

ANÁLISE DO AJUSTAMENTO DE UMA REDE GRAVIMÉTRICA COM ESTUDO DA INFLUÊNCIA DE INJUNÇÃO DE OBSERVAÇÕES ORIUNDAS DE UM GRAVÍMETRO DIGITAL SCINTREX MODELO CG-3M: APLICAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE PRECISÃO E CONFIABILIDADE

Guataçara dos Santos Junior^{1,2}
Sílvio Rogério Correia de Freitas²
Camil Gemael²
Pedro Luis Faggion²

¹ Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná – CEFET/PR - Unidade de Ponta Grossa – guata@pg.cefetpr.br

² Universidade Federal do Paraná – UFPR – Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas – sfreitas@ufpr.br

RESUMO

No início de 2002, foram implantadas 21 estações gravimétricas no estado do Paraná e uma no estado de São Paulo, com o objetivo de obter uma rede da referência para a gravidade com melhor qualidade às demais redes relativas existentes no Brasil. Foram utilizados no levantamento, quatro gravímetros. Destes, foram utilizados três tipo LaCost&Romberg e um digital Scintrex, este modelo CG-3M. Destes, foram utilizados três tipo LaCost&Romberg e um digital Scintrex, este modelo CG-3M. Devido à metodologia empregada no levantamento e as estratégias utilizadas no ajustamento, diversas soluções para a rede foram propostas. Na análise destas soluções, sentiu-se a necessidade de se utilizar critérios bem definidos para comparação. Percebeu-se que não é suficiente apenas a análise de precisão. Outro critério foi necessário para se concluir a análise. Foram utilizados os critérios de precisão e de confiabilidade para redes geodésicas. Neste trabalho, apresenta-se a análise de precisão e confiabilidade para três soluções. Uma destas, gerada com a integração de observações unicamente oriundas de gravímetros LaCost&Romberg. Outras duas soluções são geradas integrando observações Scintrex a primeira solução obtida. Em uma destas duas soluções, utiliza-se o conceito de escore padronizado para classificação das observações Scintrex. Na segunda, não se utiliza nenhum critério de classificação. Portanto, considerando os critérios propostos neste trabalho para análise de uma rede gravimétrica, apresenta-se à estabilidade obtida para a rede processada unicamente com observações LaCost&Romberg e a influência causada a mesma pela injunção de observações Scintrex.

Palavras-chave: Rede Gravimétrica, Critérios de Precisão e Confiabilidade.

ANALYSIS OF THE ADJUSTMENT OF A GRAVITY NETWORK WITH STUDY OF THE INFLUENCE OF INJUNCTION OF OBSERVATIONS ORIGINATING FROM OF A DIGITAL GRAVIMETER SCINTREX MODEL CG-3M: APPLICATION OF THE CRITERIA OF PRECISION AND RELIABILITY

ABSTRACT

In the beginning of 2002, 21 gravity stations were implanted in the state of Paraná and one in the state of São Paulo, with the objective of obtaining a network of the reference for the gravity with better quality to the other existent relative networks in Brazil. They were used in the survey, four gravimeters. These, were used three type LaCost&Romberg and a digital Scintrex, this model CG-3M. Due to the methodology used in the survey and the strategies used in the adjustment, several solutions for the network were proposed. In the analysis of these solutions, felt the need to use defined criteria for comparison. It was noticed that is not just enough the analysis of precision. Another criterion was necessary to conclude the analysis. The criteria of precision and reliability for network geodetic were used. In this work, show the analysis of precision and reliability for three solutions. One of these only generated with the integration of observations originating from of gravimeters LaCost&Romberg. Other two solutions are generated integrating observations Scintrex the first obtained solution. In one of these two solutions, the concept of standardized score is used for classification of the observations Scintrex. On second, any classification criterion is not used. Therefore, considering the criteria proposed in this work for analysis of a gravity

network, to show the stability obtained for the network only processed with observations LaCost&Romberg and the caused influence the same for the injunction of observations Scintrex.

Keywords: Gravity Network, Criteria of Precision and Reliability.

1. INTRODUÇÃO

No primeiro mês de 2002, foi projetada a Rede Gravimétrica Científica do Estado do Paraná com o levantamento dos desníveis gravimétricos realizado na seqüência do término do projeto. Esta rede está composta de 21 estações em localidades do Paraná e uma em São Paulo (FREITAS et al., 2002). As estações foram estabelecidas sobre os pontos da Rede GPS de Alta Precisão do Paraná, implantada pela Secretaria do Meio Ambiente e Recursos Hídricos do Paraná (SEMA) - Instituto Ambiental do Paraná (IAP) em parceria com o IBGE. No levantamento foram utilizados três gravímetros tipo LaCost&Romberg e um digital. Utilizou-se o gravímetro digital Scintrex, modelo CG-3M e os gravímetros LaCost&Romberg modelos G-114, G-143 e G-372. Com a metodologia de levantamento, empregada na obtenção dos circuitos gravimétricos (figura 1), bem como as estratégias utilizadas no ajustamento da rede, diferentes soluções para a rede gravimétrica foram possíveis. Em uma das primeiras análises dos dados, foram efetuados ajustamentos individuais, obtendo assim quatro soluções preliminares para a rede, uma para cada um dos quatro gravímetros utilizados no ajustamento. Verificou-se que a solução individual gerada com dados Scintrex mostrou-se mais precisa e mais confiável às soluções individuais geradas com dados LaCost&Romberg. Em um próximo passo de análise das observações, buscou-se uma solução para a rede integrando todas as observações LaCost&Romberg. Neste caso, foram aplicados os critérios de precisão e de confiabilidade para redes geodésicas. Esta solução foi comparada com a solução gerada com dados Scintrex. Nesta comparação, verificou-se que a solução integrada com dados LaCost&Romberg superou a solução gerada somente com dados Scintrex, tanto em precisão como em confiabilidade. Obteve-se então, integrando dados LaCost&Romberg, uma solução para a rede gravimétrica com alto grau de precisão e com uma confiabilidade ótima. O objetivo sempre foi gerar uma solução para a rede integrando todas as observações possíveis em um só ajustamento. Então, desde a análise do comportamento individual de cada um dos gravímetros, gerando soluções individuais para a rede, vem se pensando em como integrar observações gravimétricas oriundas de LaCost&Romberg e Scintrex. Um dos objetivos deste trabalho é verificar a influência de dados Scintrex nesta solução gerada com integração de observações LaCost&Romberg, até então considerada como a melhor em precisão e confiabilidade. Para tanto se utilizou como critério de integração de dados Scintrex com dados LaCost&Romberg, o conceito de escore padronizado. Outra solução foi gerada para a rede, simplesmente acrescentando à rede as observações Scintrex, sem nenhum critério de classificação para as mesmas. A análise das soluções obtidas é feita considerando os critérios de precisão e confiabilidade para redes geodésicas.

