Sistemas Dinâmicos   Lista 3 (2017.2)

Prof. Ricardo Bortolotti

Matrizes hiperbólicas. Sub-shifts de tipo finito. Automorfismos lineares do toro. Pontos periódicos hiperbólicos e Teorema de Hartman-Grobman. (seções 3.2, 4.9, 5.6, 5.7, 7.3 e 7.5)

1. Considere $\sigma_A : \Sigma_A \to \Sigma_A$ o sub-deslocamento de tipo finito associado a uma matriz de transição A. Se A é irredutível, então $Per(\sigma_A)$ é denso em Σ_A.

2. A função zeta para T é definida por $\zeta_T(t) = \exp\Big(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\#Fix(T^k)}{k} t^k\Big)$. Prove que a função zeta é invariante por conjugações (isto é, se T_1 é topologicamente conjugada a T_2 então $\zeta_{T_1} = \zeta_{T_2}$).

3. Sejam $T : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função de classe C^1, $I_1, \cdots, I_k$ intervalos fechados dois a dois disjuntos, $k \geq 2$, $I = \cup_{j=1}^{k} I_j$ e $\lambda > 1$ tal que $|T'(x)| \geq \lambda$ para $x \in I \cap T^{-1}I$. Suponha que para todo i, j:
$$T(I_i) \supset I_j \quad \text{ou} \quad T(I_i) \cap I_j = \emptyset.$$
Considere o conjunto $\Lambda := \cap_{k=0}^{\infty} T^{-k}(I) \subset I$ e a matriz quadrada $A = [a_{ij}]$ definida por: $a_{ij} = 1$ se $T(I_i) \supset I_j$ e $a_{i,j} = 0$ se $T(I_i) \cap I_j = \emptyset$. Prove que $T_{|\Lambda}$ é conjugada ao sub-deslocamento de tipo finito σ_A.

   Obs: Note que este exercício é similar ao Exercício 3 da primeira lista, apenas a condição $f(I_i) \supset I$ foi substituída por: $f(I_i) \supset I_j$ ou $f(I_i) \cap I_j = \emptyset$.

4. Exercício 4.7 do Robinson (isomorfismos não-hiperbólicos induzem dinâmicas não estruturalmente estáveis).

5. Sejam M uma variedade diferenciável, $f : M \to M$ um difeomorfismo e p um ponto fixo hiperbólico de f, então existe uma vizinhança de p que não contém outro ponto fixo distinto de p.

6. Sejam M uma variedade compacta e $f : M \to M$ um difeomorfismo C^1-estruturalmente estável, então todos os pontos fixos de f são hiperbólicos.

7. Exercício 5.24 do Robinson.

8. Exercício 5.25 do Robinson (pontos fixos do mapa de Hénon).

9. Exercício 5.29 do Robinson.

10. Exercício 7.23 do Robinson (exibir automorfismos lineares hiperbólicos no toro $\mathbb{T}^n$).

11. Exercício 7.24 do Robinson (dependência sensível às condições iniciais para um automorfismo hiperbólico no toro).