

# POSICIONAMENTO DIFERENCIAL PÓS-PROCESSADO UTILIZANDO MULTIESTAÇÕES GPS

MAURICIO IHLENFELDT SEJAS  
CLÁUDIA PEREIRA KRUEGER

Universidade Federal do Paraná - UFPR  
Setor de Ciências da Terra  
Departamento de Geomática  
Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas - CPGCG  
{msejas, ckrueger}@ufpr.br

**RESUMO** – Neste trabalho correções de pseudodistância geradas por uma rede de estações GPS foram empregadas para corrigir as observações originais de uma estação móvel no modo pós-processado. Um modelo linear foi utilizado para representar os erros em uma rede formada por três estações de referência. Os resultados obtidos por esta metodologia foram comparados com aqueles obtidos no posicionamento DGPS que utilizou apenas uma estação de referência para gerar as correções. Verificou-se que a modelagem em rede reduziu alguns dos erros sistemáticos presentes no posicionamento que utilizou apenas uma estação de referência, e as coordenadas finais estimadas foram mais precisas e acuradas.

**ABSTRACT** – In this paper pseudorange corrections generated by a network of GPS stations were employed to correct the raw observations of a rover station in a post-processing mode. A linear model was used to represent the errors in a network formed by three reference stations. The results obtained by this methodology were compared with those obtained from the DGPS positioning that used only one reference station to generate the corrections. We noticed that the network modeling reduced some systematic errors still present in the position that used only one reference station, and the final estimated coordinates were more precise and accurate.

## 1 INTRODUÇÃO

A técnica DGPS (*Differential GPS*) requer pelo menos uma estação GPS, de coordenadas conhecidas, para gerar correções de pseudodistância e suas variações. Estas correções são transmitidas a uma ou mais estações móveis que as utilizam para corrigir as observações originais do efeito combinado de diversas fontes de erro, entre elas: órbita, troposfera e ionosfera (Grewal et al., 2007; Hofmann-Wellenhof, 2001). A técnica faz proveito da correlação existente entre os erros, principalmente em linhas de base curtas.

Tradicionalmente o posicionamento GPS é realizado no modo *linha de base simples*, isto é, uma ou várias estações móveis são posicionadas em relação a uma única estação de referência (ou estação base). Porém, nos últimos anos, maior preferência tem sido dada ao posicionamento que utiliza redes de estações de referência. A idéia básica deste método consiste em utilizar as estações da rede para modelar localmente alguns dos erros presentes no posicionamento GPS e permitir que o usuário possa utilizar estas informações para corrigir suas observações.

Um dos maiores benefícios em usar redes de estações de referência consiste no aumento da

confiabilidade e disponibilidade do serviço. Em uma rede se uma ou mais estações de referência falham ao mesmo tempo suas contribuições podem ser eliminadas e a solução pode ser dada em função das estações que restaram (Fotopoulos e Cannon, 2001).

O objetivo deste trabalho é modelar as correções de pseudodistância geradas por uma rede composta por três estações de referência e aplicar estas correções em uma estação móvel, no modo pós-processado. A avaliação do desempenho do método foi baseada no erro médio quadrático dos erros obtidos da comparação das coordenadas estimadas com as precisas.

## 2 CORREÇÕES DE PSEUDODISTÂNCIA

O modelo básico para as observações de pseudodistância do código, entre a estação  $A$  e o satélite  $i$ , pode ser escrito na seguinte forma simplificada (Wübbena et al., 2001):

$$PD_A^i = \rho_A^i + \delta R_A^i + \delta D_A^i + \delta E_A^i + \varepsilon_A^i \quad (1)$$

onde:

$PD_A^i$  pseudodistância do código entre a estação  $A$  e o satélite  $i$ ;

- $\rho_A^i$  distância geométrica entre a estação A e o satélite i;
- $\delta R_A^i$  erros de relógio;
- $\delta D_A^i$  erros dependentes de distância;
- $\delta E_A^i$  erros dependentes de estação;
- $\varepsilon_A^i$  ruídos e parâmetros não modelados.