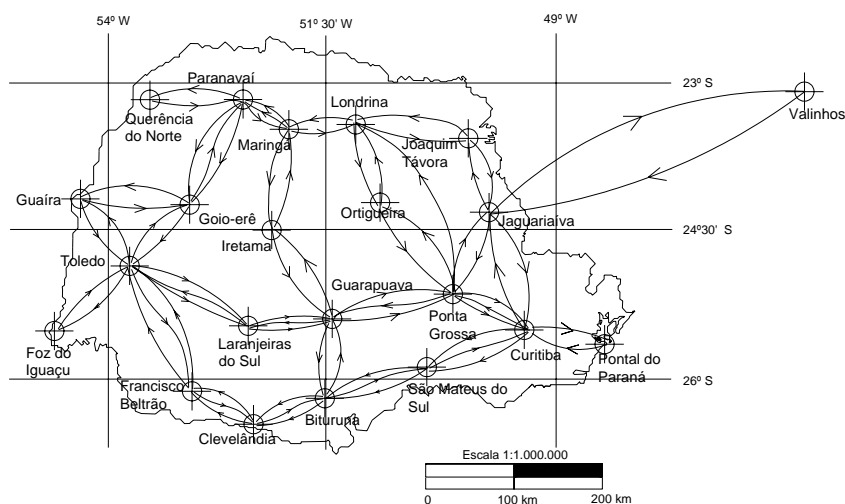


Figura 1 – Circuitos Gravimétricos e Metodologia Aplicada
Fonte: SANTOS JUNIOR et al (2003)

No quadro 1, para facilitar o entendimento no decorrer do trabalho, os micro-circuitos (linhas de desnível gravimétrico entre duas estações) são numerados. Os símbolos ← ou → indicam o sentido em que o valor da gravidade aumenta entre duas estações. Não foram utilizadas as linhas 08, 19b e 22, estas três referentes às estações

que ficaram excêntricas a rede, e as 23a e 23b, estas duas por motivo de terem sido utilizadas para a geração de um fator de escala para os gravímetros LaCost&Romberg envolvidos no levantamento.

Quadro 1 – Linhas de Desnível Gravimétrico Referente às Estações Implantadas na Rede

Linha	Estações Pertencentes à Rede
01	Curitiba → São Mateus do Sul
02	São Mateus do Sul → Bituruna
03	Bituruna → Clevelândia
04	Clevelândia → Francisco Beltrão
05	Francisco Beltrão ← Toledo
06	Toledo → Guaíra
07	Toledo ← Goio-erê
08	Toledo → Foz do Iguaçu
09	Toledo ← Laranjeiras do Sul
10	Laranjeiras do Sul ← Guarapuava
11	Guarapuava → Bituruna
12	Guarapuava → Ponta Grossa
13	Ponta Grossa → Curitiba
14a	Ponta Grossa ← Ortigueira
14b	Ortigueira ← Londrina
15a	Ponta Grossa ← Jaguariaíva
15b	Jaguariaíva → Joaquim Távora
16	Londrina → Joaquim Távora
17	Londrina → Maringá
18a	Maringá → Iretama
18b	Iretama ← Guarapuava
19a	Maringá → Paranavaí
19b	Paranavaí → Querência do Norte
20	Paranavaí → Goio-erê
21	Goio-erê → Guaíra
22	Curitiba → Pontal do Paraná
23a	Curitiba ← Jaguariaíva
23b	Jaguariaíva ← Valinhos

Fonte: SANTOS JUNIOR et al (2003)

2. CRITÉRIO DE PRECISÃO PARA REDES GEODÉSICAS

Os critérios de precisão para redes geodésicas, bem como a sua fundamentação, estão expostos em SANTOS JUNIOR et al. (2003). Os mais importantes critérios de precisão e exigências para a rede geodésica, são citados pormenorizados em (DUPRAZ e NIEMEIER, 1981, p. 387; WELSH et al., 2000, p. 133). Dos critérios de precisão existentes para redes geodésicas, os seguintes serão utilizados neste trabalho.

$$\det(\Sigma_{xa}) = \lambda_1 \times \lambda_2 \times \dots \times \lambda_p = \text{mín} \quad (1)$$

é a medida denominada variância generalizada que deve ser mínima;

$$\text{tr}(\Sigma_{xa}) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_i + \dots + \lambda_u = \text{mín} \quad (2)$$

é a medida denominada variância total;

$$\lambda_{\text{máx}} = \text{mín} \quad (3)$$

significa que o quadrado do semi - eixo maior deve ser mínimo, indicando que a precisão de uma rede será tão mais alta quanto menor for o valor próprio máximo da matriz variância - covariância do vetor dos parâmetros ajustados;

$$\frac{\lambda_{\text{máx}}}{\lambda_{\text{mín}}} = 1 \quad (4)$$

é conhecida como a condição de isotropia, ou seja, a medida de precisão do ponto é a mesma em todas as direções;

$$\lambda_{\text{máx}} - \lambda_{\text{mín}} = \text{mín} \quad (5)$$

é a condição de homogeneidade, ou seja, as elipses se degeneram em uma circunferência e

$$p_1 = m\sqrt{\lambda_{\max}} \quad (6)$$

onde m é o vetor próprio associado ao λ_{\max} , fornece a direção e o comprimento do eixo principal do elipsóide de confiança em termos da primeira componente principal.

De acordo com CROSSILLA e MARCHESI (1983, p. 308), de todas as possíveis configurações de uma rede geodésica a melhor é aquela que satisfaz as condições (1), (2), (3) e (4)

3. CRITÉRIO DE CONFIABILIDADE PARA REDES GEODÉSICAS

A teoria da confiabilidade serve para a decisão se um erro é detectável e qual influência tem o erro não detectável no ajustamento. Portanto é parte de um conceito para avaliação da qualidade do resultado do ajustamento. BAARDA (1968), propôs o uso do teste global para detecção de erros grosseiros e do teste data snooping para localização destes erros. Os erros que não foram eliminados das observações ocasionam alteração nos parâmetros ajustados. Por isso são necessárias medidas que representem os quantos são confiáveis as observações. A essas medidas dá-se o nome de medidas de confiabilidade. O conceito de confiabilidade introduzido por BAARDA (1968) se subdivide em confiabilidade interna e confiabilidade externa. A primeira quantifica a menor porção do erro existente na observação que pode ser localizado com uma dada probabilidade. A segunda quantifica a influência dos erros não detectáveis nos parâmetros ajustados.

