

PREDIÇÃO DE ANOMALIAS GRAVIMÉTRICAS DE AR-LIVRE E BOUGUER PARA DADOS ESPARSOS

Alfonso Tierra C.⁽¹⁾
Silvio Correia De Freitas⁽²⁾

⁽¹⁾ Laboratorio de Geodesia. Facultad de Ingeniería Geográfica y del Medio Ambiente. Escuela Politécnica del Ejército. Av. El Progreso S/N, Sangolquí-Ecuador- atierra@espe.edu.ec

⁽²⁾ Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Departamento de Geomática. Universidade Federal do Paraná. Centro Politécnico, Jardim das Américas, Curitiba-Brasil- sfreitas@cce.ufpr.br

RESUMO

Os valores de anomalias de gravidade são usados com afinidade de gerar malhas regulares gravimétricas mediante técnicas de interpolação. Na prática, os valores são obtidos para uma determinada área, em forma discreta, ao longo de estradas e em intervalos irregulares. Conseqüentemente, a existência de grandes áreas sem dados é comum, especialmente naquelas de muita vegetação ou nas altas montanhas onde o acesso é difícil. O objetivo deste artigo é utilizar técnicas de aprendizagem como são as redes neurais artificiais, com a finalidade de prever anomalias de ar-livre e de Bouguer a partir de dados esparsos. Os resultados obtidos com a rede neural artificial treinada mostram que tanto na predição de anomalias de ar-livre e de Bouguer não existem diferenças significativas, podendo ser considerado que são iguais.

Palavras chave: Anomalias de ar-livre y Bouguer, Predição, Rede Neural Artificial

PREDICTING FREE AIR AND BOUGUER GRAVITY ANOMALIES FROM SCATTERED DATA

ABSTRACT

The values of the gravity anomalies are generally used to generate a regular grid using technical of interpolation. In fact, the values of gravity for a certain area are obtained in discreet form, and realized at irregular intervals, consequently, it is usual large areas without data. The main purpose of this work is to evaluate an Artificial Neural Network as a methodology for the prediction of the free-air and the Bouguer anomalies starting from spatial disperse data. The results obtained in this research show that the use of a Neural Network trained in predicting free-air and Bouguer anomalies there are not difference significant.

Keywords : *Free air and Bouguer anomalies, Predicting, Artificial Neural Network*

1. INTRODUÇÃO

Com o lançamento do primeiro satélite, o SPUTNIK I pela antiga URSS, a tecnologia espacial teve um rápido desenvolvimento, mais ainda com o acompanhamento da informática e eletrônica. Estas se transformaram em ferramentas fortes para muitos campos da ciência e da engenharia, como é o caso das Ciências Geodésicas.

Nos últimos anos, a procura para determinar o Geóide Global tem sido objeto de muitas pesquisas em quase todos os países do mundo, e em especial nos países da América do Sul. No entanto, estes estudos na atualidade só podem gerar modelos locais ou regionais em vista da definição particular do Datum Vertical em cada país, assim como o estabelecimento das redes de nivelamento.

Na determinação das ondulações geoidais a anomalia da gravidade é uma das grandezas importantes da solução do problema do valor de contorno da Geodésia Física. O uso da Integral de Stokes pressupõe a determinação do valor da gravidade na totalidade da superfície terrestre. Na prática, os valores são obtidos para uma determinada área, em forma discreta, ao longo de estradas e em intervalos irregulares. Conseqüentemente, a existência de grandes áreas sem dados é comum, especialmente naquelas de muita vegetação ou nas altas montanhas onde o acesso é difícil.

Uma solução seria fazer uma maior densificação gravimétrica mediante novos levantamentos terrestres, aéreos ou orbitais para cobrir essas áreas vazias. Mas, isso implicaria num maior custo e tempo.

Geralmente, se usa técnicas de interpolação para gerar as malhas gravimétricas, assim tem-se métodos propostos por alguns autores como por exemplo Kriging (CRESSIE, 1993) baseado em conceitos geoestatísticos; Vizinhos mais pertos (WATSON, 1992) baseado em localização; Mínima Curvatura (SMITH and WESSEL, 1990) baseados em fatores de tensão; Rede Neural Artificial (TIERRA and DE FREITAS, 2002) baseados em técnicas de aprendizagem; entre outros.

A escolha do método de interpolação dependerá basicamente da densidade e a distribuição dos dados, assim como do fenômeno a ser estudado. O principal problema é determinar qual é o interpolador ótimo, e neste caso para áreas grandes sem dados gravimétricos.

Neste trabalho, se usa uma Rede Neural Artificial treinada para a predição de anomalias gravimétricas de ar-livre e de Bouguer, e os resultados são comparados nos pontos de controle conhecidos.