O termo referente aos erros de relógio na equação (1) existe devido ao não sincronismo do relógio do satélite com o relógio do receptor. Desconsiderando os atrasos de *hardware* ocorridos tanto no satélite quanto no receptor GPS, esse termo pode ser desmembrado e escrito em função do erro do relógio do receptor  $\delta t_A$ , e no erro do relógio do satélite  $\delta t^i$ , conforme a equação (2), onde  $c$  representa a velocidade da luz no vácuo:

$$\delta R_A^i = c\delta t_A - c\delta t^i \quad (2)$$

Os erros dependentes de distância compreendem os erros de órbita e refração troposférica e ionosférica:

$$\delta D_A^i = \delta O^i + \delta T_A^i + \delta I_A^i \quad (3)$$

Os erros dependentes de distâncias são fortemente correlacionados para linhas de base curtas. Assim, a influência destes erros cresce em função do aumento da linha de base que separa a estação de referência da estação móvel.

Os erros dependentes de estação referem-se ao efeito do multicaminho e da variação do centro de fase da antena. A escolha de um local livre de obstruções é a melhor forma de evitar o efeito multicaminho. O emprego de antenas calibradas ou de parâmetros de calibração, como por exemplo os fornecidos pelo NGS (*National Geodetic Survey*), propiciam a redução do erro provocado pela variação do centro de fase da antena. A antena do satélite GPS também sofre esses mesmos efeitos, que no posicionamento relativo podem ser desconsiderados. Para maiores detalhes sobre esses erros, consultar: Mader (1999) e Freiberger Jr. (2007).

O último termo da equação (1) trata dos ruídos e parâmetros não modelados, e normalmente é negligenciado.

O erro na pseudodistância observada em uma estação de referência, denominada de correção de pseudodistância (PRC – *pseudorange correction*) é dada por (Seeber, 2003):

$$PRC_A^i = PD_A^i - \rho_A^i \quad (4)$$

onde a distância geométrica entre a antena GPS e o satélite é calculada com as coordenadas precisas da estação e as coordenadas dos satélites obtidas por meio das efemérides transmitidas.

Wübbena et al. (2001) afirma que as correções de pseudodistância são essencialmente a soma de todos os erros na observação mais os erros aleatórios de medida. E segundo o mesmo autor, a equação (4) pode ser utilizada na correção da pseudodistância observada da estação móvel, segundo a equação:

$$PDC_A^i = PD_A^i - PRC_A^i \quad (5)$$

onde PDC representa a pseudodistância corrigida dos maiores efeitos referentes aos erros dependentes de distância.

Seeber (2003) discute o problema da latência nesse tipo de posicionamento, e afirma que se a latência é zero a equação (4) é idêntica à equação da simples diferença do posicionamento relativo.

### 3 MULTIESTAÇÕES GPS

Quando existem mais de uma estação de referência que podem ser utilizadas para gerar correções, o usuário tem a opção de empregar as correções de pseudodistância de qualquer uma delas, dando preferência à estação mais próxima. Porém, ao invés de utilizar as PRC de apenas uma das estações ele poderia utilizar as correções interpoladas obtidas de um conjunto de estações.

Diversas técnicas podem ser empregadas para interpolar os erros estimados nas estações de referência para a região onde está localizada a estação móvel. Dai et al. (2001) apresenta algumas delas e discute as vantagens e desvantagens de cada uma, para o caso de interpolação de erros em redes RTK. Porém, os conceitos apresentados pelo autor podem ser adaptados para o processamento DGPS em rede.

Considerando o caso mais simples de interpolação, que envolve apenas duas estações de referência, o modelo matemático poderia ser um polinômio de primeiro grau do tipo:  $y = ax + b$  (equação da reta). Para tirar o melhor proveito deste modelo, as duas estações de referência e a estação móvel deveriam ser colineares, uma situação difícil de ocorrer na prática.

Um polinômio de três termos do tipo  $y = ax + by + c$  (equação do plano) é um modelo matemático que pode ser empregado na modelagem dos erros quando existem mais de duas estações de referência. A figura 1 mostra a representação geométrica do plano para três estações de referência. As correções de pseudodistância geradas individualmente por cada uma das três estações são utilizadas para estimar os coeficientes do modelo matemático. Com estes coeficientes e com as coordenadas aproximadas da estação móvel correções de pseudodistância interpoladas são calculadas e utilizadas para corrigir as pseudodistâncias originais da estação móvel.

