
POSICIONAMENTO GNSS RELATIVO COM ESTIMATIVA ESTOCÁSTICA DOS RESÍDUOS IONOSFÉRICOS DAS DUPLAS DIFERENÇAS

HAROLDO ANTONIO MARQUES¹
JOÃO FRANCISCO GALERA MONICO¹
MÁRCIO AQUINO²
HELOÍSA ALVES DA SILVA¹

¹Universidade Estadual Paulista - Unesp
Faculdade de Ciências e Tecnologia - FCT
Departamento de Cartografia, Presidente Prudente – SP
{haroldoh2o, heloh2o}@gmail.com, galera@fct.unesp.br

²University of Nottingham
Institute of Engineering Surveying and Space Geodesy
University Park - Nottingham, UK
marcio.aquino@nottingham.ac.uk

RESUMO - A estimativa de coordenadas geodésicas com acurácia da ordem de poucos centímetros, a partir do GNSS (*Global Navigation Satellite System*), requer uma modelagem precisa dos efeitos sistemáticos envolvidos no posicionamento. Com a desativação da SA (*Selective Availability*), o atraso ionosférico é o efeito que causa os maiores erros no posicionamento. Quando se dispõe de receptores de dupla frequência, geralmente, utiliza-se a combinação *ion-free* para eliminar os efeitos de primeira ordem da ionosfera. Nessa combinação, as ambigüidades da fase perdem suas características de números inteiros. Além disso, a precisão da observação *ion-free* é degradada e outros níveis de ruídos são realçados, tal como o multicaminho. Uma solução alternativa no posicionamento relativo é estimar os efeitos residuais da ionosfera nas equações de duplas diferenças. Esses efeitos residuais podem ser modelados a partir de processos aleatórios, tais como o *white noise* e o *random walk*, juntamente com a introdução de uma observação fictícia (pseudo-observação) e um determinado desvio-padrão. Nesse trabalho, foi implementado no *software* GPSeq essa estratégia com aplicação no filtro de Kalman. Foram processadas linhas de base médias e longas e os resultados mostraram que a utilização dessa técnica proporciona estimativa das coordenadas com acurácia da ordem de poucos centímetros.

ABSTRACT - The estimation of geodetic coordinates with accuracy of the order of few centimeters from GNSS (*Global Navigation Satellite System*) requires a precise model of the systematic effects involved in the positioning. With the SA (*Selective Availability*) deactivation, the ionospheric delay becomes the effect that causes the largest positioning error. When two frequency receiver is available, usually, it 's used the ion-free combination to eliminate the first order ionospheric effects. In this combination, the phase ambiguities loose their integer characteristics. Besides this, the precision of the ion-free observation is degraded and others noises levels are enhanced, eg. multipath. An alternative approach in the relative positioning is to estimate the ionospheric residuals effects in the double difference equations. The residual effects can be modeled considering a random process, such as. white noise and random walk, with the introduction of fictitious observation (pseudo-observation) and an adopted standard deviation. In this paper it is presented this strategy using Kalman Filter, which was implemented in the GPSeq software. It was accomplished GPS processing considering medium and long baselines and the results have shown that the application of this technique provides coordinates estimation with accuracy of the order of few centimeters.

1 INTRODUÇÃO

O GNSS (*Global Navigation Satellite System*), em especial o GPS (*Global Positioning System*), atualmente é uma das tecnologias mais avançadas na área de geociências para fins de posicionamento. A estimativa de coordenadas geodésicas com acurácia da ordem de poucos centímetros, a partir desse sistema, requer uma modelagem precisa dos vários efeitos sistemáticos envolvidos. Com a desativação da SA (*Selective Availability*), o atraso ionosférico é o efeito que proporciona os maiores erros no posicionamento.

A eliminação dos efeitos ionosféricos de primeira ordem no processamento de dados GPS, envolvendo linhas de base longas e receptores GPS de dupla frequência, geralmente, é realizada utilizando a combinação linear *ion-free*. Essa combinação requer a utilização de coeficientes, cujos valores não são inteiros, o que leva as ambigüidades da fase a perderem suas características de números inteiros. Além disso, a precisão da observação *ion-free* é degradada e outros níveis de ruídos são realçados, como por exemplo, o multicaminho (LEICK, 2004).

