

EVOLUÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA TERRA–LUA: UM MODELO SEMI-EMPÍRICO

Alteni Fidelis Pimenta¹
Luiz Danilo Damasceno Ferreira²
Germano Bruno Afonso²

¹Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG - apimenta26@hotmail.com

²Universidade Federal do Paraná – UFPR - luizdanilo@ufpr.br; afonso@fisica.ufpr.br

RESUMO

Apresenta-se um estudo sobre o fenômeno da desaceleração da Terra e conseqüente expansão da órbita lunar, com o objetivo de investigar a evolução dinâmica do sistema Terra–Lua. Para isto, desenvolveu-se neste trabalho um modelo semi-empírico que descreve a evolução dinâmica do sistema a partir de dados sobre a rotação da Terra fornecidos pelo **IERS – International Earth's Rotation Service**, combinados com equações da Mecânica Celeste. É feito um resumo histórico de estudos já realizados e uma breve explanação dos fatores que produzem alterações na rotação do planeta. Discute-se também como os pesquisadores obtêm a velocidade de rotação da Terra no passado e no presente. Foram obtidas equações, em função do tempo, que fornecem a velocidade angular de rotação da Terra e a distância Terra–Lua. A partir daí, desenvolveu-se uma expressão para o tempo de atraso de resposta da maré à força de atração gravitacional sofrida pela Terra, em função dos parâmetros orbitais da Lua e do tempo. O sistema de equações diferenciais, representativo do modelo, foi integrado para o passado até 4500 Ma pelo método Runge–Kutta. Deste modo, equações que expressam a velocidade de rotação da Terra, distância Terra–Lua, excentricidade e inclinação da órbita lunar foram obtidas em função do tempo. Os resultados foram comparados com aqueles obtidos por métodos que analisam registros datados para tempos geológicos derivados de pesquisas baseadas em sedimentação maregráfica. Foi realizada uma extrapolação para o passado de 4500 Ma, idade aproximada do surgimento do sistema Terra–Lua.

Palavras-chave: Velocidade de Rotação; Afastamento da Lua; Marés.

DYNAMIC EVOLUTION OF THE SYSTEM EARTH–MOON : A SEMI-EMPIRIC MODEL

ABSTRACT

A study about the decrease in the Earth's rotation velocity and the consequent Moon's retreat is reported here, aiming to improve the investigation of the Earth-Moon system. For that, a semi-empiric model combined with Celestial Mechanics equations, based on data improved by IERS (International Earth's Rotation Service), describing the system dynamic evolution was developed. A historical review on the studies performed on this issue is made and the factors producing the Earth's rotation changes are briefly discussed. It is also discussed how the researchers determine the Earth's rotation velocity both in the present and in the past. Equations in function of the time, which provide the Earth's rotation angular velocity and the Earth-Moon distance, were obtained. Based on that, an expression for the reply delay time of the tide to the gravitational attraction force suffered by the Earth, in function of the orbital parameters of the Moon and the time was developed. The differential equations system, which represents the model, was integrated to the past until 4500 Ma by the Runge-Kutta method. Thus, equations that express the Earth's rotation velocity, Earth-Moon distance, eccentricity and inclination of the lunar orbit were gotten in function of the time. The results were compared with analysis of sedimentary cyclic rhythmites. It was accomplished an extrapolation to the past of 4500 Ma, approximate age of Earth-moon system appearance.

Keywords: Earth's Rotation Velocity; Moon's Retreat; Tides.

1. INTRODUÇÃO

As determinações da velocidade de rotação da Terra e conseqüente afastamento da Lua em escalas de tempo de dias, séculos e milhões de anos e a interpretação destas flutuações em termos de processos dinâmicos têm chamado a atenção de pesquisadores de diversas áreas da ciência.

A velocidade de rotação da Terra está vagarosamente diminuindo desde que ela surgiu, causando um aumento na duração do dia. Observações de eclipses ao longo de milhares de anos levaram os astrônomos a concluir também que uma expansão da órbita da Lua ocorria lenta e inexoravelmente, fenômeno este que, na época era inexplicável.