2. ANOMALIAS DA GRAVIDADE

A anomalia da gravidade Δg é definida como a diferença entre a gravidade real (g_0) no Geóide e a gravidade normal (γ) calculada no elipsóide de referência. O valor da anomalia da gravidade é calculado por (HEINSKANEN & MORITZ, 1967, p.83), (GEMAEL, 1999, p.134):

$$\Delta g = g_0 - \gamma \quad (1)$$

Esta grandeza representa os afastamentos da gravidade real no nível do geóide em relação à gravidade teórica no nível do elipsóide. É fundamental como elemento de relacionamento entre estas superfícies. O maior problema associado à determinação da anomalia da gravidade é o da obtenção do

valor de g_0 uma vez que a gravidade é observada na superfície física da Terra; - deve-se portanto realizar reduções que pressuponham fundamentalmente: um significado geofísico; simplicidade no cálculo; viabilidade para a interpolação (HEISKANEN & MORITZ, 1967, p. 290).

2.1 ANOMALIAS DE AR-LIVRE E DE BOUGUER

A redução do valor da gravidade de uma estação com altitude "ortométrica" H , para o Geóide é feita mediante a redução (ou correção) de ar livre (C_{AL}), (TORGUE, 1989, p. 89) e dada por:

$$C_{AL} = -\frac{\partial g}{\partial H} H \quad (2)$$

sendo $\partial g/\partial H$ o gradiente vertical da gravidade da Terra real; devido a seu não conhecimento, usa-se o gradiente da gravidade normal ($\partial\gamma/\partial h$), e em vez de H , a altitude nivelada H_n (em metros), obtendo C_{AL} em miligal da seguinte forma:

$$C_{AL} \cong -\left[\left(\frac{\partial\gamma}{\partial h}\right)H_n + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\gamma}{\partial h^2}\right)H_n^2 \right] \quad (3)$$

sendo:

$$\frac{\partial\gamma}{\partial h} = -\frac{2\gamma}{a}(1+f-2f\text{sen}^2\phi + \frac{3}{2}f^2 - 2f^2\text{sen}^2\phi + \frac{1}{2}f^2\text{sen}^4\phi) - 2\omega^2 \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2\gamma}{\partial h^2} = \frac{6\gamma}{a^2(1-f\text{sen}^2\phi)^2} \quad (5)$$

A anomalia de Ar Livre (Δg_{AL}) é a resultante obtida depois da aplicação da correção de "ar livre" C_{AL} , ao valor da gravidade (g) para poder reduzi-la ao geóide.

$$\Delta g_{AL} = g + C_{AL} - \gamma \quad (6)$$

A redução de ar livre considera somente o efeito da diferença da altitude entre o ponto de observação e o geóide, e não faz consideração nenhuma a respeito da densidade das massas entre eles.

Para eliminar a influência das massas deve ser aplicada outra redução, conhecida como redução (ou correção) de Bouguer. Segundo GEMAEL (1999), a correção de Bouguer corresponde à remoção das massas topográficas que se encontram acima do geóide. A anomalia de Bouguer (Δg_B) é a resultante obtida depois da aplicação da correção de Bouguer ao valor da anomalia de ar livre, que é dada de forma analítica por:

$$\Delta g_B = \Delta g_{AL} - 2\pi G \bar{\rho} Hn - B + C_T \quad (7)$$

onde:

- Δg_{AL} é a anomalia de ar livre;
- $2\pi G \bar{\rho} Hn$ é a componente vertical de atração (Correção de Bouguer) exercida pelo platô horizontal (ou de Bouguer) estendida até o infinito, de altitude Hn e densidade média constante $\bar{\rho}$;
- B é a correção do platô de Bouguer para a calota da mesma espessura, até uma distância de 166.735 Km;
- C_T é a correção do terreno (ou efeito direto da topografia), em relação à calota até uma distância de 166.735 Km.

Geralmente, a correção do platô de Bouguer é feita com $\bar{\rho} = 2.67 \text{ g/cm}^3$. Mas, em regiões montanhosas pode existir uma variação da densidade, que pode chegar até 20%. A mesma, pode ser obtida a partir de informação geológica, geofísica, ou de outras fontes.

Segundo FORSBERG (1994, p.118), a correção esférica (B) pode ser evitada quando se calcula a correção do terreno mediante integração numérica por prismas técnica foi usada neste trabalho. Esta correção considera as irregularidades das massas topográficas relativas ao platô de Bouguer.

3. REDE NEURAL ARTIFICIAL

As redes neurais artificias (RNA) surgiram da observação do funcionamento do cérebro humano e da comparação deste com o trabalho dos computadores digitais. Entretanto, mesmo com a capacidade dos computadores de executar milhões de operações por segundo, o cérebro humano pode executar certas tarefas de forma muito mais eficiente do que os computadores. A razão é que o cérebro humano realiza os cálculos em forma paralela eficientemente, já que milhares ou milhões de neurônios são ativados simultaneamente para resolver um mesmo problema.