Uma PRC interpolada deveria ser o mais próximo possível da PRC gerada pela própria estação. No exemplo da figura (1) foi utilizada a equação do plano para modelar os erros na região compreendida entre as três

estações de referência. Porém, devido à não linearidade dos erros, a PRC das estações de referência e da estação móvel podem não ser coplanares, isto é, o modelo matemático linear estima somente uma parte da PRC, existindo ainda uma parte não modelada denominada *erro de interpolação*.

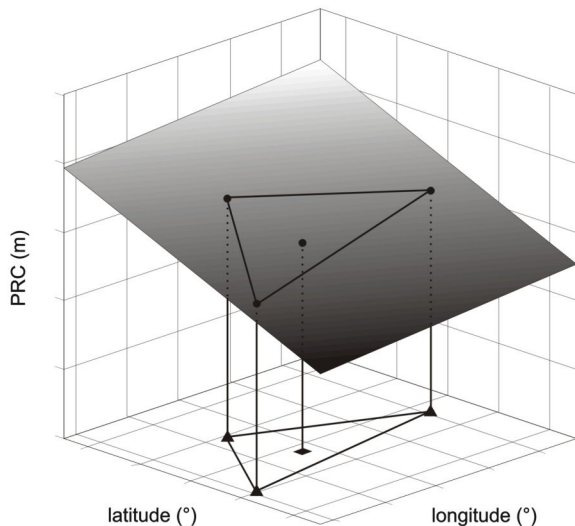


Figura 1 – Plano representando geometricamente os erros em uma rede formada por três estações de referência.

Wübbena e Willgalis (2001) apresentam um método que utiliza  $n$  estações de referência de uma rede para gerar  $n-1$  equações de observação que permitem estimar as correções de pseudodistância para cada satélite em cada época. Realizando uma adaptação da equação apresentada por aqueles autores, chega-se à seguinte equação:

$$(PRC - PRC_0) = a_\varphi(\varphi - \varphi_0) + a_\lambda(\lambda - \lambda_0) \quad (6)$$

onde o termo à esquerda da igualdade representa as simples diferenças das PRC entre uma estação qualquer e a estação mestra, e os termos  $a$  são os coeficientes de rede obtidos em função da diferença em latitude e longitude entre as estações.

Particularizando para três estações de referência (A, B e C), sendo a primeira a estação mestra, a equação (6) pode ser escrita na forma matricial como:

$$L = AX; \begin{bmatrix} PRC_{AB} \\ PRC_{AC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\varphi_{AB} & \Delta\lambda_{AB} \\ \Delta\varphi_{AC} & \Delta\lambda_{AC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_\varphi \\ a_\lambda \end{bmatrix} \quad (7)$$

onde os coeficientes de rede são estimados algebricamente:

$$X = A^{-1}L \quad (8)$$

e considerando mais que três estações de referência, os coeficientes podem ser estimados pelo método dos mínimos quadrados:

$$X = (A^T A)^{-1} (A^T L) \quad (9)$$

As coordenadas geodésicas aproximadas da estação móvel (M) e os coeficientes de rede são empregados para calcular as simples diferenças das correções entre as estações móvel e de referência, de acordo com a equação (10):

$$PRC_{AM} = \begin{bmatrix} \Delta\varphi_{AM} & \Delta\lambda_{AM} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_\varphi \\ a_\lambda \end{bmatrix} \quad (10)$$

Finalmente, as observações originais de pseudodistância da estação móvel são corrigidas pelas correções de pseudodistância obtidas pela equação (10).

#### 4 PROGRAMA

Um programa computacional foi desenvolvido com o objetivo de modelar as correções de pseudodistância geradas por uma rede de estações de referência (Sejas e Krueger, 2007). As etapas de processamento envolvidas neste programa obedecem ao fluxograma apresentado na figura 2, sendo explicado com maiores detalhes na seqüência.

