

INFLUÊNCIA DO AZIMUTE NAS PRECISÕES DOS VÉRTICES EM POLIGONAIS TOPOGRÁFICAS AJUSTADAS

RÔMULO PARMA GONÇALVES
ANTÔNIO SIMÕES SILVA
DALTO DOMINGOS RODRIGUES

Universidade Federal de Viçosa - UFV
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas - CCE
Departamento de Engenharia Civil, Viçosa - MG
{goncalvesrp, asimoes, dalto}@ufv.br

RESUMO – Este trabalho tem por objetivo, dar suporte à análise e verificação sobre a possível influência que pode ser causada pelo azimute inicial em uma poligonal topográfica ou geodésica, ou até mesmo em qualquer trabalho em que seja necessária a injeção de um elemento de rotação. Foram testados então, alguns diferentes valores para o azimute inicial de um levantamento topográfico realizado por poligonização, a fim de verificar se há influência deste nas precisões dos resultados ajustados. Realizou-se o ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados e variou-se o azimute, encontrando-se valores diferentes para as precisões das coordenadas dos vértices da poligonal. Analisou-se também se esta variação influencia nos resultados através das elipses de erros absolutas, constatando-se que por esta análise, os resultados se mostraram perfeitamente consistentes. Pode-se concluir através destes resultados que, ao se trabalhar com o ajustamento de dados topográficos ou geodésicos, deve-se tomar alguns cuidados ao checar e entregar resultados, já que estes podem influenciar na tomada de decisões e nas aplicações práticas do trabalho.

ABSTRACT – The aim of this paper is to offer support for analyses and the verification about the possible influence that it caused by initial azimuth in a geodetic or topographic polygonal, as well as in any work where it is necessary the injection of one rotation element. So, tests were done, some different values for the initial azimuth in a topographic survey realized by polygonation, in order to verify the influence of them in the precision of adjusted results. Realized the adjustment by Least Square Methods and changed the azimuth, found different values for the precision of polygonal vertices coordinates. It was also analyzed if this variation influences in the results through of the absolute errors ellipses, verifying that by this analyses, the results were shown perfectly consistent. It can be concluded through these results, that when working with the adjustment of geodetic or topographic data, it should be careful when to check and to give results, once these results can influence in the decisions and also in the practice application of work.

1 INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

Ao se realizar um trabalho comum de topografia, nota-se que uma das técnicas mais utilizadas é a poligonização, apesar de existirem outras que são também muito eficientes em diversas situações práticas, como a triangulação, trilateração, levantamento por irradiações, dentre outras.

Para este trabalho, optou-se por analisar os resultados do ajustamento das observações de um levantamento topográfico por poligonização.

Sabe-se que para ajustar observações e aplicar o método dos mínimos quadrados (MMQ), torna-se necessária a realização de observações abundantes, e essa preocupação foi tomada para o estudo de caso.

Apesar de ser uma prática comum o ajustamento de poligonais por métodos não rigorosos (compensação proporcional dos erros) neste trabalho foi realizado o ajustamento das observações usando o MMQ.

Ajustar observações topográficas ou geodésicas, consta, além de muitos fatores, da correção de observações eivadas de erros, bem como da estimativa da precisão da solução adotada.

Além disso, pode-se verificar que o ajustamento consiste na busca pela estimativa da qualidade da solução, que pode se entender pela precisão de um resultado, que no caso deste trabalho, das coordenadas dos vértices da poligonal topográfica.

A precisão ainda pode ser interpretada pelo grau de consistência entre observações, baseado no tamanho das

discrepâncias num certo conjunto de dados (Ghilani & Wolf, 2006).

Após realizar um ajustamento das observações, pode-se então entender que os desvios-padrão obtidos para os parâmetros ajustados, são as precisões destes parâmetros, e serão assim analisados.

