O MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO DE CURVATURA MÍNIMA

ALEX SORIA MEDINA
MÁRCIA CRISTINA LOPE QUINTAS (IN MEMORIAM)

Universidade Federal do Paraná - UFPR
Setor de Ciências da Terra - CT
Departamento de Geomática, Curitiba - PR
asmedina@ufpr.br

RESUMO - Interpolação é usualmente adotada para estimar valores desconhecidos a partir de valores conhecidos. Desta maneira, o uso de um determinado interpolador depende do conhecimento do conjunto de dados de entrada como também das características do interpolador a ser utilizado na geração dos produtos. Existem no mercado inúmeros softwares que têm dentro do seu escopo uma série de algoritmos interpoladores. Este trabalho tem por objetivo mostrar o processamento do interpolador Curvatura Mínima, existente no software SURFER. São também analisadas as vantagens e desvantagens desse interpolador num conjunto de dados altimétricos. Os resultados mostraram que a escolha do método de interpolação a ser usado pelo usuário depende dos objetivos que se queira alcançar e do conhecimento que o mesmo detém sobre o assunto.

ABSTRACT - Interpolation is usually adopted to evaluate unknown values from known values. Therefore, the use of an interpolate it depends, a priori, on the knowledge, as much of the set of input data, to generated the product of the interpolation. It exists at the market several software that have in your structure, algorithms interpolates. This work has for objective to study the processing of interpolate, minimum Curvature, existent in the software SURFER. It is also analyzed the advantages and disadvantages of that interpolate in a group of altimetric data. The results showed that the technique interpolate to be used it depend of known of them.

1 INTRODUÇÃO

Na utilização de softwares de interpolação para definir os contornos automáticos de uma variável ou mais variáveis, o usuário tem oportunidade de escolher entre uma série de diversos métodos de interpolação. Estes métodos guardam propriedades intrínsecas que os diferem uns dos outros.

Para o presente trabalho apresentaremos o método da curvatura mínima que é comumente utilizado na geração de mapas de contorno, quando se quer uma suavização do mesmo. O presente trabalho pretende mostrar uma pequena explanação sobre o referido método, para o qual será utilizado um arquivo de dados (composto por 281 pontos) além do software SURFER 8.0, mostrando os diferentes produtos que este software proporciona e analisando os resultados. Deve se lembrar que a escolha do método de interpolação a ser usado pelo usuário depende dos objetivos que se queira alcançar e do conhecimento que o mesmo detém sobre o assunto, como também da qualidade e tipo de dados que se pretende interpolar.

1.1 A Interpolação

A interpolação é um procedimento de estimação do valor de um atributo em locais não amostrados a partir de pontos amostrados na mesma área ou região.

A interpolação espacial converte dados de observações pontuais em campos contínuos, produzindo padrões espaciais que podem ser comparados com outras entidades espaciais contínuas.

O raciocínio que está na base da interpolação é que, em média, valores do atributo tendem a ser similar em locais mais próximos do que em locais mais afastados (Tobler's Law of Geography).

A interpolação espacial é um procedimento muito importante na Ciência da Informação Geográfica, e pode ser usada para:

- Fornecer isolinhas para visualização gráfica;
- Calcular o atributo da superfície num determinado ponto ou pontos;
- Alterar a unidade espacial que permita a comparação quando se usa diferentes estruturas de dados em diferentes layers;
- Ajuda ao processo de decisão espacial, como na prospecção mineral ou de petróleos, por exemplo.

Muitas das técnicas de interpolação espacial são desenvolvimentos a duas dimensões dos métodos unidimensionais desenvolvidos para a análise de séries temporais..

2 CURVATURA MÍNIMA

Segundo Sowaryn, 2005 a primeira referência que se pode creditar para o método de interpolação de curvatura mínima é a de Masson e Taylor de 1971. No mesmo ano, Zaremba mostrou um mesmo algoritmo que chamou de "método do arco circular".

No método de curvatura mínima admite-se que dois pontos adjacentes de um levantamento que eles estejam contidos num mesmo arco, sendo este arco localizado em um plano, no qual se conhece a inclinação e o ângulo de orientação. Em 1985, o método de curvatura mínima foi reconhecido pela industria, como um dos mais acurados métodos, mas era muito pesado para o cálculo manual dos dados a serem interpolados. Hoje com o uso dos computadores cada vez mais potentes, este método está em ascensão e sendo aceito como padrão pela indústria.