3.1 - TESTE GLOBAL

Com o objetivo de inspecionar o modelo estocástico empregado, calcula-se a estatística

$$\chi^2 = \frac{V^t P V}{\sigma_0^2} = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} r, \quad (7)$$

a qual segue distribuição qui-quadrado, para a detecção de erros grosseiros, em que r é o número de graus de liberdade ou redundância no ajustamento. A variância de uma observação de peso unitário a priori σ_0^2 , sob o nível de significância α , deve ser testada estatisticamente com a variância de uma observação de peso unitário a posteriori $\hat{\sigma}_0^2$.

A rejeição da estatística calculada é indicio de erros grosseiros nas observações ou matriz dos pesos mal estimada ou problema no modelo matemático utilizado.

3.2 - REDUNDÂNCIA PARCIAL

A contribuição de cada observação l_i à redundância r recebe o nome de redundância parcial r_i (FÖRSTNER, 1979, p.64). Estas são obtidas da diagonal principal da matriz R expressa pela relação:

$$R = \frac{1}{\hat{\sigma}_0^2} (\sum v) P, \quad (8)$$

onde $\hat{\sigma}_0^2$, $\sum v$ e P são respectivamente, a unidade de variância a posteriori, a MVC dos resíduos e a matriz dos pesos.

As redundâncias parciais (r_i), calculadas a partir da equação (8), são benéficas ao controle das observações. Estas grandezas pertencem ao intervalo fechado $[0 ; 1]$ (LEICK, 1995, p. 162). De acordo com KAVOURAS(1982, p. 23), tem-se dois casos extremos para o número de redundância r_i . O primeiro caso é o ideal, onde o número de redundância $r_i = 1$. Porém, isto acontece quando uma medida é feita de uma quantidade conhecida; por exemplo; uma distância medida entre dois pontos conhecidos. Neste caso serão revelados 100% de qualquer erro grosseiro no resíduo v_i , e não terá efeito na determinação dos parâmetros desconhecidos. O segundo caso é o do número de redundância $r_i = 0$. Neste caso, o suposto erro grosseiro embutido na observação não afeta em nada os resíduos e então não pode ser descoberto e será transferido diretamente nos parâmetros desconhecidos calculados. Supõe-se duas observações, l_1 e l_2 , com redundâncias parciais $r_1 = 0,20$ e $r_2 = 0,65$. Portanto, um erro grosseiro embutido na observação l_2 tem uma probabilidade maior de ser localizado que um erro grosseiro embutido na l_1 , simplesmente por causa que 65% dos erros grosseiros ∇l_i é refletido no respectivo resíduo v_2 e de contra partida, 20% dos erros grosseiros ∇l_i é revelado no resíduo v_1 referente a observação l_1 . Logo, é fácil perceber que, que mais próximo de 1 os valores das redundâncias parciais estiveram, uma melhor situação se terá quanto a detecção e localização de erros nas observações.

No quadro 2 estão os intervalos recomendados para a orientação da decisão sobre a controlabilidade de observações mediante as redundâncias parciais.

Quadro 2 – Controle de Observações por Meio de Redundâncias Parciais

Intervalo	Controlabilidade
$0 \leq r_i < 0,01$	Não Há
$0,01 \leq r_i < 0,1$	Ruim
$0,1 \leq r_i < 0,3$	Suficiente
$0,3 \leq r_i < 1$	Boa

Fonte: MORAES (2001)

3.3 - CONFIABILIDADE INTERNA

Sob o conceito de confiabilidade interna de uma rede geodésica são reunidos todos os critérios que servem para a detecção e localização de erros grosseiros (MORAES, 2001). Portanto, a análise do teste global e da redundância parcial, também caracteriza análise de confiabilidade interna.

A confiabilidade interna também quantifica a menor porção do erro existente na observação que pode ser localizado com uma dada probabilidade, ou seja, indica o erro mínimo que se encontra em uma observação que é sensível ao teste (FÖRSTNER, 1979; BENNING, 1983; GRIMM-PITZINGER e HANKE, 1988, KUANG, 1996).

Estima-se estatisticamente o valor mínimo do erro detectável na observação (l_i), pela equação (MORAES, 2001, p. 199):

$$\nabla l_{0_i} = \left| \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} \sigma_{l_i} \right|, (i=1, \dots, n) \quad (9)$$

em que: δ_0 , σ_{l_i} e r_i são respectivamente, o parâmetro de não-centralidade, o desvio padrão da i -ésima observação não ajustada e sua respectiva redundância parcial. O parâmetro de não-centralidade (δ_0) é obtido por meio da distribuição normal reduzida (KUANG, 1996, p. 138).

O parâmetro de não-centralidade significa a diferença entre as esperanças matemáticas obtidas na hipótese nula e na hipótese alternativa, ou seja, a distância mínima detectável entre a hipótese nula e a hipótese alternativa. Os valores de δ_0 , para $r = 10$ (para 10 graus de liberdade) se encontram tabelados em KUANG (1996, p. 140). Os valores de δ_0 para diferentes graus de liberdade r , podem ser obtidos no apêndice 3 de KAVOURAS (1982).

Pode-se observar pela equação (9) que ∇l_{0_i} depende (FÖRSTNER, 1979, p. 66; BENNING, 1983, p. 221):

- da precisão das observações, a qual é descrita pelo desvio padrão σ_{l_i} ;
- da geometria da rede, caracterizada pela redundância parcial r_i ;
- do nível de significância α ;
- da qualidade ou poder de teste, como por exemplo, a probabilidade para detectar a observação com erro grosseiro;
- do parâmetro de não-centralidade.

Observe que na (9), o coeficiente $\frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}}$ representa a sensibilidade do teste. É desejável que se tenha

valores pequenos de $\frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}}$ em uma rede geodésica. Um pequeno $\frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}}$ implica em um grande número para r_i . Um grande valor de r_i , implica que um erro grosseiro ∇l_i embutido em uma observação l_i , será mais claramente refletido no correspondente resíduo v_i e conseqüentemente facilmente revelado no teste estatístico utilizado para localizar erros grosseiros. Em outras palavras, o teste torna-se mais sensível e o número de erros grosseiros não detectáveis é reduzido para um mínimo.

De acordo com KAVOURAS (1982, p. 75), se a redundância do sistema é uniformemente distribuída na rede, todos os números de redundância parcial e os valores obtidos para a (9) são praticamente iguais. Em geral isto não ocorre. Diferenças grandes entre os r_i podem ser encontradas em diferentes partes da rede, especialmente no caso de diferentes tipos de observações.

3.3.1 – Teste Data Snooping

O teste data snooping é usado freqüentemente para analisar dados obtidos após ajustamento de uma rede geodésica. BAARDA (1968) propôs o teste data snooping para localização de erros grosseiros examinando os resíduos obtidos pós-ajustamento.

Para observações não correlacionadas, o teste data snooping é avaliado pela estatística (KUANG, 1996, p. 132)

$$n_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} \sim n(0,1), \quad (10)$$

onde v_i e σ_{v_i} são respectivamente o resíduo e o desvio padrão do resíduo referente a i -ésima observação.