Por isso, o objetivo deste estudo de caso, é realizar o ajustamento dos dados de um levantamento topográfico por poligonação, a fim de analisar as precisões das coordenadas dos vértices desta poligonal.

Após realizar essa análise, propõe-se realizar também a rotação da poligonal, ou seja, variar a inunção inicial que garante a rotação do sistema, que neste caso foi o azimute inicial de um alinhamento contido entre dois vértices da poligonal.

Ao variar esta inunção, pode-se então analisar e discutir se o azimute inicial interfere ou não na qualidade do ajustamento, fazendo-se comparações entre os resultados dos desvios-padrão das coordenadas ajustadas.

2 METODOLOGIA APLICADA

Para um melhor acompanhamento do processo de ajustamento dos dados, serão previamente apresentados os chamados dados brutos ou observações de campo e um croquis da poligonal topográfica.

O desenho da poligonal pode ser observado de acordo com a Figura 1.

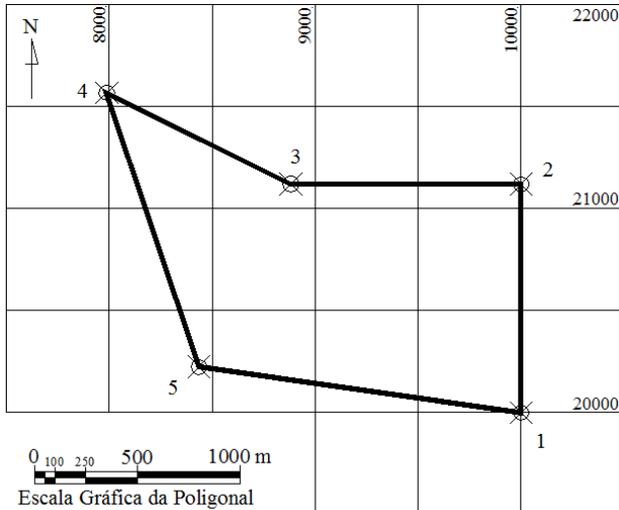


Figura 1 – Croquis da Poligonal

Sendo assim, pode-se observar nas Tabelas 1 e 2, os valores das observações.

Tabela 1 – Medidas angulares

	Em	De	Para	Âng. horário	D.P.(“)
α_1	1	5	2	81°52’10,2”	2,5
α_2	2	1	3	90°00’47,5”	2,3
α_3	3	2	4	206°33’20,4”	3,0
α_4	4	3	5	45°00’09,0”	2,4
α_5	5	4	1	116°33’50,9”	4,0

Tabela 2 – Medidas lineares de Distância

	De	Para	Dist. Horiz. (m)	D.P. (mm)
d_{12}	1	2	1118,043	4,2
d_{23}	2	3	1118,037	3,2
d_{34}	3	4	1000,010	5,2
d_{45}	4	5	1414,214	4,1
d_{51}	5	1	1581,143	4,2
d_{13}	1	3	1581,151	5,5

onde D.P. significa Desvio-Padrão.

Para o problema em questão, estipulou-se as coordenadas para o vértice “1” (Um) conforme mostrado a seguir:

$$X_1 = 10.000,000 \pm 0,005 \text{ m}$$

$$Y_1 = 20.000,000 \pm 0,005 \text{ m}$$

No ajustamento das observações, as coordenadas X_1 e Y_1 , foram inseridas como as pseudo-observações, sendo, portanto, tratadas também como parâmetros.

O Azimute do alinhamento 1-2 (um dois) foi a última observação a ser considerada para dar início ao ajustamento.

Como um dos objetivos do trabalho é a análise e verificação do comportamento dos desvios-padrão conforme a variação do Az_{12} (Azimute de um para dois), então os azimutes a serem testados estão como a seguir na Tabela 3, e melhor visualizados conforme Figura 2.