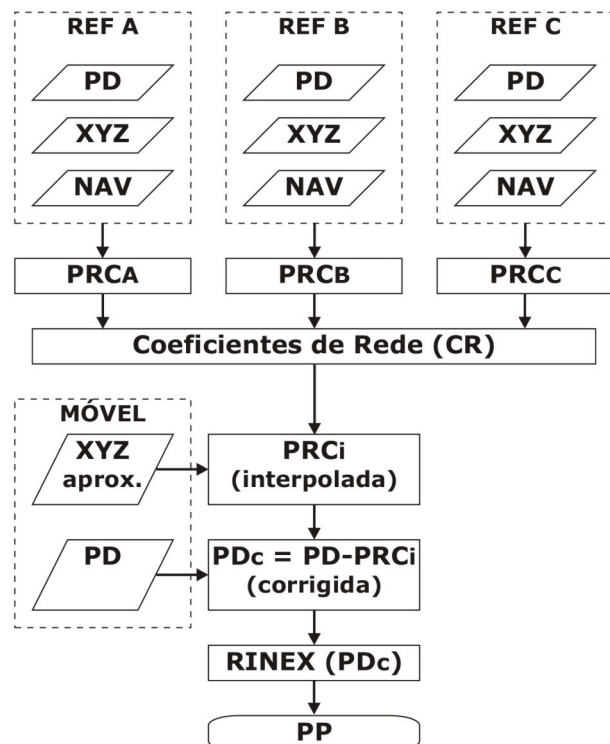


Figura 2 – Fluxograma do programa desenvolvido.

Os dados de entrada do programa são os arquivos RINEX de observação e navegação para cada uma das estações de referência (REF). Os arquivos de observação são editados de tal forma a conterem as coordenadas

precisas das estações de referência (XYZ). Os arquivos RINEX de navegação (NAV) contêm os elementos necessários para o cálculo das coordenadas e erro do relógio dos satélites.

A observável utilizada no processamento é pseudodistância do código C/A (PD). Para cada satélite e época, em cada estação, são estimadas correções de pseudodistância (PRC) que resultam da diferença da pseudodistância medida com a distância geométrica calculada por meio das coordenadas precisas das estações, de acordo com a equação (4). Os erros dos relógios do receptor e do satélite são estimados e introduzidos na equação (4).

Calculadas as correções de pseudodistância em cada estação, o próximo passo consiste em determinar os coeficientes de rede (CR) para cada satélite e época. A equação (6) foi o modelo matemático utilizado, onde são determinados dois parâmetros (para latitude e longitude).

A etapa seguinte consiste na interpolação da PRC para a posição aproximada da estação móvel. Assim, correções de pseudodistância interpolada (PRCi) são obtidas.

As pseudodistâncias originais da estação móvel são corrigidas dos erros estimados pelas estações de referência subtraindo a pseudodistância original da correção de pseudodistância. Um arquivo RINEX com as pseudodistâncias corrigidas é criado e finalmente pode ser processado por meio do posicionamento por ponto (PP), que consiste na determinação das coordenadas da estação e erro do relógio para cada época.

## 5 ÁREA DE ESTUDO

A escolha das estações GPS do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) que deveriam participar do experimento foi em função da proximidade e distribuição relativa entre elas. Desta forma, foram selecionadas: MGIN (MG), ONRJ (RJ), POLI (SP) e CHPI (SP).

As três primeiras (figura 3) foram utilizadas como estações de referência e a última (CHPI) foi escolhida como estação móvel por estar localizada dentro da área compreendida pelas estações de referência. Nesta configuração, a maior e menor distância entre uma estação de referência e a estação móvel foi de 144 e 203km, respectivamente.

As coordenadas precisas destas estações são conhecidas no Sistema Geocêntrico de Referência para as Américas – SIRGAS 2000 (SIRGAS, 2008), na época 2000.4. As coordenadas foram estimadas com desvio-padrão entre 1 e 4mm (IBGE, 2008).

Os arquivos de observações foram obtidos diretamente da área de *ftp* (*file transfer protocol*) da RMBC (<ftp://geoftp.ibge.gov.br/RBMC/>). Foram selecionados 3 dias consecutivos para a realização dos testes, iniciando no dia 149/2008 (28/05/2008) e finalizando no dia 251/2008 (30/05/2008). Os arquivos de observações contêm 24 horas de dados, com intervalo de gravação de 15 segundos.

Foi selecionado um trecho de 5 horas para a realização dos experimentos, iniciando às 12:00 e finalizando às 17:00 (UTC). Um total de 1200 posições foram estimadas para cada dia.