Pode-se dizer que o cérebro humano é uma estrutura complexa, não linear e paralela para o tratamento da informação que armazena conhecimento nas conexões que existem entre os elementos de processamento - os neurônios (HAYKIN, 2001, p. 28), (MUÑOZ, 1996, p. 105). Esta definição mostra o paralelismo que existem entre a estrutura cerebral biológica e as redes neurais artificiais.

LOESCH & SARI (1996, p.5), define uma RNA como um sistema computacional que imita habilidades do sistema nervoso biológico mediante o uso de um número de neurônios artificiais interconetados.

3.1 CARATERÍSTICA DE UM NEURÔNIO ARTIFICIAL

Um neurônio artificial é uma estrutura lógico-matemática que procura simular a forma, o comportamento e as funções de um neurônio biológico. Sendo assim, os dendritos são substituídos por

entradas, cujas ligações com o corpo celular artificial são realizadas através de elementos chamados de peso (simulando as sinapses). Os estímulos captados pelas entradas são processados pela função soma, e o limiar de disparo do neurônio biológico é substituído pela função de transferência que permite restringir (limitar) o intervalo permissível de amplitude do sinal de saída a um valor finito (TIERRA, 2003).

Os impulsos recebidos dos outros neurônios são ponderados usando os pesos w_i que desempenham o papel de simular a natureza inibitória ou excitatória das sinapses, o qual reforça ou dificulta a geração de um impulso. Em termos matemáticos, dentro de cada neurônio é calculada a interação entre as entradas e os pesos das conexões da seguinte forma (LI & BRIDGWATER, 1999, p. 67), (LOESCH & SARI. C, 1996, p. 28), (HAYKIN, 2001, p. 38):

$$S = \sum_{i=1}^n x_i w_i + w_0 \quad (9)$$

onde:

x_i são os sinais de entrada;

w_i são os pesos sinápticos provenientes dos neurônios da camada anterior

w_0 é o peso da entrada viés (é uma entrada adicional que pode ser acrescentada ao neurônio artificial, mas não provém de neurônio nenhum; seu valor é fixado em 1).

O resultado da equação (9) vai para a função de transferência $f(S)$, obtendo-se a saída y_k de acordo com a equação (10)

$$y_k = f(S) \quad (10)$$

A funções de transferência usadas foram a linear (equação 11) e a tangente hiperbólica (equação 12)

$$f(S) = S \quad (11)$$

$$f(S) = \frac{e^S - e^{-S}}{e^S + e^{-S}} \quad (12)$$

3.2 ARQUITETURA DE UMA RNA

Dependendo do arranjo dos neurônios, uma RNA pode ser estruturada com diferentes tipos de arquitetura, uma delas é a conhecida como Multicamadas. As conexões ou fluxo da informação entre grupos de neurônios podem ser feitas em forma lateral, para atrás (backward), para adiante (feedforward), ou conectar fazendo combinações com as anteriores.

Uma propriedade muito importante das RNA é a sua habilidade de aprender a partir de seu ambiente, ou de melhorar o seu desempenho através da aprendizagem. Uma RNA aprende acerca do seu ambiente através de um processo iterativo de ajustes aplicados a seus pesos sinápticos e níveis de

viés. Há muitos processos de aprendizagem. Uma delas é com a presença de um “professor” ou “supervisor”, também denominado de processo de aprendizado supervisionado, na qual apresenta relacionamentos entre os padrões de entrada e saída, tanto sendo conhecidos os valores que formam as entradas quanto os valores que formam as saídas. Neste processo, cada entrada produz uma resposta de saída, que é comparada ao valor conhecido, e portanto estabelece o padrão desejado. Se a resposta real difere da desejada, a RNA gera um sinal de erro, que é usado para ir ajustando os pesos sinápticos da rede. O erro é então minimizado.

A RNA multicamada (RNAM) é a estrutura de RNA desenvolvida na década de 80, e tem sido aplicada com sucesso para resolver diversos problemas, através do seu treinamento de forma supervisionada com um algoritmo conhecido como Retropropagação (Back-propagation).

A RNAM é uma estrutura organizada em camadas (ver figura 1), e constituída por um conjunto de neurônios totalmente interconectados. Os neurônios de uma camada admitem como entradas as saídas dos neurônios da camada anterior, mas não admitem interconexões entre os neurônios da mesma camada.

A estrutura de uma RNAM tem “*alimentação progressiva para diante*” (*feedforward*), não tendo conexões sobre si mesma, seja diretamente ou indiretamente.

Uma RNAM, como mostrada na figura 1, exemplifica uma rede de tipo *alimentação para diante*, com múltiplas camadas, totalmente conectada. Isto significa que um neurônio em qualquer camada da rede está conectado a todos os neurônios da camada anterior. O fluxo de sinal através da rede progride para frente de camada em camada, partindo da primeira camada, conectando-se como os neurônios da camada seguinte, até chegar à camada de saída.