Tabela 3 – Valores de Azimute Inicial para cada Situação

Situação 01
$Az_{12} = 00^\circ 00' 00,0'' \pm 4,0''$
Situação 02
$Az_{12} = 45^\circ 00' 00,0'' \pm 4,0''$
Situação 03
$Az_{12} = 90^\circ 00' 00,0'' \pm 4,0''$
Situação 04
$Az_{12} = 225^\circ 00' 00,0'' \pm 4,0''$

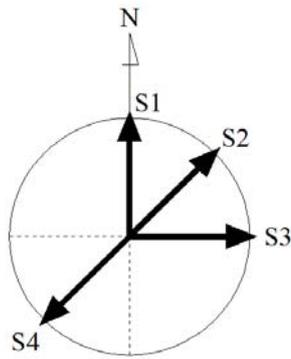


Figura 2 – Visualização dos Azimutes Iniciais para cada Situação (S1, S2, S3, S4).

Para resolução do problema proposto, foi realizado o ajustamento utilizando o MMQ, conforme o modelo Paramétrico, que implica nas equações de observação, onde faz-se as observações (L_a) em função dos parâmetros (X_a), conforme Equação 1.

$$L_a = F(X_a) \tag{1}$$

Para os dados em questão, obteve-se um grau de liberdade ($g.l.$) para o ajustamento conforme Equação 2.

$$g.l. = n - m = 14 - 10 = 4 \tag{2}$$

onde:

- n = número de observações
- m = número de parâmetros

O vetor dos parâmetros aproximados (X_0) foi calculado analiticamente e seus valores para a “Situação 01” são apresentados em forma de matriz, como se segue.

$$X_0 = \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ X_3 \\ Y_3 \\ X_4 \\ Y_4 \\ X_5 \\ Y_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10000,000 \\ 20000,000 \\ 10000,000 \\ 21118,043 \\ 8881,963 \\ 21118,300 \\ 7987,557 \\ 21565,578 \\ 8434,623 \\ 20223,888 \end{pmatrix} m$$

Nas quatro diferentes situações, onde imprimiu-se a variação do azimute, as coordenadas x e y foram mantidas constantes, assim como as demais observações de ângulos e distâncias.

Para o devido ajustamento, a matriz diagonal dos pesos (P) foi obtida fazendo-se cada elemento como o inverso da variância de cada observação, já que esta é uma prática usualmente utilizada para se obter tal matriz.

De posse desses dados e informações, pode-se então partir para o ajustamento das observações a fim de se buscar os objetivos traçados.

Os resultados a seguir, foram obtidos através de cálculos realizados pelo software *MMQ_UFV*. Desenvolvido e implementado na Universidade Federal de Viçosa, este software realiza o ajustamento de observações pelo MMQ, utilizando o modelo Paramétrico.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Depois de realizados os cálculos do ajustamento, pode-se observar então que, para a “Situação 01”, em que o Azimute Inicial (Az_{12}) é igual a 00° (zero graus), obteve-se os seguintes parâmetros ajustados, conforme apresentado na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros Ajustados e seus respectivos Desvios-Padrão para a “Situação 01”

Vértice	X_a (m)	σ_x (mm)	Y_a (m)	σ_y (mm)
1	10000,000	41,2	20000,000	41,2
2	10000,000	183,2	21118,024	52,8
3	8881,973	185,0	21118,116	190,4
4	7987,505	262,2	21118,116	338,1
5	8434,750	64,6	20223,629	267,4

Segundo Ghilani & Wolf (2006), as estimativas do erro ou desvios-padrão, estão ligados à estimativa ao longo de seu eixo cartesiano, X ou Y , podendo ser representados graficamente como um retângulo de dimensões $2\sigma_x$ ao longo do eixo X e $2\sigma_y$ ao longo de Y , e centralizado no ponto (vértice) em questão, conforme representado na Figura 3.