O método de curvatura mínima é usado também nas ciências da Terra, onde a superfície interpolada, gerada pela curvatura mínima é semelhante a uma fina camada linear e elástica, a qual passa através de cada um dos valores observados com um pequeno aumento ou estiramento.

O método de curvatura mínima gera uma superfície suavizada a qual atravessa por todos os dados, por isso caracteriza um interpolador não exato e como conseqüência os dados nem sempre são respeitados no seu valor real.

O método de curvatura mínima gera uma nova grade de pontos aplicando repetidamente uma equação matemática (1) sobre a grade iterativamente, de modo a suavizá-la; cada passagem sobre a grade é contada como uma iteração.

Conseqüentemente os valores dos nodos são recalculados, havendo sucessivas mudanças destes valores, até que os valores sejam menores que um valor máximo residual, ou um número de iterações seja satisfeito.

A partir do SURFER 7, o método de mínima curvatura foi revisado no qual o conceito de tensão, tanto interna como nas bordas, foi implementado e usa no primeiro passo um modelo adequado de regressão por mínimos quadrados. A equação a seguir mostra este modelo.

$$AX + BY + C = Z(X,Y) \qquad (1)$$

Na geração da grade final usando o método de curvatura mínima são efetuados quatro passos descritos na seqüência:

- no primeiro passo é usado o modelo de regressão por mínimos quadrados para adequar os dados;
- no segundo passo, os valores encontrados no modelo de regressão por mínimos quadrados são subtraídos dos valores originais e é gerado um conjunto de valores residuais;
- no terceiro passo, o algoritmo de curvatura mínima é usado para interpolar os resíduos nos nodos da grade;
- no quarto e último passo aos valores encontrado pelo modelo de regressão plana nos nodos da grade são adicionados os valores dos resíduos interpolados, produzindo uma superfície final interpolada.

Diferente de Smith e Wessel, 1990, os nodos fixos são definidos como uma média dos valores vizinhos observados. Para isto considera um retângulo com tamanho e forma igual ao da célula da grade. Se existem vários valores observados na vizinhança do nodo da grade, o valor que é fixado para o nodo é igual à média aritmética dos valores contidos no retângulo.

No método de curvatura mínima o algoritmo que gera a superfície de dados interpolados e resolve a equação diferencial biharmônica modificada com tensão é:

$$(1-T_i)\nabla^2(\nabla^2 Z) - (T_i)\nabla^2 Z = 0 \qquad (2)$$

Isto são três conjuntos de condições limitantes:

- sobre as bordas ou extremidades:

$$(1-T_b)\frac{\partial^2 Z}{\partial n^2} + (T_b)\frac{\partial Z}{\partial n} = 0 \qquad (3)$$

- sobre as bordas ou extremidades:

$$\frac{\partial(\nabla^2 Z)}{\partial n} = 0 \qquad (4)$$

- nos cantos:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y} = 0 \qquad (5)$$

onde:

∇^2 é um operador laplaciano;
n é o limite normal;
T_i é tensão interna;
T_b é a tensão no limite;
Z são observações.

2.1 Tensão interna e tensão no limite

Qualitativamente, o algoritmo de curvatura mínima na formação da grade atende de uma maneira que ajusta uma camada ou lâmina sobre todas as observações sem colocar nenhuma dobra ou volta na superfície. Entre os pontos onde as observações foram fixadas, a camada se curva um pouco.

A tensão interna é usada para controlar os arcos ou as curvas no interior da superfície, uma tensão alta significa um arco ou curva, pequena ou baixa. Por exemplo, em uma alta tensão faz com que áreas entre as observações pareçam como as faces de uma pedra preciosa. A tensão nos limites controla as curvaturas ou os arcos sobre as bordas. Como padrão, tanto a tensão interna como a tensão nas bordas são definidas como zero.

2.2 Fator de relaxamento ou abrandamento

No método de curvatura mínima os algoritmos são atualmente resolvidos através de equações diferenciais usando sucessivos algoritmos de sobre relaxamento. No interior da superfície os valores são atualizados usando a estratégia de "um tabuleiro de xadrez", onde a única diferença é que nas equações bi harmônicas tem nove "cores", do que somente preto e branco como num tabuleiro comum.

