Dinâmica Hiperbólica - Primeira Prova

(18 de Novembro de 2019)

Em toda a prova, $f : M \to M$ é um difeomorfismo de classe C^1 e M uma variedade compacta.

Questão 1. (2.0) Enuncie:

(a) O Teorema de Hartman-Grobman.

(b) O Teorema da Variedade Estável para pontos fixos hiperbólicos.

(c) O λ-Lema (Lema de Inclinação).

(d) A definição de conjunto hiperbólico e o Teorema da Variedade Estável para conjuntos hiperbólicos.

(e) O Lema de Sombreamento para conjuntos hiperbólicos com EPL.

(f) O Teorema da Decomposição Espectral.

Questão 2. (2.0) Considere um isomorfismo linear $A \in GL(\mathbb{R}^n)$ que não é hiperbólico. Então para todo ϵ existe um isomorfismo B com $\|B - A\| < \epsilon$ tal que A e B não são localmente conjugados.

Questão 3. (2.0) Dizemos que $x \in M$ é um ponto *recorrente por cadeias* se para todo $\epsilon > 0$ existe uma ϵ-pseudo órbita periódica $\{x_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$ com $x_0 = x$. Denotamos por $R(f)$ o conjunto dos pontos recorrentes por cadeia.

(a) (0.5) Mostre que $R(f)$ é fechado e invariante.

(b) (1.5) Mostre que se $R(f)$ é hiperbólico, então $R(f)$ tem estrutura de produto local e $\overline{Per(f)} = R(f)$.

Questão 4. (1.0) Dê um exemplo de um difeomorfismo f e um conjunto hiperbólico Λ tal que os pontos periódicos de $f|_\Lambda$ não são densos nele.

Questão 5. (1.0) Mostre que se $L(f)$ é hiperbólico, então $W^s(x)$ e $W^u(x)$ são variedades C^1 imersas em M para todo $x \in M$.

Questão 6. (2.0) Mostre que se f é um difeomorfismo Axioma-A, então f não tem 1-ciclo.

Questão 7. (2.0) Mostre que se existe um ponto periódico hiperbólico $p \in M$ tal que $W^s(p)$ e $W^u(p)$ são densas em M, então f é topologicamente misturadora.