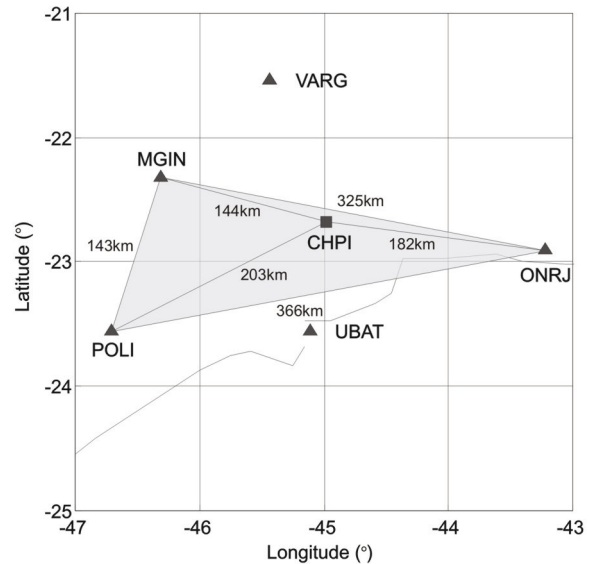


Figura 3 – Configuração da rede formada pelas três estações de referência (MGIN, ONRJ e POLI) e uma estação móvel (CHPI).

## 6 RESULTADOS E ANÁLISES

Para a modelagem dos erros em redes de estações de referência somente satélites que são observados simultaneamente em todas as estações de referência podem ser utilizados. Satélites que não atendem a esse critério são descartados na etapa de pré-processamento. A estação móvel, naturalmente, irá utilizar somente os satélites em comum com os satélites observados pelas estações da rede. Nos experimentos realizados foram observados de 7 a 10 satélites simultaneamente por todas as estações (figura 4). A única diferença que se percebe entre os três dias de processamento são os 4 minutos com que a constelação se repete antes a cada dia.

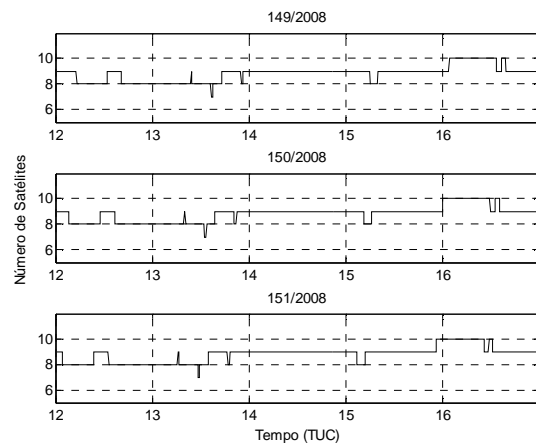


Figura 4 – Número de satélites utilizados no processamento.

Para cada par satélite-estação e em cada época, são calculadas correções de pseudodistância as quais são utilizadas na estimativa dos coeficientes de rede. Neste caso, dois coeficientes são gerados; um na direção do meridiano (variação em latitude) e outro na direção do paralelo (variação em longitude). Estes coeficientes podem ser interpretados geometricamente como sendo a inclinação do plano em relação à estação mestra.

Após a estimativa dos coeficientes de rede, foram interpoladas as correções de pseudodistância para a posição aproximada da estação móvel. O posicionamento por ponto convencional fornece as coordenadas aproximadas da estação com acurácia suficiente para essa tarefa, sem maiores prejuízos para o usuário. As observações originais da estação móvel foram corrigidas com as correções de pseudodistância interpoladas, e um arquivo RINEX de observação foi criado contendo as observações corrigidas.

Utilizando esse arquivo RINEX como arquivo de entrada, um posicionamento por ponto pode ser realizado. Com ele foram estimadas as coordenadas da estação móvel e o erro de relógio do receptor para cada época. Foram processados somente satélites com ângulo de elevação superior a 10 graus.

As coordenadas estimadas no ajustamento foram posteriormente transformadas para um sistema geodésico local e as discrepâncias entre as coordenadas estimadas e as conhecidas foram calculadas para cada uma das componentes nas direções norte, leste e altura, assim denominadas: *dn*, *de* e *du* (*north*, *east* e *up*).