Fatores como a influência da atmosfera, a não constância do momento de inércia da Terra e o irregular acoplamento entre o núcleo condutor elétrico e o manto terrestre semi-condutor, alteram a velocidade de rotação do planeta. No entanto, seus efeitos são insignificantes para variações seculares (foco de interesse deste trabalho), quando comparados com os do atrito produzido pelas marés (AFONSO, 1977).

Atualmente o comprimento do dia está aumentando cerca de 2 ms/sec e a Lua está espiralando para longe da Terra em torno de 3 cm/ano (GOLDREICH, 1972).

Como as correntes maregráficas fluem sobre o fundo dos oceanos, uma turbulenta camada fronteira é criada, na qual uma parte da energia mecânica do movimento das águas é dissipada em forma de calor pelo atrito, ocasionando uma diminuição na velocidade de rotação da Terra.

O princípio da conservação do momento angular requer uma compensação para a perda de momento angular de rotação da Terra através de um ganho de momento angular orbital da Lua, e em decorrência, a velocidade angular do satélite natural altera-se em vista de uma desaceleração do planeta. Ainda, como conseqüência deste fato, a Lua mover-se-á contínua e vagarosamente para longe de nosso planeta por bilhões de anos até que alcance o equilíbrio, ao mesmo tempo que o comprimento do dia irá aumentar até que a Terra e a Lua tenham o mesmo período de revolução e rotação, ou seja, elas terão sempre a mesma face voltada uma para a outra.

As variações na rotação da Terra têm causado enormes tensões no interior do planeta e em sua crosta ao longo de milhares de anos. Efeitos são detectados na dinâmica da atmosfera, formação de ventos globais e evaporação. Estes efeitos que eram bem maiores em outras eras estão se tornando muito mais suaves, mas são ainda evidentes.

Os astrônomos, geofísicos e outros investigadores cuja preocupação é a origem e evolução da Terra são prejudicados pela escassez de evidências. Os eventos de interesse destes estudiosos ocorreram em tempos tão distantes que mesmo registros geológicos são raramente confiáveis (RUNCORN, 1966). Deste modo, traçar a história da desaceleração maregráfica da Terra e evolução da órbita lunar continua sendo hoje, um dos maiores desafios da ciência.

Assim sendo, tem-se como ponto principal deste trabalho, o desenvolvimento de um modelo semi-empírico que descreve a dinâmica do sistema Terra–Lua em termos seculares e fornece a velocidade de rotação da Terra para qualquer tempo, a partir da combinação de dados fornecidos pelo **IERS** com equações da Mecânica Celeste. Para tanto foram desenvolvidos os seguintes pontos:

- equação empírica que fornece a velocidade de rotação da Terra $\omega = \omega(t)$;
- equação semi-empírica que fornece a distância Terra–Lua $a = a(t)$;
- expressão para o tempo de atraso de resposta da maré (Δt), em função dos parâmetros orbitais do sistema Terra–Lua e do tempo;
- integração do sistema de equações diferenciais que descreve o sistema Terra–Lua, a fim de obter as expressões em função do tempo, que forneçam a excentricidade da órbita lunar e sua inclinação em relação ao plano inercial (plano cartesiano XY de um sistema de referência cujo eixo Z, perpendicular a XY, é coincidente com a direção do momento angular total do sistema Terra–Lua).
- os resultados alcançados foram confrontados com aqueles obtidos por cientistas que utilizam diferentes métodos e técnicas para pesquisa da evolução dinâmica do sistema Terra–Lua.

