Sistemas Dinâmicos - Segunda Prova

(08 de Novembro de 2017)

Em toda a prova, M é uma variedade compacta e $f : M \to M$ é um difeomorfismo de classe C^r, $r \geq 1$.

Questão 1. (1.5) Enuncie:

(a) (0.4) O Teorema de Hartman-Grobman.

(b) (0.4) O Teorema da Variedade Estável para pontos fixos hiperbólicos.

(c) (0.7) A definição de conjunto hiperbólico e o Teorema da Variedade Estável para conjuntos hiperbólicos.

Questão 2. (2.0) Suponha que $A \in M(n \times n)$ não é uma matriz hiperbólica. Prove que o mapa $A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ não é C^k-estruturalmente estável para qualquer $k \geq 1$.

Questão 3. (2.5) Dizemos que $x \in M$ é um ponto *recorrente por cadeias* se para todo $\epsilon > 0$ existe uma ϵ-pseudo órbita periódica $\{x_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ com $x_0 = x$. Denotamos por $R(f)$ o conjunto dos pontos recorrentes por cadeia.

(a) (0.5) Mostre que $R(f)$ é fechado e invariante.

(b) (1.0) Mostre que se $R(f)$ é hiperbólico, então $R(f)$ tem estrutura de produto local.

(c) (1.0) Mostre que se $R(f)$ é hiperbólico, então $\overline{Per(f)} = R(f)$.

Questão 4. (2.0) Considere $\sigma_A : \Sigma_A \to \Sigma_A$ o sub-deslocamento de tipo finito associado a uma matriz de transição eventualmente positiva $A \in M(k \times k)$, $k \geq 2$. Definindo

$$N_n(\sigma_A) := \#\{x \in \Sigma_A | \sigma_A^n(x) = x\},$$

prove que

$$\limsup_{n \to \infty} \frac{\log N_n(\sigma_A)}{n} > 0.$$

Questão 5. (2.0) Se existe um ponto periódico hiperbólico $p \in M$ tal que $W^s(p)$ e $W^u(p)$ são densas em M, então f é topologicamente misturadora.