Uma solução alternativa no posicionamento relativo é estimar os efeitos residuais da ionosfera nas equações de Duplas Diferenças (DDs). Adicionalmente, esses efeitos residuais ionosféricos podem ser tratados como processos aleatórios e modelados a partir de processos tais como o *random walk* e o *white noise*.

A utilização dessa estratégia com solução pelo MMQ (Método dos Mínimos Quadrados), seja no modo recursivo ou em lote, pode ser realizada através da introdução de uma observação fictícia para o resíduo ionosférico de cada DD, a qual é denominada de pseudo-observação. Nesse caso, geralmente, adota-se um valor nulo para a pseudo-observação e um determinado desvio-padrão (BOCK et al., 1986; ODIJK, 2002; LIU, 2001). Dessa forma, pode-se dizer que o usuário GNSS deve assumir certo nível de conhecimento a priori sobre os efeitos residuais da ionosfera. Uma das grandes vantagens desse método é o fato de conservar as ambigüidades das DDs de fase como números inteiros facilitando a aplicação de algoritmos de solução das ambigüidades, tal como o método LAMBDA (*Least Squares Ambiguity Decorrelation*) (TEUNISSEN, 1998).

A estimativa dos efeitos residuais da ionosfera no processamento de dados GPS é conhecida como modelagem da ionosfera com peso, na qual se pode ajustar a dimensão do desvio-padrão a ser adotada para a pseudo-observação do resíduo ionosférico. O desvio-padrão pode assumir valores extremos: zero ou infinito. No primeiro caso, o resíduo ionosférico da DD é uma variável determinística e não estocástica, implicando que todas as suas incertezas são conhecidas a priori. Por outro lado, quando o desvio-padrão assume o valor infinito, isso implica que nada se conhece da pseudo-observação ionosférica.

Dessa forma, foi investigada nesse trabalho a técnica de estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs

utilizando o conceito de pseudo-observação e a modelagem desses resíduos a partir de processos aleatórios. Essa técnica foi implementada no *software* GPSeq (GPS seqüencial), o qual está em desenvolvimento na FCT/UNESP (MACHADO, 2001; SOUZA, 2004; MARQUES, 2008). Esse *software* permite realizar o processamento de dados GPS no modo relativo utilizando o filtro de Kalman, a solução das ambigüidades das DDs pelo método LAMBDA, a realização do controle de qualidade, entre outras opções. Para o caso do desvio-padrão da pseudo-observação adotou-se uma função a qual leva em consideração o comprimento da linha de base.

Foram realizadas análises para verificar o comportamento da precisão das coordenadas estimadas e das ambigüidades em função do valor do desvio-padrão adotado para a pseudo-observação ionosférica. Além disso, foram realizados processamentos relativos envolvendo linhas de base médias e longas, considerando períodos de alta e baixa atividade ionosférica na região brasileira.

2 INTRODUÇÃO AO FILTRO DE KALMAN

O filtro de Kalman é um estimador recursivo não tendencioso e de variância mínima, que consiste na estimativa do vetor estado atual combinando as observações atuais e a adição do vetor estado advindo do instante anterior (LIU, 2001; CAMARGO, 1992). O filtro de Kalman pode ser encontrado em várias versões. No caso em que se consideram os instantes e as observações discretas, tem-se o filtro de Kalman discreto (CAMARGO, 1992; GELB et al., 1974). Nesse caso, para o desenvolvimento do modelo dinâmico e de equações de observação, assume-se que o vetor estado pode ser modelado a partir da equação diferencial do estado linear variando no tempo, a qual é dada por (TEUNISSEN, 2001):

$$\dot{X}(t) = F(t)X(t) + G(t)Z(t), \quad (1)$$

onde, $F(t)$ e $G(t)$ são matrizes de dimensões conhecidas variando no tempo. A solução da Equação 1 para o caso discreto é dada por:

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi_{k,\tau} G(\tau) Z(\tau) d\tau, \quad (2)$$

onde o primeiro índice (k) indica a estimativa do vetor X na época t_k e o segundo ($k-1$) indica que a estimativa é baseada em todas as observações passadas L_{bi} ($i = 1, 2, 3, \dots, k-1$). A matriz $\Phi_{k,k-1}$ é conhecida como matriz de transição. Ela descreve a transição entre X_k e X_{k-1} para todo t_k .