Desse modo, na seção dois é apresentado um resumo das pesquisas realizadas sobre o fenômeno. Na seção três faz-se uma resumida explanação dos fatores que influem no decréscimo da rotação do planeta. A seção quatro, por sua vez, discute as várias maneiras como pesquisadores de diferentes áreas contornam o problema de conhecer a velocidade de rotação do planeta ao longo de sua existência. Na seção cinco, é apresentada a metodologia utilizada. Na seqüência, a seção seis traz a discussão dos resultados e as comparações destes com valores obtidos por outros pesquisadores. Finalmente, na seção sete, são apresentadas as considerações finais.

2. RETROSPECTIVA HISTÓRICA

Halley, em 1695 tentou explicar o fenômeno do decréscimo na velocidade de rotação da Terra relacionando-o às perturbações gravitacionais de outros planetas. Newton, em 1713 sugeriu que a

aparente aceleração da Lua poderia ser devida a essa variação. O filósofo Kant, em 1754 apontou as marés como a causa do fenômeno. Laplace, em 1787 apresentou uma explicação em termos da ação do Sol na órbita lunar, a qual foi contestada mais tarde por não concordar inteiramente com as observações. Mayer, em 1848, foi o primeiro a unir as idéias de uma ação mútua entre Terra e Lua, através da introdução da idéia do momento angular transferido. WELLS (1963), desenvolveu uma metodologia para estimar o número de dias/ano no passado geológico, baseado em análises do crescimento de corais fósseis e recentes. MIGNARD (1979), por sua vez, apresentou um modelo utilizando um valor constante para o atraso de resposta de maré, porém, seu modelo implica em uma catastrófica aproximação da Lua por volta de 2000 Ma (SANT'ANA e AFONSO, 1998). STEPHENSON e MORRISON (1995) estudaram o problema analisando observações de eclipses ocorridas desde 2500 anos atrás. AFONSO (1977) estabeleceu um modelo para a evolução dinâmica do sistema Terra–Lua considerando apenas a dinâmica do raio de uma órbita circular da Lua. Mais tarde foi apresentada uma expressão para o atraso de resposta das marés da Terra que leva em consideração as observações paleontológicas de Wells (SANT'ANA e AFONSO, 1998). Esse modelo semi-empírico considera que a dissipação de energia e o atraso de resposta da maré não são constantes no tempo, e é compatível com as atuais teorias segundo as quais a Lua surgiu há cerca de 4,5 bilhões de anos.

3. FATORES RESPONSÁVEIS PELAS VARIAÇÕES NA ROTAÇÃO DA TERRA

Diversos são os fatores que contribuem para a variação na velocidade de rotação da Terra, os quais são extensamente discutidos por LAMBECK (1980).

3.1 ATMOSFERA

Em escala de tempo sazonal a atmosfera é a principal fonte de excitação das alterações na rotação da Terra (YU e ZHENG, 2000). O desenvolvimento da tecnologia no que diz respeito ao estudo da contribuição da atmosfera para a variação do **LOD (Length of Day)** tem sido tão importante que a história desta questão pode ser dividida em antes e depois de 1980, com o advento de novas técnicas espaciais de observação como o **VLBI (Very Long Baseline Interferometry)**, **SLR (Satellite Laser Ranging)** e **LLR (Lunar Laser Ranging)** e com o início dos programas de monitoramento de ventos globais.

3.2 ACOPLAMENTO ELETROMAGNÉTICO ENTRE MANTO E NÚCLEO

LAMBECK (1980) afirma que o acoplamento eletromagnético entre o manto e o núcleo parece ser a mais plausível explicação para variações em décadas no LOD, e concluiu que tais mudanças provavelmente são uma consequência de variações no momento angular do núcleo.

3.3 TERREMOTOS

A questão da influência dos terremotos reside no fato de que sua ocorrência, provocando uma redistribuição de massa na Terra modifica o seu tensor de inércia. Considerando que o momento angular de um corpo se mantém constante desde que sobre ele não aja nenhum torque, qualquer modificação no modo como a massa do corpo está distribuída altera seu momento de inércia e conseqüentemente sua velocidade de rotação.