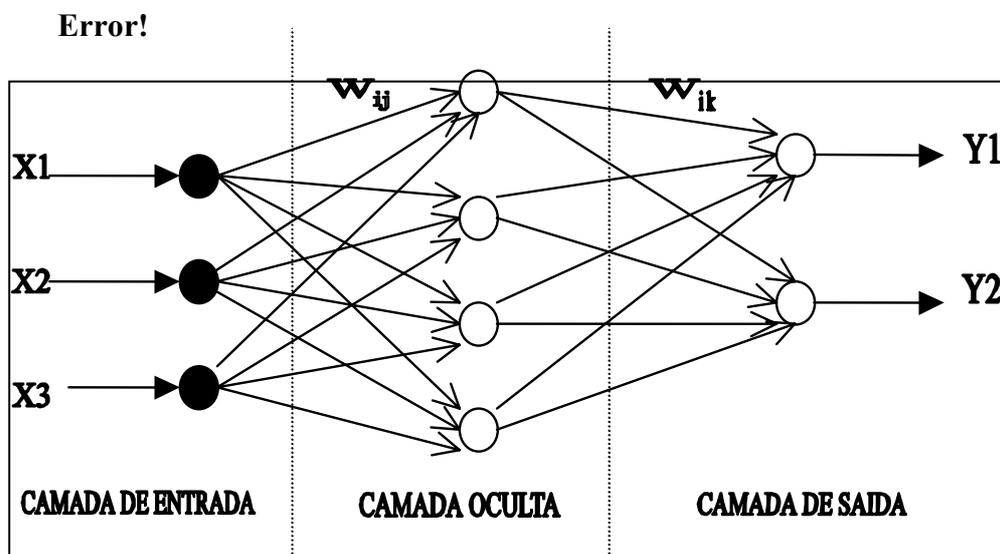


Figura 1. Rede Neural Artificial Multicapa

Uma RNAM está constituída por 3 tipos de camadas:

A camada de entrada: formada por n unidades (sendo n o número de entradas externas), tendo como única função a distribuição dos sinais externos para a próxima camada. Não tem nenhuma funcionalidade matemática.

A camada oculta: é formada pelos elementos de processamento (EP) e não tem contacto com o exterior. O número de camadas ocultas é variável.

A camada de saída: formada por m elementos de processamento (EP) (sendo m o número de saídas externas), cujas saídas constituem os vetores de saída externas da RNAM . Somente existe uma camada de saída por cada RNAM.

3.3 TREINAMENTO DE UMA RNAM

Este tipo de rede é treinada mediante o algoritmo de *Retropropagação (Backpropagation)*, o qual esta baseada na regra de *aprendizagem por correção de erro* (HAYKIN, 2001, p. 183). A retropropagação é usada na RNA como regra de aprendizado supervisionado, o que significa que se deve dispor de dados de entrada que servirão para o treinamento e de dados de saída que servirão para ir ajustando os pesos. Basicamente, a aprendizagem por retropropagação de erro consiste em encontrar os pesos que resolvem o problema com performance aceitável; consiste de dois passos através das diferentes camadas da rede:

1) Passo para frente, a *propagação*, na qual o sinal de entrada (vetor de entrada) na camada de entrada, propaga-se para frente (neurônio por neurônio) camada por camada através da mesma, e emerge na camada de saída da rede como a resposta real da mesma. Durante o passo de propagação, todos os pesos sinápticos da rede são fixos. Cada EP (neurônio) da camada oculta recebe os sinais de entrada (de um determinado padrão p) e os agrega baseado em uma função de entrada de acordo com a equação (9). Esta função de entrada gera um sinal de saída (para o padrão p) utilizando uma função de transferência. Estes sinais de saída são então enviados como sinais de entrada para os EP da camada seguinte, realizando novamente a soma e posteriormente enviadas para a função de transferência para obter um sinal de saída. Isto é feito até a camada de saída.

2) Passo para trás, a *retropropagação*, no qual os pesos sinápticos são todos ajustados de acordo com uma regra de correção de erro, propagando-se para trás (camada por camada) através da rede até a camada de entrada. Especificamente, a resposta real da rede é subtraída de uma resposta desejada para produzir um erro (ou sinal de erro), que se origina em um neurônio de saída da rede. O erro (ε) na saída do neurônio j é definido pela diferença entre o valor desejado (d_j) com o valor calculado (y_j) pela rede no processo para adiante (HAYKIN, 1999, p. 161) e dado por:

$$\varepsilon_j = d_j - y_j \quad (13)$$

O erro ε_j aciona um mecanismo de controle, cujo propósito é aplicar uma seqüência de ajustes corretivos aos pesos sinápticos do neurônio j . Os ajustes corretivos são projetados para aproximar passo a passo o sinal de saída y_j da resposta desejada d_j . Este objetivo é alcançado minimizando-se uma *função de custo*, definida em termos do erro total da rede como:

$$SQE = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{nn} \varepsilon_j^2 \quad (14)$$

onde:

nn é o número de neurônios na camada de saída

O objetivo da retropropagação é obter os valores dos pesos e vies que minimizem a função SQE , ajustando os pesos w_{ij} , de tal modo que todos os vetores de entrada sejam corretamente mapeados em suas correspondentes saídas. Então, o processo de aprendizagem pode ser visto como um problema de minimização com função custo SQE definida em um espaço W , isto é:

$$\frac{\partial SQE}{\partial w_{ij}} = 0 \quad (15)$$

onde w_{ij} indica o peso do neurônio j da camada i .

Os pesos são atualizados e corrigidos por um Δw_{ij} a partir da última camada até a camada inicial. A adaptação dos pesos é feita em forma iterativa de acordo com o modelo:

$$w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) + \Delta w_{ij}(n) \quad (16)$$

O índice n , significa a iteração corrente.

O processo propagação-retropropagação é feito até que o número de épocas ou iterações, que é informado no início do cálculo, seja atingido. Outra maneira de identificar a convergência do algoritmo é utilizar o cálculo de erro para a saída obtida em cada neurônio da camada de saída. Quando este erro, geralmente sendo usado o SQE como critério de avaliação do erro, em uma época (iteração) estiver em uma faixa pré-determinada (informada no início do processo) o algoritmo apresenta um grau satisfatório, e o processo pode ser considerado finalizado.

4. RNA PARA A PREDIÇÃO DE ANOMALIAS DE AR-LIVRE

A arquitetura geral da RNAM usada consiste de uma camada de entrada, uma só camada oculta, e a camada de saída constituída por um neurônio que gera a anomalia do ar-livre. A função de transferência usada na camada oculta foi a sigmoïdal tangente hiperbólica, e na camada de saída a função de transferência linear. A área de estudo foi dividida em 3 regiões (Litoral, Andina, Amazônia). Para determinar as arquiteturas finais das RNAs, com o objetivo de ser usada para a determinação e geração da malha de anomalia de ar-livre, foram utilizadas diferentes arquiteturas. Foram procedidos vários testes no processo de treinamento; - assim foram mudadas as variáveis na camada de entrada; foi variado o número de neurônios na camada oculta; e finalmente foi mudado o número de pontos gravimétricos desde 15187 disponíveis até uma quarta parte destes dados.

A figura 2, mostra os pontos de treinamento (círculos vermelhos) e os de validação (triângulos azuis) disponíveis na área de estudo.