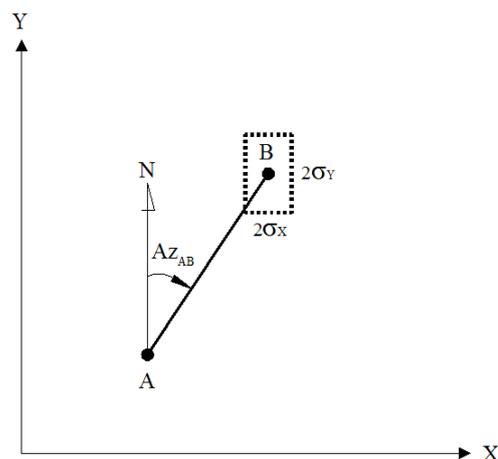


Figura 3 – Retângulo de Desvios-Padrão. Fonte: Ghilani & Wolf (2006). Adaptada.

Esta prática de esboçar graficamente o erro pode ser substituída por elipses de erro, que são uma aproximação da curva podária (Cross, 1983). As elipses também possuem outra propriedade que as diferenciam do

retângulo de desvios-padrão (Figura 3), podendo ser representadas conforme Figura 4.

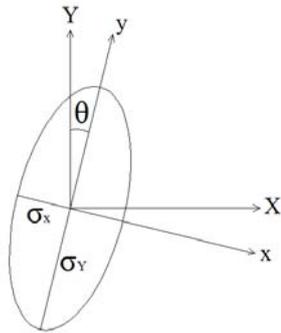


Figura 4 – Esquema da Elipse dos Erros e seus elementos.
Fonte: Gonçalves et al. (2008). Adaptada.

As elipses de erros podem ser calculadas de forma absoluta, ou verdadeira, ou seja, para o caso das elipses absolutas, a representação gráfica será da precisão do ponto ou vértice.

Para o caso das elipses de erros relativas, estas, segundo Gemael (1994), podem ser tratadas como a precisão relativa da posição entre dois vértices, ou de um alinhamento.

Como forma de analisar melhor os resultados, foram calculadas também as elipses dos erros absolutas para cada vértice, utilizando-se o método descrito em Gonçalves et al. (2008) e sendo representado na Figura 5, os resultados conforme a Tabela 5.

Tabela 5 – Elementos das Elipses de Erros Absolutas dos vértices da poligonal para a “Situação 01”.

Vértice	Semi-Eixo Maior (mm)	Semi-Eixo Menor (mm)	Azimute do S.E. Maior
1	41,2	41,2	Círculo
2	183,2	52,8	90°
3	260,0	53,8	44°
4	423,3	62,4	37°
5	269,9	53,1	08°

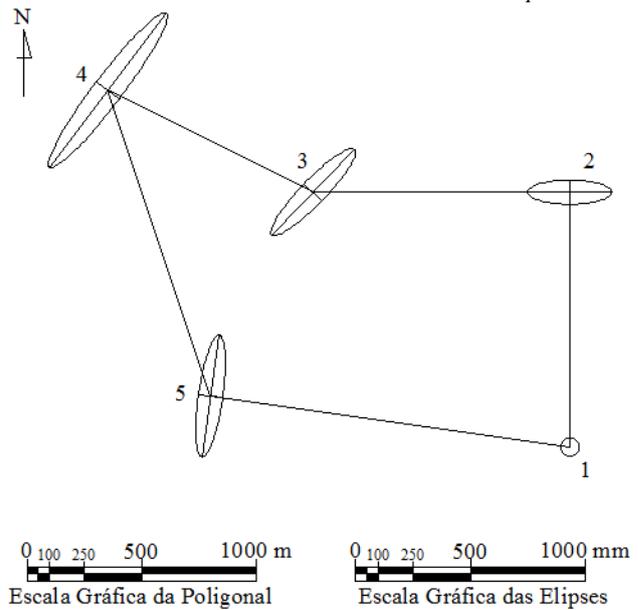


Figura 5 – Elipses de Erros Absolutas e Poligonal Ajustada.

