

Elementos de Teoria dos Números (2020.3) - Lista 5
Prof. Ricardo Bortolotti

Capítulo 5 (Resíduos Quadráticos)

1. Calcular $\left(\frac{48}{97}\right)$, $\left(\frac{235}{991}\right)$ e $\left(\frac{138}{883}\right)$.
2. Encontre os resíduos quadráticos e não-quadráticos de 19 e 23.
3. Mostre que não existe n tal que $7|4n^2 - 3$.
4. Para p primo ímpar, mostre que $\left(\frac{3}{p}\right) = 1$ se $p \equiv \pm 1 \pmod{12}$ e $\left(\frac{3}{p}\right) = -1$ se $p \equiv \pm 5 \pmod{12}$.
5. Mostre que 17 é resíduo quadrático módulo 19 utilizando o Lema de Gauss.
6. Diga se a congruência $3x^2 \equiv 12 \pmod{13}$ possui solução ou não.
7. Calcular $\left[\frac{327}{635}\right]$, $\left[\frac{429}{563}\right]$ e $\left[\frac{181}{991}\right]$.
8. Sendo p e q primos ímpares distintos com $p \equiv q \equiv 3 \pmod{4}$, mostre que p é um resíduo quadrático módulo q se, e somente se, q não é resíduo quadrático módulo p .
9. Existem inteiros m e n tais que $5m^2 - 6mn + 7n^2 = 1985$?