De acordo com LEICK(1995, p. 163), pode-se representar σ_{v_i} como:

$$\sigma_{v_i} = \hat{\sigma}_0 \sqrt{q_i} = \hat{\sigma}_0 \sqrt{\frac{r_i}{p_i}} = \hat{\sigma}_0 \sqrt{\frac{r_i \sigma_0^2}{\sigma_0^2}} = \frac{\hat{\sigma}_0}{\sigma_0} \sigma_i \sqrt{r_i}. \quad (11)$$

Isto mostra que a estatística (10) é função do número de redundância parcial r_i .

Para um dado nível de significância α_0 , a estatística (10) é comparada com um valor limite k . A hipótese nula é rejeitada se:

$$|n_i| > k, \quad (12)$$

ou seja, é localizado um erro grosseiro na i -ésima observação.

3.4 - CONFIABILIDADE EXTERNA

A confiabilidade externa trata do efeito de possíveis erros grosseiros ∇_i não detectados e não localizados, sobre os parâmetros incógnitos.

No ajustamento das observações pelo método dos mínimos quadrados na forma paramétrica, o vetor das correções x , que é a solução das equações normais no ajustamento de observações geodésicas, na presença de um erro grosseiro ∇_i é expresso por (MORAES, 2001, p. 201):

$$\hat{x} = -N^{-1}A^tP(L - e_i\nabla_i) = -N^{-1}A^tPL + N^{-1}A^tPe_i\nabla_i = -x + \nabla x \quad (13)$$

onde

- N é a matriz dos coeficientes das equações normais (A^tPA);
- A é a matriz das derivadas das equações de observação em relação às incógnitas;
- P é a matriz dos pesos das observações;
- L é o vetor diferença ($l_0 - l_b$);
- e_i é a i -ésima coluna de uma matriz identidade $n \times n$.

De acordo com LEICK (1995, p.168) e KUANG (1996, p.125), uma estimativa para um erro grosseiro pode ser dada por:

$$\nabla_i = -\frac{v_i}{r_i}. \quad (14)$$

Portanto, o efeito do erro grosseiro não detectado e estimado pela (14) sobre o vetor solução dos parâmetros ajustados é dado por:

$$\nabla x = N^{-1}A^tPe_i\nabla_i. \quad (15)$$

4. AJUSTAMENTO DA REDE

Com o objetivo de ajustar a rede gravimétrica, foi aplicado o Método dos Mínimos Quadrados, na forma paramétrica. A aplicação do ajustamento pelo método dos Mínimos Quadrados na forma paramétrica possibilita calcular quantidades indiretamente, se estas se vinculam matematicamente a outras medidas, as quais são obtidas de forma direta. Utilizaram-se observações independentes e não observações médias para cada linha.

4.1 AJUSTAMENTO DA REDE COM INTEGRAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES LACOST&ROMBERG

O ajustamento da rede iniciou-se com 96 observações, distribuídas em 23 linhas de desníveis gravimétricos entre duas estações pertencentes à rede, oriundas dos gravímetros tipo Lacost&Romberg utilizados no levantamento. Portanto, como se tinha 17 estações gravimétricas como parâmetros, o ajustamento inicia-se com 79 graus de liberdade. Devido à metodologia de levantamento empregada, foi possível obter 6 observações LaCost&Romberg em 9 das 23 linhas levantadas. Nas 14 linhas restantes, foi possível 3 observações LaCost&Romberg em cada uma.

Foram necessários seis ajustamentos da rede para se chegar em uma solução precisa e confiável. Em cada rodada de ajustamento da rede, foram aplicados paralelamente os critérios de precisão e de confiabilidade para redes geodésicas.

Quadro 3 – Número de Observações com suas Respectivas Controlabilidade

intervalo	controlabilidade	número de observações nos ajustamentos					
		1	2	3	4	5	6
$0 \leq r_i < 0,01$	não há	1	1	1	1	1	1
$0,01 \leq r_i < 0,1$	ruim	2	2	2	2	2	2
$0,1 \leq r_i < 0,3$	suficiente	3	1	2	2	2	2
$0,3 \leq r_i < 1$	boa	90	89	87	86	85	84

Neste quadro 3, percebe-se uma ótima situação da rede quanto ao número de redundância parcial das observações. Nos seis ajustamentos efetuados, apresentaram apenas uma observação sem controlabilidade e duas com controlabilidade ruim. Como se pode notar, quase que a totalidade das observações estão pertencendo ao intervalo referente a boa controlabilidade. Destaca-se ainda que, essa grande maioria de observações pertencentes ao intervalo de boa controlabilidade, possui suas respectivas redundâncias parciais acima de 0,60. Isto significa que, existindo alguma dessas observações infectada com erro grosseiro, é grande a chance do teste data snooping localizá-la. No quadro a seguir, são apresentados os resultados do teste global e do teste data snooping. O primeiro teste empregado para detectar possíveis observações infectadas com erros grosseiros e o segundo para localizar essas possíveis observações.

Quadro 4 – Teste Global com Nível de Significância de 5% e Teste Data Snooping

critérios	ajustamentos		
	1	2	3
número de observações	96	93	92
graus de liberdade	79	76	75
sigma a priori	1	1	1
sigma a posteriori	5,34	2,12	1,94
qui-quadrado teórico	[53,3;105,5]	[53,8;102,0]	[52,9;100,8]
qui-quadrado calculado	421,8	161,3	145,8
observações localizadas com a presença de erro	l15b-372 l20-114 l20-372	l16-372	l16-143

Como dito anteriormente e verificando no quadro 4, o primeiro ajustamento foi efetuado com 96 observações Lacost&Romberg. Na aplicação do teste global, o sigma a posteriori foi rejeitado quando confrontado com o sigma a priori. Indício de possíveis observações infectadas com erro grosseiro. Verifica-se no quadro, que o valor do qui-quadrado calculado fica bem fora do intervalo de aceitação do qui-quadrado teórico. Com a aplicação do teste data snooping, tal indício foi confirmado, sendo localizadas três observações infectadas com erro grosseiro. Neste caso, uma observação pertencente à

linha l15b, levantada com o gravímetro 372 e duas observações pertencentes à linha 20, levantadas com os gravímetros 114 e 372. Eliminando essas três do rol de observações, efetuou-se um segundo ajustamento, agora com 93 observações e o mesmo procedimento foi repetido até o sexto ajustamento ser efetuado.