Sendo assim, poderiam ser confiados os resultados apresentados ao final do ajustamento, sendo as coordenadas ajustadas e suas respectivas precisões, conhecendo-se seu grau de confiança e podendo encontrar a devida aplicação aos resultados.

Porém, por se desconfiar que a rotação do sistema poderia fazer com que os resultados do ajustamento sofressem alguma influência, é que se propôs então, refazer o ajustamento das mesmas observações, porém alterando somente o azimute inicial, que porventura para este estudo de caso é o Az₁₂.

Sendo assim, a nova situação a ser testada, será a “Situação 02”, conforme os dados apresentados na Tabela 3, em que a poligonal encontra-se agora, rotacionada em 45° (quarenta e cinco graus).

Com isso, pode-se notar nas Tabelas 6 e 7, os valores dos parâmetros ajustados, que são as coordenadas dos vértices, e suas respectivas precisões, assim como os elementos das Elipses de Erros Absolutas para a “Situação 02”.

Tabela 6 – Parâmetros Ajustados e seus respectivos Desvios-Padrão para a “Situação 02”

Vértice	Xa (m)	σ _x (mm)	Ya (m)	σ _y (mm)
1	10000,000	41,2	20000,000	41,2
2	10790,562	134,8	20790,562	134,8
3	10000,063	259,9	21581,192	54,0
4	9683,759	419,7	22529,856	83,1
5	9051,330	217,9	21264,929	167,9

Tabela 7 – Elementos das Elipses de Erros Absolutas dos vértices da poligonal para a “Situação 02”.

Vértice	Semi-Eixo Maior (mm)	Semi-Eixo Menor (mm)	Azimute do S.E. Maior
1	41,2	41,2	Círculo
2	183,2	52,8	135°
3	260,0	53,8	89°
4	423,3	62,4	82°
5	269,9	53,1	53°

Pode-se observar que, neste caso, se fossem analisados os resultados de precisão somente de acordo com as elipses dos erros, ou somente de acordo com as precisões dos parâmetros, poderia se chegar a conclusões diferentes dos resultados, já que os desvios-padrão em X e Y das coordenadas são diferentes quando se altera o Azimute, porém as elipses de erros são exatamente iguais, com exceção de suas rotações, que tendem a acompanhar a alteração realizada no azimute inicial da poligonal.

Por isso, não será apresentado novo desenho da poligonal com as elipses, visto que se difere da apresentada na Figura 5 apenas por rotação.

Foram realizados testes para mais duas situações, a fim de verificar uma exploração maior do primeiro quadrante, como mostrado na Figura 2, nas Situações 01; 02 e 03; e para verificar uma variação de direção mas com valor igual de tangente do azimute, como no caso das Situações 02 com 04.

A seguir observa-se os resultados do ajustamento das observações para a “Situação 03”, conforme Tabelas 08 e 09, onde o Az_{12} é igual a 90° (noventa graus).

Tabela 8 – Parâmetros Ajustados e seus respectivos Desvios-Padrão para a “Situação 03”

Vértice	Xa (m)	σ_x (mm)	Ya (m)	σ_y (mm)
1	10000,000	41,2	20000,000	41,2
2	11118,024	52,8	20000,000	183,0
3	11118,116	190,1	21118,026	184,8
4	11565,262	337,8	22012,495	261,9
5	10223,629	267,1	21565,250	64,5

Tabela 9 – Elementos das Elipses de Erros Absolutas dos vértices da poligonal para a “Situação 03”.

Vértice	Semi-Eixo Maior (mm)	Semi-Eixo Menor (mm)	Azimute do S.E. Maior
1	41,2	41,2	Círculo
2	183,2	52,8	0°
3	260,0	53,8	134°
4	423,3	62,4	127°
5	269,9	53,1	98°

A seguir, os resultados da “Situação 04” (Tabelas 10 e 11), onde o Az_{12} é igual a 225° (duzentos e vinte e

cinco graus) e é diferente em 180° (cento e oitenta graus) do Az_{12} apresentado na “Situação 02”.