3.4 TROCA DE MASSA ENTRE OS OCEANOS E AS GELEIRAS

Outra fonte de variação no tensor de inércia da Terra e, conseqüentemente, em sua rotação, consiste na troca de massa entre os oceanos e as geleiras.

3.5 MARÉS

A palavra maré é um termo genericamente usado para definir a variação do nível do mar em relação à terra produzida pela atração gravitacional da Lua e do Sol. Como a Terra está muito mais perto da Lua as forças lunares geradoras de maré têm um efeito muito mais significativo sobre os oceanos, com importantes conseqüências de longo termo para a órbita lunar e rotação da Terra.

4. MEDIÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA

Conhecer a velocidade de rotação da Terra em qualquer tempo, seja no presente ou no passado, requer a combinação de esforços calcados na teoria e na observação. Em seu artigo, WELLS (1963) defende a idéia de que o exame de fósseis possibilita a determinação de ciclos vitais de corais que viveram há milhões de anos. No entanto, segundo os estudiosos do assunto, existem muitas dúvidas acerca da confiabilidade de dados paleontológicos.

Uma nova metodologia para as análises paleontológicas da rotação da Terra e órbita da Lua baseada em ritmitas cíclicas de origem maregráfica foi introduzida na década de 80 por WILLIAMS (2000). Os ritmitas cíclicas são constituídos por finas camadas de arenitos granulados que apresentam variações periódicas na espessura, refletindo uma forte influência da maré na sedimentação, o que permite a obtenção de informações sobre a paleorotação da Terra e órbita lunar na era pré-cambriana.

STEPHENSON e MORRISON (1995), mostraram que o LOD está sofrendo um gradativo aumento a partir da análise de observações de eclipses datadas desde 2500 anos atrás.

O **IERS** é atualmente o órgão responsável pelo fornecimento dos parâmetros de rotação da Terra. Seu principal objetivo é servir às comunidades astronômicas, geodésicas e geofísicas, fornecendo, entre outras coisas, os parâmetros de rotação da Terra necessários para o estudo e modelagem de suas variações. O **IERS** obtém seus dados a partir de técnicas espaciais de observação tais como, **ILRS (International Laser Ranging Service)**, **IVS (International VLBI Service for Geodesy and Astrometry)**, **DORIS (Radio Doppler Orbitography and Positioning Integrated by Satellite)** e **IGS (International GPS Service)**.

5. METODOLOGIA

5.1 OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO EMPÍRICA $\omega = \omega(t)$

Fazendo uso dos dados fornecidos pelo **IERS** , através de um ajustamento obteve-se a seguinte equação

$$\omega = \omega_0(1 + At) \quad (1)$$

onde

ω - velocidade angular de rotação da Terra em rad/s;

t - tempo segundos;

$A = 5,47490779087 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$;

$\omega_0 = 7,29211493602 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$.

A equação (1), extrapolada para o passado distante (620, 900, 2450 e 4500 Ma), forneceu resultados que foram comparados com os valores encontrados por WILLIAMS (2000) em suas pesquisas baseadas em sedimentação maregráfica.

5.2 OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO SEMI-EMPÍRICA $a = a(t)$

Através da combinação da equação (1) e da relação entre a perda de momento angular rotacional da Terra devida ao atrito mareográfico da Lua e do Sol e a mudança no momento angular orbital lunar (DEUBNER, apud WILLIAMS, p. 51, 2000), obteve-se

$$a = a_0(1 + Bt) \quad (2)$$

onde

a - distância Terra-Lua;

$B = -1,54875980430 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$;

$a_0 = 60,27 R_T$.

Esta é, portanto, uma expressão resultante de dados observacionais e expressões teóricas, que permite conhecer a distância Terra-Lua em qualquer tempo.

5.3 EXPRESSÃO PARA Δt

A equação (1) foi utilizada no desenvolvimento de uma expressão para o atraso de resposta de maré Δt

$$\Delta t = \frac{\&}{F(X, e, i)} \quad (3)$$

onde

$$\& = 3,9923656875 \times 10^{-22} \text{ rad/s};$$

F – função dependente de X, e, i;

X – distância Terra–Lua normalizada em termos do raio terrestre.

