle.

3. Exercícios 7.D e 7.L do Bartle.

4. Exercício 7.O do Bartle.

5. Exercício 8.D do Bartle.

6. Exercício 8.J do Bartle.

7. Exercícios 8.O e 8.P do Bartle.

8. (Exercício 31, Capítulo 11, Royden) Sejam (X, Σ) um espaço mensurável e ν uma medida com sinal. Se f é mensurável e $|f| \leq M$, então para todo $E \in \Sigma$

$$\left| \int_E f d\nu \right| \leq M|\nu|(E).$$

   Além disso, existe uma função mensurável f com $|f| \leq 1$ tal que

$$\left| \int_E f d\nu \right| = |\nu|(E)$$

   para todo $E \in \Sigma$.

9. Se $f_n \to f$ em medida, $g_n \to g$ em medida e $\lambda \in \mathbb{C}$, então:

   a) $f_n + g_n \to f + g$ em medida e $\lambda f_n \to \lambda f$ em medida.

   b) $f_n g_n \to fg$ em medida se $\mu(X) < +\infty$, mas não necessariamente se $\mu(X) = +\infty$.

10. Seja μ a medida de contagem em $(\mathbb{N}, \mathcal{P}(\mathbb{N}))$, então $f_n \to f$ em medida se e somente se $f_n \to f$ uniformemente.