Geralmente, o fator de relaxamento não será alterado, e é padronizado como um valor um (1,0) que é considerado como um valor genérico bom, onde há grandes rugosidades o fator de relaxamento ficará perto de dois (2,0) e os algoritmos do método de curvatura mínima convergem rapidamente. Um fator de relaxamento perto de zero (0,0) a maior parte do algoritmo irão convergir, mas o algoritmo será demorado. Um ótimo fator de relaxamento é derivado entre a experiência e o erro, ou seja, tentativa e erro.

2.3 Convergência

Os procedimentos de relaxamento são processos de suavização local e conseqüentemente pequenos comprimentos de onda para os valores de Z são encontrados rapidamente.

Por outro lado, o processo de relaxamento não propaga os efeitos que os dados obrigam para um grande comprimento de onda que seriam mais eficientes. Conseqüentemente as rotinas determinam a convergência pela comparação entre as mudanças da magnitude no nodo numa iteração para especificar o valor máximo de resíduo.

3 INTERPOLAÇÃO DE DADOS USANDO CURVATURA MÍNIMA

Os dados usados neste trabalho consistem em 281 pontos tridimensionais (XYZ), onde a variação dos valores em X está entre – 485,662 e 13,52, ou seja com uma amplitude de 499,172 unidades; os valores em Y estão entre -161,16 e 177,664, com amplitude de 338,824 unidades; a variação em Z está entre 82,454 e 106,959 com amplitude de 24,419 unidades.

A distribuição espacial dos pode ser observada na figura 1 a seguir. Pode-se observar que no canto superior direito faltam pontos, como também na parte central existe uma área com a mesma falta e uma concentração na parte inferior e do lado direito até a metade.

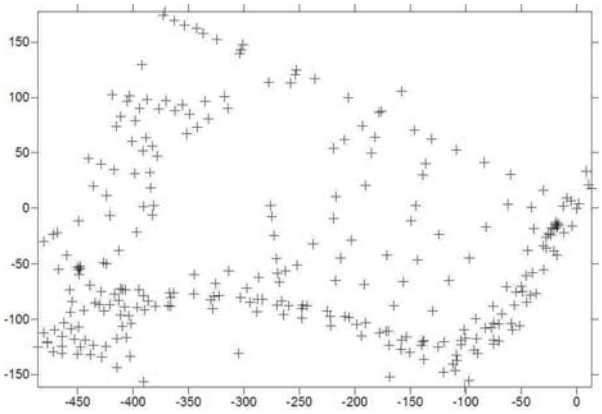

Figura 1. Distribuição espacial dos pontos

3.3 Produtos gerados no SURFER 8.0

Na escolha do método de interpolação no SURFER 8 deve se considerar o tamanho do conjunto de dados, por exemplo, alguns métodos interpretam um pequeno conjunto de dados mais eficientemente que outros. O SURFER necessita de um número mínimo de pontos com coordenadas XYZ, e que estes pontos sejam não colineares.

O método de curvatura mínima é mais eficiente para um grande conjunto de dados acima de mil (1.000) observações, é mais rápido e produze mapas de boa qualidade com boa representação.

As figuras a seguir mostram exemplos de produtos que podem gerados no SURFER. Tais produtos foram gerados utilizando o interpolador de Curvatura Mínima. A figura 2 mostra a distribuição espacial dos pontos do levantamento e as curvas de nível geradas pelo *software*. A figura 3 mostra as curvas de nível e as direções de escoamento da água na superfície. A figura 4 representa o modelo digital de terreno da superfície e as respectivas direções de escoamento.