A equação (3) foi aplicada a um sistema de equações diferenciais acopladas da Mecânica Celeste, que descrevem as variações da distância Terra–Lua, excentricidade e inclinação da órbita lunar em função do tempo.

5.4 SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

O sistema de equações diferenciais acopladas foi formado pela equação (2) normalizada em termos de R_T , na qual fez-se $X=a/a_0$, e por duas equações diferenciais da Mecânica Celeste que fornecem a taxa de variação temporal da excentricidade e inclinação da órbita lunar.

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \frac{a_0}{R_T} (1 + Bt) \quad (4a) \\ \frac{de}{dt} = \frac{12\pi^2 k_2 M_L^2 \Delta t}{M_T \mu P^2 X^8} \left[\frac{\omega \cos I}{n(1-e^2)^5} \left(\frac{11}{2} + \frac{33}{4} e^2 + \frac{11}{16} e^4 \right) - \frac{e}{(1-e^2)^{13/2}} \left(9 + \frac{135}{4} e^2 + \frac{135}{8} e^4 + \frac{45}{64} e^6 \right) \right] \quad (4b) \\ \frac{di}{dt} = - \frac{6\pi^2 k_2 M_L^2 T \Delta t \text{sen} i}{M_T^2 P^2 \alpha X^2 (1-e^2)^5} \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8} e^4 \right) \quad (4c) \end{array} \right.$$

onde:

k_2 – número de Love de ordem 2;

M_L – massa da Lua;

M_T – massa da Terra;

P – período de um satélite rasante à Terra;

I – ângulo entre o plano orbital da Lua e o equador terrestre;

$$\alpha = \frac{I_p}{M_T R_T^2};$$

I_p – momento principal de inércia da Terra.

A vantagem da introdução da equação semi-empírica neste sistema é que ela traz embutidas todas as influências externas, tais como, fatores relativísticos, perturbações de todos os corpos “próximos” (Sol, planetas, meteoritos, etc), atrito com poeira cósmica, radiações, e outras ainda não modeladas, já que deriva em parte, de observações, sendo portanto, mais realista.

O sistema 4 foi integrado numericamente pelo método Runge–Kutta de quarta ordem, com passo de integração constante 10^{-6} rad (integração em i) e 1 ano (integração em t), utilizando programas na linguagem Fortran, para o passado até 4500 Ma e com as seguintes condições iniciais:

Excentricidade atual da órbita da Lua: $e = 0,0549$;

Distância Terra–Lua: $X = 60,27$;

Inclinação da órbita lunar: $i = 0,0695 \text{ rad} = 3,982^\circ$.

A partir dessas integrações foram gerada curvas que ajustadas culminaram nas expressões

$$X = 60,27 + 0,003t; \quad (5)$$

$$e = 0,055 + 9,868 \times 10^{-6} t + 6,028 \times 10^{-10} t^2; \quad (6)$$

$$i = 0,0695 - 8,469 \times 10^{-6} t. \quad (7)$$

6. RESULTADOS E COMPARAÇÕES

São apresentados na tabela 1, os resultados obtidos neste trabalho (linhas A) e aqueles que advêm das pesquisas realizadas por WILLIAMS (linhas B), com base em sedimentação maregráfica, a fim de serem efetuadas comparações entre valores resultantes de diferentes métodos e áreas de conhecimento. Deste modo, aparecem nas duas primeiras linhas os valores para a velocidade de rotação da Terra e nas duas últimas, a distância Terra–Lua, para 620, 900, 2450 e 4500 Ma.

Tabela 1 – Valores para Velocidade de Rotação da Terra (ω) e Distância Terra–Lua (a), para este trabalho (A) e para Williams (B).