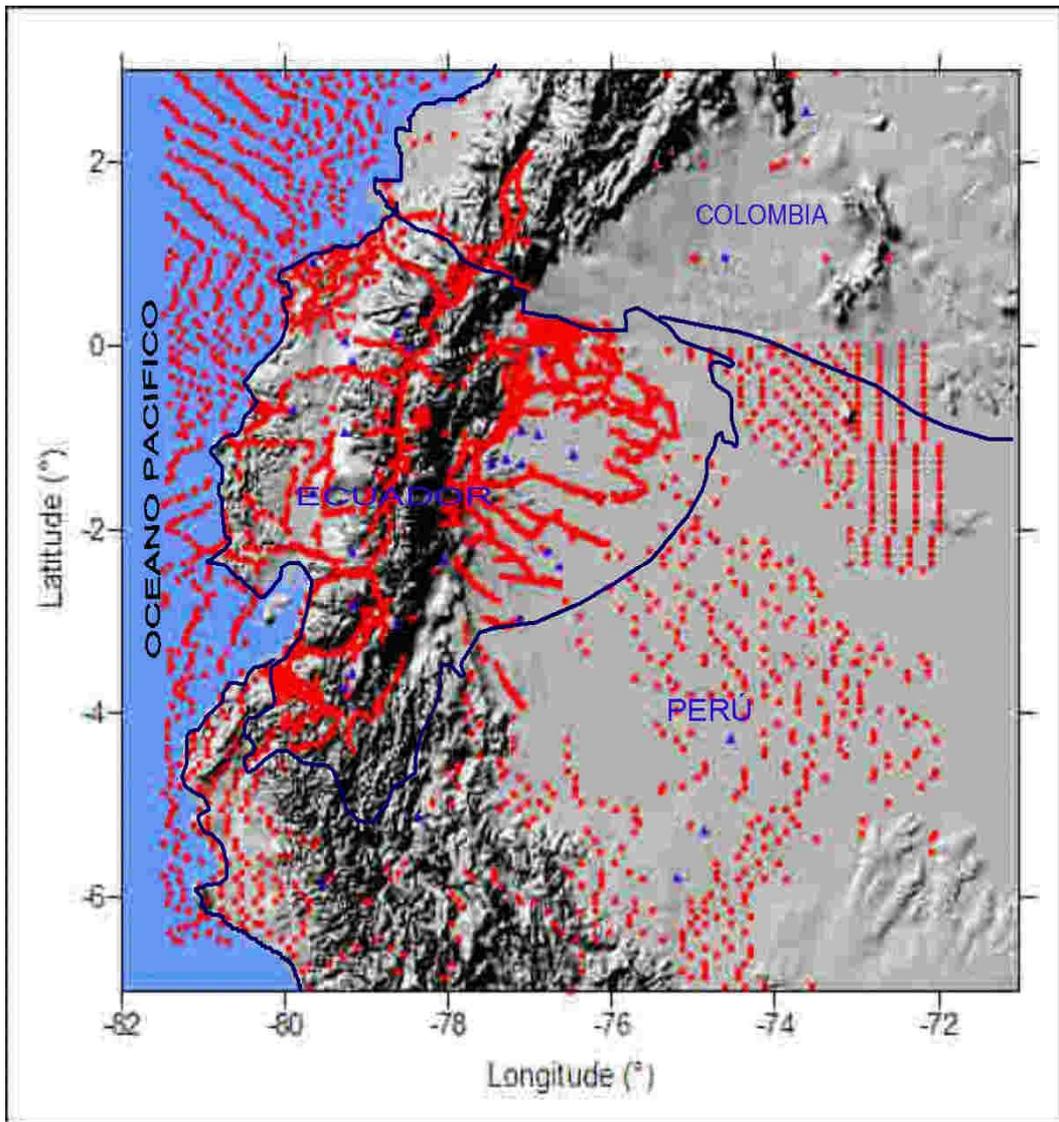


Figura 2. Pontos Usados no Treinamento e Avaliação da RNA

As arquiteturas finais das RNAs foram: Para a região do Litoral uma RNA [4 18 1], para a região Andina uma RNA [4 5 1], para a Amazônia uma RNA [4 5 1] ou seja, 4 variáveis na camada de entrada ($\phi, \lambda, H_n, \gamma$) (latitude, longitude, altitude nivelada, gravidade normal, respectivamente); com 18, 5, 5 neurônios na camada oculta nas respectivas RNAs e uma função de transferência tangente hiperbólica (tanh); um neurônio na camada de saída (anomalia de ar-livre) e uma função de transferência linear nas RNAs. O número de pontos gravimétricos que foram suficientes para que a RNA aprenda foi de 5153 que representa aproximadamente a terça parte do número total de dados gravimétricos disponíveis. A figura 3, apresenta a arquitetura final da RNA treinada para a região Andina.