Tabela 10 – Parâmetros Ajustados e seus respectivos Desvios-Padrão para a “Situação 04”

Vértice	Xa (m)	σ_x (mm)	Ya (m)	σ_y (mm)
1	10000,000	41,2	20000,000	41,2
2	9209,438	134,8	19209,438	134,8
3	9999,937	259,9	18418,808	54,0
4	10316,241	419,7	17470,144	83,1
5	10948,670	217,9	18735,071	167,9

Tabela 11 – Elementos das Elipses de Erros Absolutas dos vértices da poligonal para a “Situação 04”.

Vértice	Semi-Eixo Maior (mm)	Semi-Eixo Menor (mm)	Azimute do S.E. Maior
1	41,2	41,2	Círculo
2	183,2	52,8	135°
3	260,0	53,8	89°
4	423,3	62,4	82°
5	269,9	53,1	53°

Como pode ser observado, assim como a análise feita sobre as Situações 01 e 02, para a “Situação 03” pode-se interpretar da mesma maneira, ou seja, os desvios-padrão em X e Y foram diferentes para as três situações e os elementos de suas elipses de erros foram iguais.

Já na “Situação 04”, a conclusão foi um pouco diferente, já que seus resultados se diferem como o esperado em relação às Situações 01 e 03, porém estes resultados se mostram perfeitamente idênticos se comparados à “Situação 02”.

Como os valores dos semi-eixos das Elipses dos Erros foram os mesmos para todas as situações, então os esboços das demais situações não foram apresentados, podendo estas elipses ser analisadas na Figura 5.

4 CONCLUSÕES

A partir dos resultados encontrados, pode-se concluir que ao se arbitrar pseudo-observações a um conjunto de observações topográficas ou geodésicas, como um azimute inicial, por exemplo, que foi o caso deste trabalho, deve-se ponderar se este afeta os resultados de algum modo, já que a interpretação desses resultados pode levar a mudar tomada de decisões.

Analisando esses resultados apresentados, é também possível verificar que a alteração das precisões se deu somente quando estas foram avaliadas ao longo de seus eixos coordenados, visto que, ao se realizar os cálculos dos elementos das elipses de erros, pôde-se confirmar que sua rotação é realmente necessária, já que estas elipses se apresentaram fielmente do mesmo tamanho em todos os casos analisados.

Sendo assim, pode-se pensar em expandir este trabalho para novos casos, como analisar uma rotação do sistema geodésico brasileiro, ou até mesmo, a rotação de um sistema de referência, já que as coordenadas dos pontos base dessas redes geodésicas são todos expressos pelos seus desvios-padrão em X e Y , e não como elipses de erros.

Isso pode causar, dependendo do ponto de vista, muitos equívocos, já que os resultados devem ser analisados e comparados a outros por completo, ou seja, verificando não somente erros ou precisões como desvios-padrão ou elipses, mas também outros tipos de análise de qualidade, como Erro Médio Quadrático, dentre outros.

REFERÊNCIAS

CROSS, P., **Working Paper No. 6, Advanced Least Squares Applied to Position-Fixing**. Series Editor: A S Walker, North East London Polytechnic, Department of Land Surveying, 1983.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: Editora da UFPR, 1994. 319p.

GHILANI, C. D. & WOLF, P. R. **Adjustment Computations: Spatial Data Analysis**. New Jersey. Fourth Edition, Published by John Wiley & Sons, Inc. 2006. 611p.

GONÇALVES, R. P. *et al.* **Comparação entre Elipses de Erros Absolutas e Relativas com mudanças na posição do Datum**. COBRAC (Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário e Gestão Territorial), Florianópolis - SC. 2008.