O erro médio quadrático (*rms* – *root mean square error*) é definido pela raiz quadrada da soma do quadrado dos erros dividido pelo número de observações (Camil, 1994), segundo a expressão:

$$rms_{dn} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n dn_i^2} \quad (11)$$

onde:

*dn* - discrepância para a componente norte;  
*n* - número de observações.

De forma análoga, o *rms* para as componentes *de* e *du* foram calculadas. Para uma distribuição normal dos erros, existe uma probabilidade de 68% do erro ser inferior ao *rms*. Vale lembrar que essa probabilidade se refere apenas a cada uma das componentes isoladamente.

O processamento dos dados foi realizado basicamente de duas formas: uma utilizando apenas uma estação de referência e a outra envolvendo informações de toda a rede.

MGIN por ser a estação mais próxima da estação móvel (144km) foi escolhida como estação de referência. A figura 5 mostra as discrepâncias obtidas no processamento (dia 150/2008) entre a estação MGIN e a estação móvel CHPI. Os erros nas componentes *dn* e *de* estão entre ±1m, porém, alguns picos superaram esse valor. Para a componente *du* os erros foram em torno de

2,5 vezes maior, e também apresentou alguns picos que superaram esse valor.

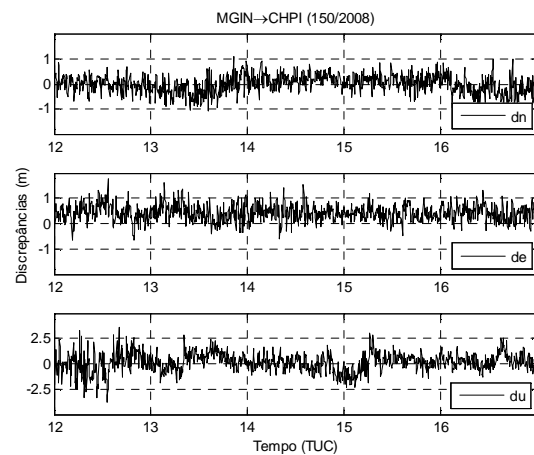


Figura 5 – Discrepância das componentes horizontais (*dn* e *de*) e vertical (*du*) obtidas do processamento que utilizou a estação de referência MGIN.

A figura 6 mostra as discrepâncias obtidas do processamento em rede. Nota-se que alguns dos picos observados na figura 5 desapareceram, e os erros são ligeiramente menores.

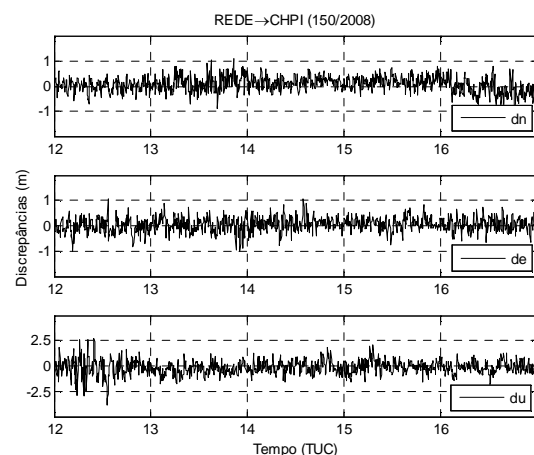


Figura 6 – Discrepância das componentes horizontais (*dn* e *de*) e vertical (*du*) obtidas do processamento que utilizou correções geradas pela rede.

A figura 7 mostra o gráfico de dispersão dos erros para as duas situações: processamento em rede (gráfico à esquerda) e utilizando a estação MGIN como base (gráfico da direita). Os resultados são para o processamento do primeiro dia (149/2008). O processamento em rede apresenta uma distribuição dos erros em torno de zero. A figura 9 apresenta o histograma de frequência relativa para os erros gerados neste processamento, onde a largura dos intervalos é de 20cm. Observa-se uma distribuição aproximadamente normal dos erros com *rms* praticamente igual nas duas componentes: 0,28m para *dn* e 0,27m para *de*. Para o

processamento utilizando a estação MGIN, verifica-se que o rms foi 0,35m e 0,54m para as componentes *dn* e *de*, respectivamente.