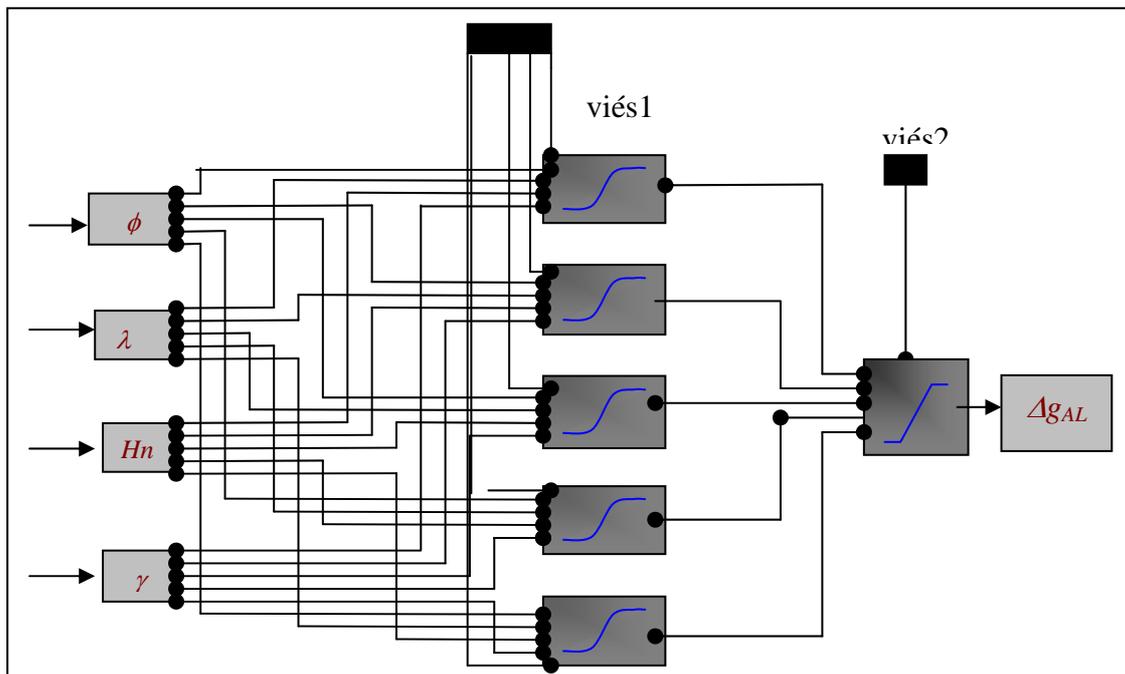


Figura 3. Arquitetura da RNA [4 5 1] da Região Andina

5. RNA PARA A PREDIÇÃO DE ANOMALIAS DE BOUGUER

Da mesma forma que no caso anterior, foram feitos diferentes testes com a finalidade de treinar a RNA para prever anomalias de Bouguer. As arquiteturas finais das RNAs foram: Para a região do Litoral uma RNA [5 15 1], para a região Andina uma RNA [5 5 1], para a Amazônia uma RNA [5 6 1] ou seja, 5 variáveis na camada de entrada $\phi, \lambda, Hn, \delta, \gamma$ (latitude, longitude, altitude nivelada, densidade média, gravidade normal, respectivamente); com 15, 5, 6 neurônios na camada oculta nas respectivas RNAs e uma função de transferência tangente hiperbólica (tanh); um neurônio na camada de saída (anomalia de Bouguer) e uma função de transferência linear nas RNAs. O número de pontos gravimétricos que foram suficientes para que a RNA aprenda foi também de 5153 que representa aproximadamente a terça parte do número total de dados gravimétricos disponíveis. A figura 4, apresenta a arquitetura final da RNA treinada para a região Andina.

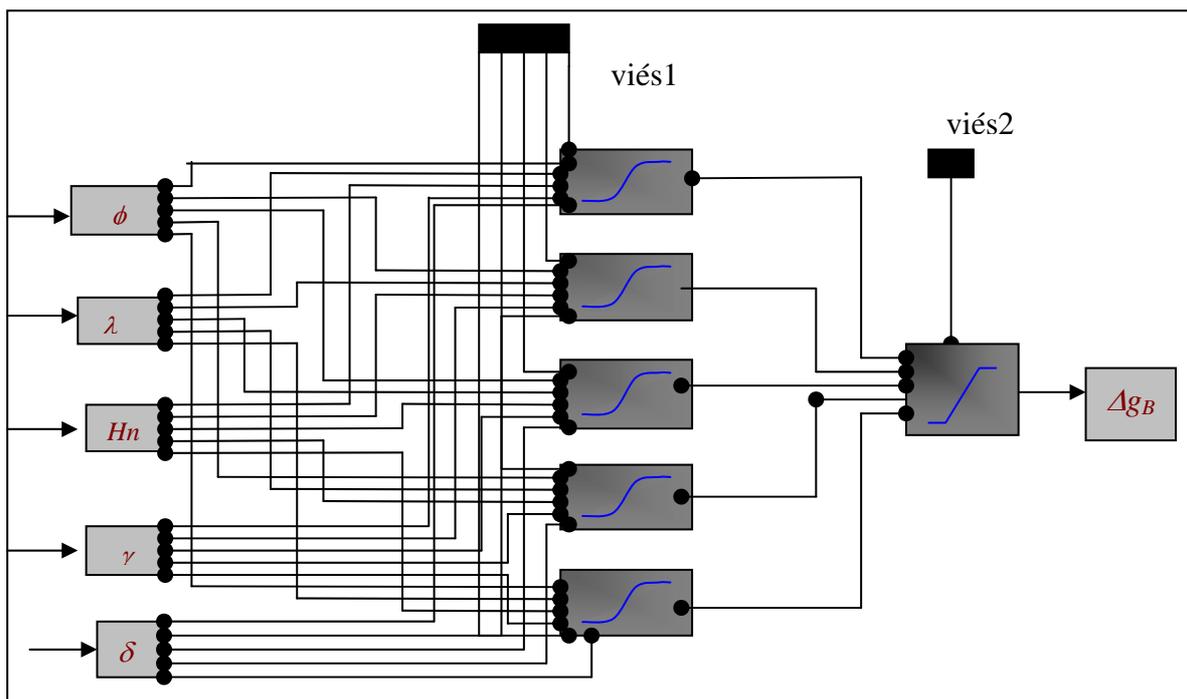


Figura 4. Arquitetura da RNA [5 5 1] da Região Andina

6. RESULTADOS

As respectivas RNAs treinadas para as 3 regiões, foram posteriormente utilizadas com a finalidade de calcular mediante predição as anomalias de ar-livre e de Bouguer nos pontos de controle, na totalidade dos 31 pontos, os mesmos que foram escolhidos de forma de dispor pontos de avaliação em áreas vazias (ver figura 3) e onde se tinham conhecidos os valores de anomalias de ar-livre e de Bouguer. Estes pontos servem para avaliar o performance da rede neural é dizer se a RNA aprendeu em forma satisfatória. Posteriormente, os resultados obtidos com as RNAs respectivas, comparou-se com os valores conhecidos com a finalidade de determinar a diferença obtida tanto na anomalia de ar-livre quanto na anomalia de Bouguer.