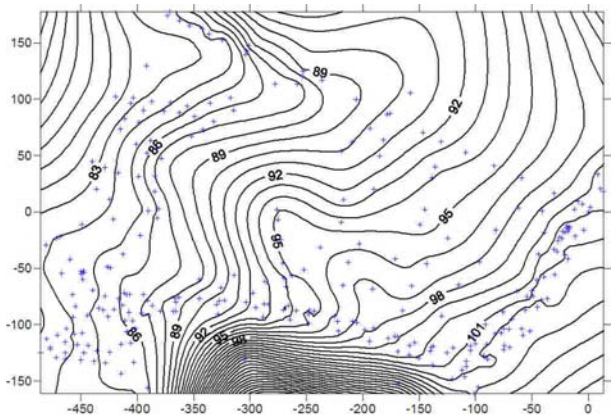

Figura 2. Distribuição espacial dos pontos e curvas de nível

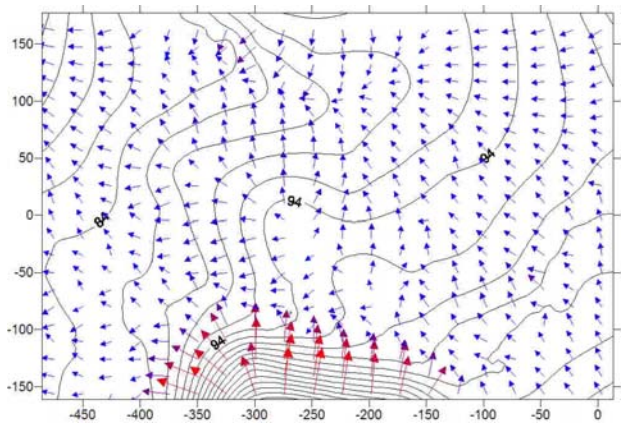

Figura 3. Curvas de nível e Direções

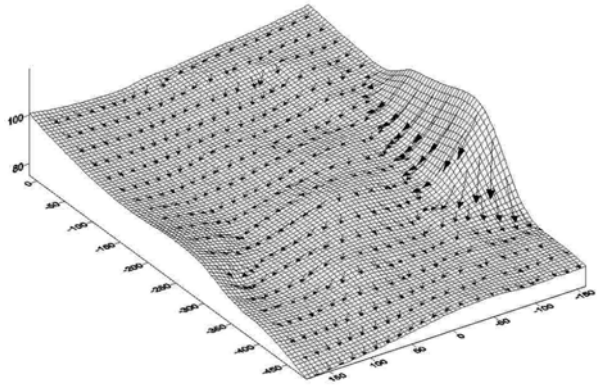

Figura 4. Modelo Digital do Terreno e Direções

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Pelo fato de ser um interpolador não exato o método de curvatura mínima apresenta algumas vantagens e desvantagens (Landim, 2000), tais como:

Vantagens:

- A superfície estimada é independente da distribuição dos dados e da presença de ruído (noise);

- A superfície estimada é a mais suave entre as geradas por outros algoritmos que ajustam superfícies de dados amostrados;

- a superfície é absolutamente fiel aos dados originais se houver apenas um valor amostrado por célula;

- a um menor número de formas estranhas, com exceção das bordas e interior de células sem amostragem;

- é capaz de estimar além dos valores máximo e mínimo dos dados amostrados.

Desvantagens:

- uma superfície suave é gerada, quer realmente exista ou não;

- havendo dados próximos às bordas pode haver geração de depressões ou picos nas bordas do mapa;

- formas estranhas podem surgir no centro das células que não contém pontos amostrados e se um número insuficiente de interações for especificado.

5 CONCLUSÕES

- Pode-se verificar que o método de curvatura mínima gera mapas suavizados de superfície;
- Mesmo em lugares onde não se encontram dados o método interpola a superfície;
- Nas bordas houve a geração de picos, inclusive naquelas onde não havia dados a serem interpolados;
- Como se tinha conhecimento da área em que os dados foram coletados não pode se fazer uma avaliação, para verificar se estava condizente com a realidade;
- Conseqüentemente, na interpolação faz-se necessário o conhecimento dos dados e da área em questão;
- assim a escolha do método de interpolação a ser usado pelo usuário depende dos objetivos que se queira alcançar e do conhecimento que o mesmo detém sobre o assunto.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos (em homenagem) à sublime pesquisadora e professora Márcia C. L. Quintas às contribuições, sugestões e correções prestadas à realização desse trabalho.

REFERÊNCIAS

CARVALHO, J.R.P; ASSAD, E.D. **Comparação de interpoladores espaciais univariados para precipitação pluvial anual no estado de São Paulo.** Comunicado técnico. Ministério da agricultura Pecuária e Abastecimento. Campinas. 2002.

LANDIM,P.M.B. **Introdução aos métodos de estimação espacial para confecção de mapas.** UNESP Departamento de Geologia Aplicada, Rio Claro. 2000.

SAWAM, S.J; THOROGOOD, J.L. **A compendium of directional calculations base don the minimum curvature method.** Society of Petroleum Engineers Drilling & Completion. 2005.

SURFER 7.0 – **User's guide. Contouring and 3D Surface Mapping for Scientists and Engineers: Golden Software**, inc.1999