Quadro 5 – Teste Global com Nível de Significância de 5% e Teste Data Snooping

critérios	ajustamentos		
	4	5	6
número de observações	91	90	89
graus de liberdade	74	73	72
sigma a priori	1	1	1
sigma a posteriori	1,54	1,36	1,21
qui-quadrado teórico	[52,1;99,7]	[51,3;98,5]	[50,4;97,4]
qui-quadrado calculado	113,8	99,4	86,8
observações localizadas com a presença de erro	l11-143	l15b-143	nenhuma

Nesta seqüência de ajustamentos, quadros 4 e 5, percebe-se uma melhora na qualidade dos resultados. Ao mesmo tempo em que observações infectadas por erro grosseiro vão sendo eliminadas, há uma tendência do sigma a posteriori para o valor do sigma a priori e o valor do qui-quadrado calculado vai tendendo a pertencer ao intervalo do qui-quadrado teórico.

Chegando então na análise do ajustamento 6, encontra-se uma solução satisfatória. O sigma a posteriori 1,21 é aceito quando confrontado com o sigma a priori. Como conseqüência, o valor do qui-quadrado calculado recai no intervalo de aceitação do qui-quadrado teórico. Isto significa que o teste global não detectou nenhuma observação infectada com erro grosseiro. Mesmo assim aplicou-se o teste data snooping e como confirmação da qualidade alcançada nesta solução, nenhuma observação foi localizada com erro grosseiro. Neste ponto, se aceita então que a solução obtida no ajustamento 6 está isenta de observações infectadas com erros grosseiros.

Nos quadros 6 e 7, são apresentados os resultados da análise de precisão de cada um dos 6 ajustamentos efetuados. Como se esperava, devido aos resultados obtidos e apresentados nos quadros 4 e 5, a precisão da rede só foi melhorando à medida que se avançou do ajustamento 1 para o ajustamento 6.

Quadro 6 – Aplicação do Critério de Precisão

critérios	ajustamentos		
	1	2	3
$\det(\Sigma_{xa})$	1.10^{-63}	1.10^{-68}	5.10^{-69}
$\text{tr}(\Sigma_{xa})$	0,01430	0,00749	0,00695
$\lambda_{\text{máx}}$	0,00696	0,00294	0,00270
$\frac{\lambda_{\text{máx}}}{\lambda_{\text{mín}}}$	5301,48	5630,25	5638,07

Quadro 7 – Aplicação do Critério de Precisão

critérios	ajustamentos		
	4	5	6
$\det(\Sigma_{xa})$	4.10^{-70}	7.10^{-71}	1.10^{-71}
$\text{tr}(\Sigma_{xa})$	0,00604	0,00542	0,00482
$\lambda_{\text{máx}}$	0,00219	0,00194	0,00173

$\frac{\lambda_{\text{máx}}}{\lambda_{\text{mín}}}$	5774,69	5790,62	5805,62
---	---------	---------	---------

Apesar de que já se sabe das observações flagradas com erro grosseiro, mesmo assim aplicou-se a equação (14) nos seis ajustamentos para se estimar a magnitude de erros (∇_i) presentes nas observações e não localizados com o teste data snooping. Em seguida aplicou-se a equação (15), com o objetivo de verificar a influência (∇x) dessas estimativas feitas com a equação (14) sobre os parâmetros. Este procedimento foi realizado nos 6 ajustamentos. Nos quadros 8, 9 e 10, tem-se uma comparação dessa influência sofrida pelos parâmetros com as respectivas precisões obtidas.

Quadro 8 – Comparação da Influência dos Erros Grosseiros Estimados Sobre os Parâmetros com as respectivas precisões obtidas

parâmetros	ajustamentos			
	1		2	
	precisão mGal	influência mGal	precisão mGal	influência mGal
São Mateus do Sul	0,018	0,016	0,011	0,006
Bituruna	0,023	0,028	0,015	0,003
Clevelândia	0,031	0,049	0,020	0,001
Francisco Beltrão	0,033	0,055	0,022	-0,004
Toledo	0,032	0,148	0,024	-0,016
Laranjeiras do Sul	0,033	0,126	0,023	-0,010
Guarapuava	0,013	0,001	0,008	-0,003
Ponta Grossa	0,009	-0,004	0,005	-0,002
Jaguariaíva	0,030	-0,110	0,022	0,037
Joaquim Távora	0,030	-0,032	0,022	0,004
Ortigueira	0,029	-0,081	0,022	-0,020
Londrina	0,029	-0,057	0,022	0,003
Maringá	0,030	-0,003	0,022	-0,037
Iretama	0,037	0,024	0,023	0,003
Paranavaí	0,033	-0,010	0,026	-0,065
Goio-erê	0,033	0,200	0,027	-0,002
Guaíra	0,033	0,214	0,027	-0,037

Quadro 9 – Comparação da Influência dos Erros Grosseiros Estimados Sobre os Parâmetros com as respectivas precisões obtidas

parâmetros	ajustamentos			
	3		4	
	precisão mGal	influência mGal	precisão mGal	influência mGal
São Mateus do Sul	0,011	0,006	0,010	0,007
Bituruna	0,014	0,003	0,013	0,004
Clevelândia	0,019	-0,001	0,017	0,002
Francisco Beltrão	0,021	-0,006	0,018	-0,003
Toledo	0,023	-0,020	0,020	-0,012
Laranjeiras do Sul	0,022	-0,014	0,019	-0,006
Guarapuava	0,008	-0,004	0,007	-0,003
Ponta Grossa	0,005	-0,002	0,005	-0,002
Jaguariaíva	0,021	0,064	0,020	0,018
Joaquim Távora	0,022	0,037	0,024	-0,021
Ortigueira	0,021	-0,046	0,020	-0,003
Londrina	0,021	-0,023	0,020	0,018
Maringá	0,021	-0,067	0,021	-0,009
Iretama	0,022	-0,004	0,020	0,005
Paranavaí	0,025	-0,094	0,024	-0,034
Goio-erê	0,026	-0,008	0,023	0,003
Guaíra	0,026	-0,042	0,023	-0,030

Quadro 10 – Comparação da Influência dos Erros Grosseiros Estimados Sobre os Parâmetros com as respectivas precisões obtidas

parâmetros	ajustamentos			
	5		6	
	precisão mGal	influência mGal	precisão mGal	influência mGal
São Mateus do Sul	0,009	0,006	0,009	0,006
Bituruna	0,013	0,005	0,012	0,005
Clevelândia	0,017	0,003	0,016	0,003
Francisco Beltrão	0,018	-0,001	0,017	-0,001
Toledo	0,019	-0,011	0,018	-0,010
Laranjeiras do Sul	0,018	-0,005	0,017	-0,004
Guarapuava	0,007	-0,001	0,006	-0,001
Ponta Grossa	0,004	-0,001	0,004	-0,001
Jaguariaíva	0,019	0,019	0,018	0,010
Joaquim Távora	0,023	-0,021	0,022	0,014
Ortigueira	0,019	-0,002	0,018	0,007
Londrina	0,019	0,018	0,018	0,027
Maringá	0,019	-0,008	0,018	-0,002
Iretama	0,019	0,005	0,018	0,008
Paranavaí	0,022	-0,034	0,021	-0,028
Goio-erê	0,022	0,004	0,021	0,005
Guaíra	0,022	-0,029	0,021	-0,028