O resumo dos resultados das diferenças das anomalias de ar-livre obtidas com a RNAM no total dos pontos de controle é mostrado na tabela 1, mediante a média, desvio padrão, valor mínimo, valor máximo.

Tabela 1. Diferenças na Anomalia de Ar- Livre obtidas com a RNAM na Região Total

VALORES	DIFERENÇAS (mGal)
Média	2,54
Desvio padrão	6,21
Mínimo	-15,65
Máximo	12,67

O resumo dos resultados das diferenças das anomalias de Bouguer obtidas com a RNAM no total dos pontos é mostrados na tabela 2, mediante a média, desvio padrão, valor mínimo, valor máximo.

Tabela 2. Diferenças na Anomalia de Bouguer obtidas com a RNAM na Região Total

VALORES	DIFERENÇAS (mGal)
Média	-0,55
Desvio padrão	6,91
Mínimo	-15,75
Máximo	13,72

Observando os resultados da tabela 1 e da tabela 2, pode-se dizer que com o uso das RNAs na predição de anomalias do ar-livre e de anomalias de Bouguer praticamente não existem diferenças significativas, tal que para aplicações práticas são equivalentes.

7. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos mostram que:

- ☺ Para a predição de anomalias gravimétricas em áreas vazias, a partir de dados distribuídos irregularmente e esparsos, a técnica de Redes Neurais Artificiais é um método que dá bons resultados, devido principalmente que as redes neurais permitem usar no treinamento e predição tanto variáveis físicas quanto variáveis geométricas.
- ☺ Na região de estudo, para o treinamento das RNAs foi necessária somente uma terça parte dos dados gravimétricos totais disponíveis. Isto indica, que não é necessário realizar pontos gravimétricos com grande densidade. Foi constatado que é melhor fazer medições em áreas onde existam mudanças da estrutura geológica, e estes pontos sejam considerados como pontos de referência para o treinamento da rede neural artificial.
- ☺ Pode-se fazer a predição ou interpolação diretamente com anomalias de ar-livre mesmo sendo altamente correlacionada com a altitude. Com isto se pode evitar, calcular as anomalias de Bouguer, que teoricamente não são correlacionadas com a altitude, para depois calcular a suas respectivas anomalias de ar-livre.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

- CRESSIE, N. **Statistics for Spatial Data**. ISU, New York, 1993.
- LI, Y.; BRIDGWATER, J., 2000. Prediction of Extrusion Pressure Using Artificial Neural Network. *POWDER TECHNOLOGY*, 108, 65-73.
- HAYKIN, S. **NEURAL NETWORKS: A COMPREHENSIVE FOUNDATION**. 2. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- HAYKIN, S. **Redes Neurais: Princípios e Prática**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

- FORSBERG, R. **Terrain Effects in Geoid Computations**. In: Lectures Notes of the International School for the Determination and Use of the Geoid. International Geoid Service, Milan. Oct. 1994,
- GEMAEL, C., 1999. **Introdução à Geodésia Física**. Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- MUÑOZ, A. **Aplicación de Técnicas de Redes Neuronales Artificiales al Diagnóstico de Procesos Industriales**. Madrid, 1996. 339 f. Tesis Doctoral – Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales – Departamento de Electrotécnica y Sistemas, Universidad Pontificia Comillas de Madrid.
- LOESCH, C.; SARI, S. **Redes Neurais Artificiais. Fundamentos e Modelos**. Blumenau: FURB, 1996.
- SMITH, W ; WESSEL, P. **Gridding with Continuous Curvature Splines in Tension**. Geophysics, v. 55, n. 3, march 1990.
- TIERRA, A; DE FREITAS, S. **Predicting Free-Air Gravity Anomaly Using Artificial Neural Network**. International Association of Geodesy Symposia: Vertical Reference Systems. Springer, v. 124, p 215-218, July 2002.
- TIERRA, A. **Metodología para a Geração da Malha de Anomalias Gravimétricas para Obtenção do Geóide Gravimétrico Local a partir de Dados Esparsos**. Curitiba, 2003. 140 f. Tesis Doctoral –Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas-Departamento de Geomática - Universidade Federal do Paraná.
- TORGUE, W.,1989. **Gravimetry**. New York: de Gruyter, New York.
- HEISKANEN, W.; MORITZ, H., 1967. **Physical Geodesy**. H. Freeman and Company.
- WATSON, D. **Contouring: A Guide to the Analysis and Display of Spatial Data**. Pergamon, 1992.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq (Processo 550830/2002-2 e Programa PEC-PG) pelo suporte financeiro a este projeto; à IAG pelo suporte científico (Escola do Geóide); ao BGI e à USP pela cessão de dados.