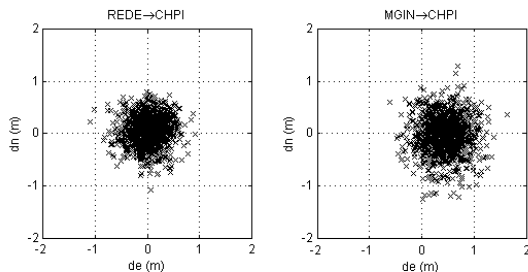


Figura 7 – Dispersão horizontal dos erros (149/2008).

Pelo fato do processamento com MGIN mostrar uma significativa diferença entre o rms da componente *dn* e *de*, outros dois processamentos foram realizados com o objetivo de detectar um possível erro grosseiro. Neste processamento foram consideradas como estação base, em primeiro caso: a estação ONRJ; em segundo: a estação POLI.

A figura 8 mostra a dispersão dos erros para estas duas situações. No processamento ONRJ->CHPI o rms para a componente *dn* foi 0.36m e 0,62m para *de*. Novamente verifica-se erros maiores para a componente *de*. No processamento POLI->CHPI (maior linha de base, 203km), observa-se que o erros foram maiores nas duas direções, sendo o rms igual a 0,54m para *dn* e 0,67m para *de*.

Nota-se que o erro é aproximadamente alinhado na direção da linha de base entre as estações, e verifica-se que o processamento em rede conseguiu eliminar de forma satisfatória esses erros sistemáticos presentes no processamento que utiliza apenas uma estação de referência.

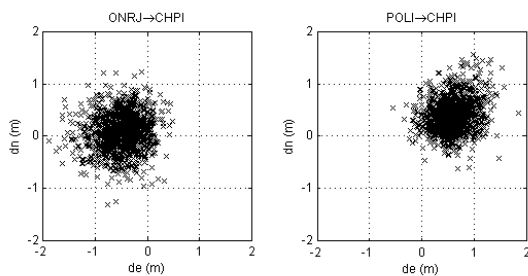


Figura 8 – Dispersão horizontal dos erros (149/2008).

Os resultados dos processamentos para os demais dias foram semelhantes ao do primeiro dia. As figuras 10 e 11 mostram a dispersão horizontal dos erros. Novamente se percebe que o processamento em rede apresenta resultados mais acurados.

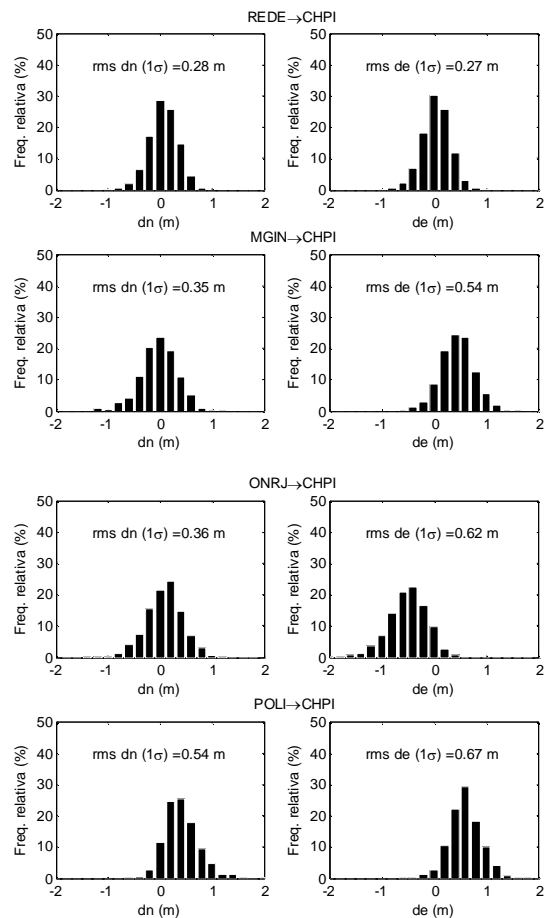


Figura 9 – Histograma de frequência relativa (149/2008).