Nos quadros 8, 9 e 10, pode-se claramente verificar a melhora gradativa da precisão dos parâmetros à medida que se avança do ajustamento 1 ao 6. Juntamente com a melhora da precisão, tem-se uma melhora significativa da medida de confiabilidade externa. A influência de erros estimados pela equação (14) sobre os parâmetros vai diminuindo à medida que se avança do ajustamento 1 ao 6. Acrescenta-se que se deseja alcançar estas influências apresentadas nos quadros 8, 9 e 10, em valor absoluto, menor que a respectiva precisão. Por exemplo, na solução obtida do ajustamento 6, tem-se a estação de Ponta Grossa com uma precisão de 4 microgal com uma influência de -1 microgal devido à análise da medida de confiabilidade externa. Neste caso está dentro do que se deseja, pois a influência em valor absoluto é menor que a precisão obtida para a estação. Observa-se agora na solução obtida do ajustamento 6, a estação de Londrina. Se desejar informar o valor ajustado da gravidade da estação de Londrina, pode-se que esta estação foi obtida com uma precisão de 18 microgal, porém, devida a análise da medida de confiabilidade externa realizada, ela está sofrendo uma variação de 27 microgal. Neste caso pode-se dizer que a precisão da estação de Londrina passaria de 18 para 27 microgal.

Com os exemplos das estações de Ponta Grossa e de Londrina citados, pode-se verificar claramente qual a diferença existente entre as soluções obtidas dos ajustamentos 1 e 6 no que diz respeito à confiabilidade externa.

4.2 INFLUÊNCIA EM UMA REDE AJUSTADA COM OBSERVAÇÕES LACOST&ROMBERG DE OBSERVAÇÕES SCINTREX

Nesta investigação, utilizou-se como solução ajustada para a rede gravimétrica à obtida do ajustamento 6, analisado na subseção 4.1. Para análise desta nova solução, têm-se adicionalmente as 89 observações LaCost&romberg, 23 observações Scintrex. Estas 23 observações Scintrex correspondem a uma observação por linha gravimétrica levantada. Não houve nem um tipo de classificação dessas observações Scintrex. Simplesmente foram misturadas as observações LaCost&Romberg. Logo, este novo ajustamento, representado por ajustamento 7, inicia-se com um total de 112 observações e conseqüentemente 95 graus de liberdade. Aqui, repetem-se as mesmas estratégias de análise empregadas na subseção 4.1.

Quadro 11 – Número de Observações com suas Respectivas Controlabilidade

intervalo	controlabilidade	ajustamentos	
		6	7
$0 \leq r_i < 0,01$	não há	1	1
$0,01 \leq r_i < 0,1$	ruim	2	2
$0,1 \leq r_i < 0,3$	suficiente	2	2
$0,3 \leq r_i < 1$	boa	84	107

Comparando os ajustamentos 6 e 7, verifica-se no quadro 11 que não houve nenhum prejuízo quando as redundâncias parciais. Todas as observações Scintrex ficaram pertencentes ao intervalo que caracteriza como a controlabilidade das observações. Dentre todas as observações Scintrex, além de sua controlabilidade pertencer ao intervalo caracterizado por boa, apenas uma observação apresentou redundância parcial igual a 0,88 e as demais acima de 0,90. Isto demonstra que as observações Scintrex apresentam excelente controlabilidade na presença de erros grosseiros.

No quadro a seguir, os resultados do teste global e do teste data snooping são apresentados. Novamente, emprega-se o teste global para detectar observações com possíveis erros grosseiros e o teste data snooping para localizar essas possíveis observações.

Quadro 12 – Teste Global com Nível de Significância de 5% e Teste Data Snooping

critérios	ajustamentos	
	6	7
número de observações	89	112
graus de liberdade	72	95
sigma a priori	1	1
sigma a posteriori	1,21	1,20
qui-quadrado teórico	[50,4;97,4]	[69,92;123,86]
qui-quadrado calculado	86,8	113,65
observações localizadas com a presença de erro	nenhuma	nenhuma

Comparando a solução obtida do ajustamento 6 com a solução obtida do ajustamento 7, verifica-se que a qualidade continua. Constata-se que o sigma a posteriori praticamente não se altera e continua sendo aceito quando confrontado com o sigma a priori. Como consequência, o valor do qui-quadrado calculado recai no intervalo de aceitação do qui-quadrado teórico. Isto significa que o teste global não detectou nenhuma observação infectada com erro grosseiro no ajustamento 7. Mesmo assim aplicou-se o teste data snooping e nenhuma observação foi localizada com erro grosseiro. Percebe-se então que as observações oriundas do gravímetro Scintrex estão coerentes com o conjunto de observações LaCost&Romborg.

No quadro 13, os resultados da comparação de precisão dos ajustamentos 6 e 7 são apresentados.

Quadro 13 – Aplicação do Critério de Precisão

critérios	ajustamentos	
	6	7
$\det(\Sigma_{xa})$	1.10^{-71}	4.10^{-72}
$\text{tr}(\Sigma_{xa})$	0,00482	0,00444
$\lambda_{\text{máx}}$	0,00173	0,00169
$\frac{\lambda_{\text{máx}}}{\lambda_{\text{mín}}}$	5805,62	5396,91

Constata-se, pelos resultados apresentados no quadro 13 que não houve prejuízo na precisão da rede quando se introduziram observações oriundas do gravímetro Scintrex. Até pelo contrário, houve uma pequenina melhora. Mais um indício que observações oriundas do gravímetro Scintrex são compatíveis com observações LaCost&Romberg.

Seguindo a mesma metodologia de análise aplicada na subseção 4.1, estimou-se a magnitude de erros (∇_i) presentes nas observações e não localizados com o teste data snooping. Em seguida aplicou-se a equação (15), com o objetivo de verificar a influência (∇x) dessas estimativas sobre os parâmetros. No quadro 14, tem-se uma comparação dessa influência sofrida pelos parâmetros com as respectivas precisões obtidas entre as soluções obtidas dos ajustamentos 6 e 7.