Grandezas	Modelos	620 Ma	900 Ma	2450 Ma	4500 Ma
ω (10^{-5} rad/s)	A	8,07	8,43	9,74	12,98
	B	7,99	8,41	9,79	-----
a (R_T)	A	58,46	57,61	53,03	47,01
	B	58,40	57,10	54,60	-----

Fica claro quando da observação da tabela 1, a grande concordância entre os valores encontrados neste trabalho e aqueles que advêm das pesquisas baseadas em sedimentação maregráfica, realizadas por WILLIAMS (2000). Quanto aos valores obtidos da extrapolação para 4500 Ma, é interessante observar que, não existem dados na literatura para comparação, porém, o valor encontrado coloca a Lua, para esta época, num ponto mais condizente com as atuais teorias do surgimento do sistema Terra–Lua.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

- O fenômeno da desaceleração da Terra e afastamento da órbita lunar é um assunto que desperta a atenção de pesquisadores de diversas áreas do conhecimento, tornando-se deste modo, um problema de caráter multidisciplinar que, apesar das exaustivas pesquisas em torno da questão constitui-se ainda em um dos maiores desafios da ciência.
- A metodologia utilizada neste trabalho para investigação do fenômeno revelou-se, simples, objetiva e eficaz quando fez-se a extrapolação para o passado geológico, já que reproduziu com grande aproximação valores encontrados por pesquisadores que utilizaram métodos e técnicas oriundas de áreas diversas do conhecimento.
- Os resultados para o valor da distância Terra–Lua colocam o satélite natural a uma distância "confortável" em relação ao planeta na época do surgimento do sistema, ao contrário de outros modelos que situam a Lua neste tempo geológico num ponto muito perto da Terra, com conseqüências catastróficas para os dois corpos.
- O modelo apresentado é bastante dinâmico, no sentido que pode ser aprimorado à medida que a ele sejam incorporados dados atualizados da velocidade de rotação da Terra, e também que se tenham disponíveis medidas cada vez mais acuradas e confiáveis relativas ao passado geológico da Terra, providas de pesquisas realizadas dentro de outras áreas da ciência.

REFERÊNCIAS

AFONSO, G. B. **Determinação dos Valores da Variação da Velocidade de Rotação da Terra e do Conseqüente Afastamento da Lua.** Curitiba, 1977. Tese (Mestrado em Física). Departamento de Física. Universidade Federal do Paraná.

GOLDREICH, P. Tides and Earth---Moon system. **Scientific American**, v. 226, n. 4 p. 42--52, 1972.

International Earth Rotation Service-Annual Report. Paris, Observatoire de Paris, Central Bureau of IERS, (2000)

LAMBECK, K. **The Earth's Variable Rotation: Geophysical Causes and Consequences.** New York, Cambridge University Press, 1980.

MIGNARD, F. **The Evolution of the Lunar Orbit Reviseted I.** The Moom and the Planets, v. 20, p. 301-315, 1979.

RUNCORN S. K. **Scientific American**, v. 215, n. 4, p. 26--33, 1966.

SANT'ANNA, A. S.; AFONSO, G. B. **On the Tidal Time Delay of the Earth.** Brazilian Journal of Geophysics, v. 16, n. 1, 1998.

STEPHENSON, F. R.; MORRISON, L. V. **Long Term Fluctuations in the Earth's Rotation: 700 B.C. to A. D. 1990.** Phil. Trans. R. Soc. A, v. 351, p. 165-202, 1995.

YU, N-H.; ZHENG D-W. **Contribution of the Atmosphere to the Seasonal Changes in Earth's Rotation.** Chinese Astronomy and Astrophysics, v. 24, p. 495-500, 2000.

WELLS, J. W. **Coral Growth and Geochronometry.** Nature, v. 197, p. 948-950, 1963.

WILLIAMS, G. E. **Geological Constraints on the Precambrian History of Earth's Rotation and the Moon's Orbit.** Reviews of Geophysics, v. 38, n. 1, p. 37-59, 2000.