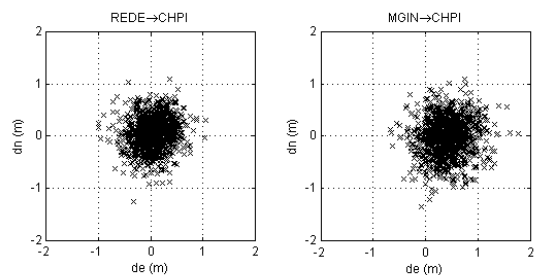


Figura 10 – Dispersão horizontal dos erros (150/2008).

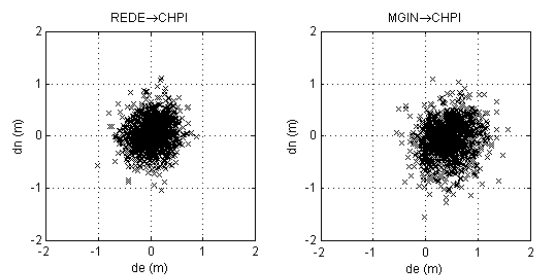


Figura 11 – Dispersão horizontal dos erros (151/2008).

## 7 CONCLUSÕES

Os resultados do experimento mostraram que as menores discrepâncias foram obtidas quando as observações originais da estação móvel foram corrigidas com informações das multiestações. O erro médio quadrático (68%) para as componentes *dn* e *de* foi praticamente igual e não superou 30cm em nenhum dos três dias.

O modelo linear utilizado para interpolar as PRC além de robusto e se mostrou eficiente na modelagem dos erros. A quantidade de informações que a estação móvel necessita para corrigir suas observações originais é o produto do número de satélites por três (dois coeficientes de rede mais a PRC da estação mestra).

Polinômios de grau maior também podem ser testados, porém, maior é o número de estações necessárias para estimar os coeficientes de rede.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao IBGE pela disponibilidade das observações GPS da RBMC. O primeiro autor ainda agradece ao CNPq pela bolsa de estudos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DAI, L.; S. HAN; J. WANG; C. RIZOS. **A study on GPS/GLONASS multiple reference station techniques for precise real-time carrier phase-based positioning.** In Proceedings of the 14<sup>th</sup> International Technical Meeting, Satellite Division, ION GPS-2001, Salt Lake City, UT, 11-14 September, 2001, pp. 392-403.

FOTOPOULOS, G.; M. E. CANNON. **An overview of multi-reference station methods for cm-level positioning.** GPS Solutions, 2001, Vol. 4, No. 3, pp. 1-20.

FREIBERGER JR., J. **Investigações sobre a calibração de antenas GPS.** Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas), CPGCG, Universidade Federal do Paraná (UFPR), 2007.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas.** Editora da UFPR, Curitiba 1994.

GREWAL, M. S.; WEILL, L. R., ANDREWS, A. P. **Global positioning systems, inertial navigation and integration.** Second edition, Wiley, 2007.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. **GPS theory and practice.** Fifth, revised edition, SpringerWienNewYork, 2001.

IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/>>. Acesso: 7 junho 2008.

MADER, G.L. **GPS Antenna Calibration at the National Geodetic Survey,** GPS Solutions, Volume 3, Number 1, July 1999, p. 50-58.

SEEBER, G., **Satellite Geodesy: foundations, methods, and applications.** Berlin: Walter de Gruyter, 2003, 589p.

SEJAS, M. I.; KRUEGER, C. P. **Modelagem de erros a partir de redes GPS utilizando o conceito de parâmetros de correção de área – aplicações para o posicionamento por ponto.** XXIII Congresso Brasileiro de Cartografia - I Congresso Brasileiro de Geoprocessamento. Rio de Janeiro, 21/10/2007 à 24/10/2007.

SIRGAS, Sistema Geocêntrico de Referência para as Américas. Disponível em: <<http://www.sirgas.org/>>. Acesso: 5 junho 2008.

WÜBBENA, G.; WILLGALIS, S. **State space approach for precise real time positioning in GPS reference networks.** Presented at International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation. KIS-01, Banff, June 5-8, Canada, 2001.

WÜBBENA, G.; BAGGE, A.; SCHMITZ, M. **Network-based techniques for RTK applications.** Presented at the GPS Symposium, GPS JIN 2001, GPS Society, Japan Institute of Navigation, Tokyo, Japan, November 14-16, 2001.