Quadro 14 – Comparação da Influência dos Erros Grosseiros Estimados Sobre os Parâmetros com as respectivas precisões obtidas

parâmetros	ajustamentos			
	6		7	
	precisão mGal	influência mGal	precisão mGal	influência mGal
São Mateus do Sul	0,009	0,006	0,008	0,005
Bituruna	0,012	0,005	0,012	0,004
Clevelândia	0,016	0,003	0,015	0,002
Francisco Beltrão	0,017	-0,001	0,016	-0,002
Toledo	0,018	-0,010	0,017	-0,012
Laranjeiras do Sul	0,017	-0,004	0,016	-0,004
Guarapuava	0,006	-0,001	0,006	-0,001
Ponta Grossa	0,004	-0,001	0,004	-0,001
Jaguariaíva	0,018	0,010	0,017	0,016
Joaquim Távora	0,022	0,014	0,021	-0,004
Ortigueira	0,018	0,007	0,017	0,005
Londrina	0,018	0,027	0,017	0,026
Maringá	0,018	-0,002	0,018	-0,005
Iretama	0,018	0,008	0,017	0,005
Paranavaí	0,021	-0,028	0,020	-0,033
Goio-erê	0,021	0,005	0,019	0,006
Guáira	0,021	-0,028	0,019	-0,035

No quadro 14, efetivamente constata-se que não houve alteração significativa na precisão dos parâmetros ajustados. Pode-se dizer que a qualidade obtida na medida de confiabilidade externa para o ajustamento 6, se mantém para o ajustamento 7. Inclusive permanecendo as mesmas três estações com influências, em valor absoluto, maiores que as respectivas precisões obtidas. Pode-se então dizer, que as duas soluções comparadas no quadro 14 têm o mesmo grau de qualidade no que diz respeito à medida de confiabilidade externa.

4.3 INFLUÊNCIA EM UMA REDE AJUSTADA COM OBSERVAÇÕES LACOST&ROMBERG DE OBSERVAÇÕES SCINTREX CLASSIFICADAS POR ESCORES PADRONIZADOS

Neste estudo, novamente utilizou-se como solução ajustada para a rede gravimétrica à obtida do ajustamento 6, analisado na subseção 4.1. A diferença dessa solução proposta para a apresentada na subseção 4.2, pelo ajustamento 7, é que agora se faz uma classificação das observações oriundas do gravímetro Scintrex utilizando o conceito de escore padronizado.

Escores padronizados ou escores z permitem comparar mais facilmente, através de sua padronização. Não considera a escala. De acordo com TRIOLA (1999, p. 46), define-se escore padronizado ou escore z como sendo o número de desvios-padrão pelo qual um valor se dista da média, para mais ou para menos.

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}, \quad (16)$$

onde \bar{x} é a média aritmética de uma amostra de valores, s é o desvio-padrão dessa amostra e x é um valor a ser testado.

A importância dos escores z reside no fato de que eles permitem distinguir entre valores usuais e valores raros ou incomuns. Consideram-se como valores usuais os valores cujos escores padronizados estão entre -2,00 e 2,00 e incomuns ou raros os valores com escores z inferior a -2,00 ou superior a 2,00.

Em cada uma das 23 linhas de desnível gravimétrico, calculou-se a média aritmética e o desvio-padrão do conjunto das observações LaCost&Romberg. Em seguida aplicou-se a equação (16), testando uma a uma das 23 observações Scintrex em suas respectivas linhas gravimétricas. Obteve-se então, o escore padronizado referente a cada uma das observações Scintrex. Das 23 observações Scintrex testadas, 7 observações obtiveram escore padronizado menor que -2,00 ou maior que 2,00. Essas observações Scintrex são referentes às linhas I11, I14b, I15b, I16, I18a, I20 e I21.

Para análise desta nova solução, retiramos do conjunto de observações utilizadas no ajustamento 7 analisado na subseção 4.2 as observações Scintrex consideradas como incomuns pela análise de escore padronizado. Portanto, esta outra solução será obtida pelo ajustamento representado por ajustamento 8. Este ajustamento inicia-se com um total de 105 observações e conseqüentemente 88 graus de liberdade. As análises de precisão e confiabilidade das soluções geradas pelos ajustamentos 6, 7 e 8 são comparadas nos quadros abaixo.

Quadro 15 – Número de Observações com suas Respectivas Controlabilidade

intervalo	controlabilidade	ajustamentos		
		6	7	8
$0 \leq r_i < 0,01$	não há	1	1	1
$0,01 \leq r_i < 0,1$	ruim	2	2	2
$0,1 \leq r_i < 0,3$	suficiente	2	2	2
$0,3 \leq r_i < 1$	boa	84	107	100

A confiabilidade quanto ao número de redundância parcial para a solução gerada pelo ajustamento 8 continua sendo do mesmo grau que as soluções geradas pelos ajustamentos 6 e 7. As observações Scintrex, continuam com número de redundância em sua grande maioria acima de 0,90.

Quadro 16 – Teste Global com Nível de Significância de 5% e Teste Data Snooping

critérios	ajustamentos		
	6	7	8
número de observações	89	112	105
graus de liberdade	72	95	88
sigma a priori	1	1	1
sigma a posteriori	1,21	1,20	1,18
qui-quadrado teórico	[50,4;97,4]	[69,92;123,86]	[63,94; 115,84]
qui-quadrado calculado	86,8	113,65	104,12
observações localizadas com a presença de erro	nenhuma	nenhuma	nenhuma

Conforme os resultados apresentados no quadro 16, o mesmo desempenho apresentado pelos ajustamentos 6 e 7, se repete para o ajustamento 8. Também nesta análise, a metodologia utilizada para classificar as observações Scintrex não causou nenhum tipo de prejuízo.

Quadro 17 – Aplicação do Critério de Precisão

critérios	ajustamentos		
	6	7	8
$\det(\Sigma_{xa})$	1.10^{-71}	4.10^{-72}	4.10^{-72}
$\text{tr}(\Sigma_{xa})$	0,00482	0,00444	0,00447
$\lambda_{\text{máx}}$	0,00173	0,00169	0,00159
$\frac{\lambda_{\text{máx}}}{\lambda_{\text{mín}}}$	5805,62	5396,91	5437,46

Com os resultados de precisão da solução gerada pelo ajustamento 8 apresentados no quadro 17, observa-se que não houve prejuízo na precisão da rede quando comparada com as soluções geradas pelos ajustamentos 6 e 7. Nos quadros a seguir, percebe-se que realmente a precisão dos parâmetros não se alterou e nem a confiabilidade externa.

Quadro 18 – Comparação precisões obtidas

parâmetros	ajustamentos		
	6	7	8
	precisão mGal	precisão mGal	precisão mGal
São Mateus do Sul	0,009	0,008	0,009
Bituruna	0,012	0,012	0,012
Clevelândia	0,016	0,015	0,015
Francisco Beltrão	0,017	0,016	0,016
Toledo	0,018	0,017	0,017
Laranjeiras do Sul	0,017	0,016	0,016
Guarapuava	0,006	0,006	0,006
Ponta Grossa	0,004	0,004	0,004
Jaguariaíva	0,018	0,017	0,017
Joaquim Távora	0,022	0,021	0,021
Ortigueira	0,018	0,017	0,018
Londrina	0,018	0,017	0,018
Maringá	0,018	0,018	0,018
Iretama	0,018	0,017	0,017
Paranavaí	0,021	0,020	0,021
Goio-erê	0,021	0,019	0,019
Guaira	0,021	0,019	0,019

Quadro 19 – Comparação da Influência dos Erros Grosseiros Estimados Sobre os Parâmetros

parâmetros	ajustamentos		
	6	7	8
	influência mGal	influência mGal	influência mGal
São Mateus do Sul	0,006	0,005	0,006
Bituruna	0,005	0,004	0,005
Clevelândia	0,003	0,002	0,003
Francisco Beltrão	-0,001	-0,002	-0,002
Toledo	-0,010	-0,012	-0,011
Laranjeiras do Sul	-0,004	-0,004	-0,004
Guarapuava	-0,001	-0,001	-0,001
Ponta Grossa	-0,001	-0,001	-0,001
Jaguariaíva	0,010	0,016	0,014
Joaquim Távora	0,014	-0,004	0,014
Ortigueira	0,007	0,005	0,008
Londrina	0,027	0,026	0,028
Maringá	-0,002	-0,005	-0,006
Iretama	0,008	0,005	0,006
Paranavaí	-0,028	-0,033	-0,034
Goio-erê	0,005	0,006	0,006
Guaíra	-0,028	-0,035	-0,033

5. CONCLUSÃO

Sabe-se da importância existente na definição do projeto de uma rede gravimétrica, principalmente na obtenção de uma melhor geometria para a rede, escolha dos pesos das observações, bem como da seleção de pelo menos duas estações absolutas na região do levantamento tal que seja possível gerar um fator de escala para os instrumentos na época dos levantamentos. Enfatiza-se que o processamento dos dados também é muito importante. Com as análises apresentadas neste trabalho, mostra-se que não se deve julgar a qualidade de uma rede gravimétrica apenas pela precisão dos parâmetros. Critérios adicionais devem ser utilizados. Além dos critérios de precisão, o critério de confiabilidade deve ser aplicado. Em muitos estudos sobre redes gravimétricas, como é este caso, diversas soluções para a rede são propostas, com diferentes precisões. Dentre essas soluções, qual a mais confiável? Daí a importância de se utilizar o critério de confiabilidade. Nem sempre, a solução mais precisa é também a mais confiável. Uma análise de detecção e localização de erros grosseiros nas observações deve ser avaliada. A precisão obtida para as estações deve ser sempre comparada com a medida de confiabilidade externa, para que se alcance o desejável. Deve-se desejar uma rede precisa e confiável seguindo os critérios estabelecidos neste trabalho.

Outra contribuição deste trabalho está relacionada com a qualidade de observações oriundas de uma gravímetro digital Scintrex. Verificou-se através dos resultados preliminares obtidos neste trabalho, que é possível integrar observações oriundas do gravímetro Scintrex com as oriundas de gravímetros LaCost&Romberg para o estabelecimento, por exemplo, de uma rede gravimétrica de alta precisão. Os resultados descritos nas subseções 4.2 e 4.3, mostram que, fazendo uma classificação à priori ou não das observações Scintrex, estas não afetaram as condições da rede pré-estabelecida com observações LaCost&Romberg. As observações Scintrex mostraram-se compatíveis com observações LaCost&Romberg no estabelecimento da rede, tanto em precisão como em confiabilidade, o que é muito importante. Neste estudo preliminar, a integração de observações Scintrex com observações LaCost&Romberg no estabelecimento de uma nova solução para a rede, apresentou uma contribuição positiva. Neste caso, além de melhorar a confiabilidade com um aumento no número de graus de liberdade, manteve a precisão das estações levantadas na mesma ordem.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAARDA, W. (1968). **A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks**, New Series, Vol.2, nº 5, Delft.

BENNING, W. (1983). **Tunneldurchschlagsprognosen mittels Pseudostrecken**. Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart, v. 108, n. 6, p. 220-226.

- CROSSILA, F.; MARCHESI, C. (1983). Geodetic network optimization for the detection of crustal movements using a mekometer. **Bolletino di Geodesia e Science Affini**, Firenze, v. 42, n. 3, p.301-315.
- DUPRAZ, H.; NIEMEIER, W. (1981). **Beurteilungskriterien für Geodätischer Netze**. In: Beiträ zum II. Internationalen Symposium über Deformationsmessungen mit Geodätischen Methoden. Bonn 25-28. September 1978. Herausgegeben von Ludger Hallermann, Bonn. Stuttgart: Wittwer, S., 386-400,.
- FÖRSTNER, W. (1979). Das Programm TRINA zur Ausgleichung und Güntebeurteilung geodätischer Lagenetze. **Zeitschrift für Vermessungswesen**, Stuttgart, v. 104, n. 2, p. 61-72.
- FREITAS, S. R. C.; SANTOS JUNIOR, G.; FAGGION, P. L.; GEMAEL, C.; SILVA JR, J. S.; SIMÕES, K.; (2002). Concepção dos Levantamentos Gravimétricos para o Estabelecimento de Rede Gravimétrica de Alta Precisão no Estado do Paraná. **Série em Ciências Geodésicas**, Curitiba, Vol.2, 41 - 56.
- SANTOS JUNIOR G.; FREITAS, S. R. C.; FAGGION P. L.; SILVA JR, J. S.; SIMÕES, K.; GEMAEL, C. (2003). Estratégias de Processamento da Rede Gravimétrica Científica do Paraná. **Série em Ciências Geodésicas**, Curitiba, Vol.3, 133 - 144.
- GRIMM-PITZINGER, A.; HANKE, K. (1988). **Zur äußeren Zuverlässigkeit in ingenieurgeodätischen Netzen**. Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart, v. 113, n. 3, p. 134-137.
- KAVOURAS M., (1982). **On the Detection of Outliers and the Determination of Reliability in Geodetic Networks**. Canadá: Fredericton. University of New Brunswick, Department of Surveying Engineering. Technical Report, n° 87.
- KUANG, S. (1996). **Geodetic Network Analisis and Optimal Design: concepts and applications**. Chelsea: Ann Arbor Press.
- LEICK, A. (1995). **GPS Satellite Surveying**. John Wiley & Sons, Inc: New lork.
- MORAES, C. V. (2001). **Aprimoramento da Concepção do Modelo Geodésico para a Caracterização de Extremas no Espaço Geométrico**. 277p. Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- TRIOLA, M. F. (1999). **Introdução à Estatística**. Rio de Janeiro, ed. LTC, 7ª edição.
- WELSH, W.; HEUNECCKE, O. ;KUHLMANN, H. (2000). **Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen**. Heidelberg: Wichmann. (Handbuch Ingenieurgeodäsie).