No caso da Equação 2, assume-se que a entrada $Z(\tau)$ pode ser tratada como uma observação e que sua matriz de auto-covariância é dada por (TEUNISSEN, 2001):

$$\Sigma_{ZZ}(t_1, t_2) = S_{ZZ}(t_1) \delta(t_2 - t_1), \quad (3)$$

onde $\delta(t_2 - t_1)$ representa a função delta de Dirac. O vetor de diferenças:

$$W_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi_{k,\tau} G(\tau) Z(\tau) d\tau \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (4)$$

também é uma observação, cuja MVC (Matriz de Variância-Covariância) é dada por:

$$\Sigma_{W_k} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi_{k,\tau} G(\tau) S_{ZZ} G(\tau)^t \Phi_{k,\tau}^t d\tau. \quad (5)$$

Aplicando a lei de propagação de covariâncias na Equação 4, tem-se (TEUNISSEN, 2001):

$$E\{(W_k - E\{W_k\})(W_k - E\{W_k\})^t\} = \Sigma_{W_k} \delta_{kl}, \quad (6)$$

onde, δ_{kl} é a função delta de Kronecker que vale 1 para $k = l$ e 0 caso contrário (CAMARGO, 1992).

No caso do filtro de Kalman discreto, o vetor W_k é conhecido como seqüência branca do sistema dinâmico, no qual se assume que ele é não correlacionado no tempo. Assume-se que W_k tem distribuição normal com média zero, $E\{W_k\} = 0$ e MVC igual a Σ_{W_k} . Dessa forma, o modelo dinâmico que descreve o vetor estado X_k é obtido pela combinação das Equações 2 e 4 (GELB et al., 1974; CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 2001):

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + W_k \quad W_k \sim N(0, \Sigma_{W_k}). \quad (7)$$

O modelo de medida ou de observação para o vetor estado X_k tem a seguinte forma:

$$L_{bk} = A_k X_k + V_k; \quad V_k \sim N(0, \Sigma_{V_k}), \quad (8)$$

onde, L_{bk} representa o vetor de observações, A_k é a matriz que relaciona as observações ao estado e V_k é o vetor das correções ao modelo de observação, o qual para o caso discreto é conhecido como vetor de seqüência branca do modelo de medida (GELB et al., 1974; CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 2001).

Os modelos matemáticos apresentados nessa seção, sob certas considerações, proporcionam a base para o desenvolvimento do filtro de Kalman, o qual consiste numa combinação de predição e filtragem (GELB et al., 1974; CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 2001).

3 PROCESSOS ALEATÓRIOS

Um processo aleatório, também conhecido como processo randômico ou processo estocástico, pode ser pensado como uma coleção ou conjunto de funções que variam no tempo. Esse conjunto pode ser representado por $\{X(t)\}$ e o valor observado de um membro do conjunto num instante particular t_k é uma variável aleatória (GELB et al., 1974; BROWN; HWANG, 1992). Os processos aleatórios são generalizações de variáveis aleatórias, o que significa que eles podem ser representados pela teoria clássica da Estatística, a qual objetiva inferir as leis de probabilidade de variáveis aleatórias a partir de um número finito de observações

independentes (GELB et al., 1974; STRANG; BORRE, 1997; TEUNISSEN, 2001).

3.1 Função de autocorrelação

A função de autocorrelação para um processo aleatório $X(t)$ é definido como o valor esperado (esperança matemática) do produto $X(tk)X(tk+1)$:

$$R_x(t_k, t_{k+1}) = E\{X(t_k)X(t_{k+1})\}. \quad (9)$$

A função de autocorrelação indica quanto o processo está correlacionado entre duas épocas diferentes. Um rápido decréscimo na função de autocorrelação indica que ela tem uma “memória curta” e pode apresentar saltos. Por outro lado, uma função com “memória longa”, está vinculada a processos mais suaves (STRANG; BORRE, 1997).

3.2 Processo de Gauss-Markov

Uma classe especial de processos aleatórios que pode ser gerada pela passagem do *white noise* através de um simples filtro é a família de processos de *Gauss-Markov*. Um processo contínuo $X(t)$ é chamado de processo de *Gauss-Markov* de primeira ordem se para cada k e $t_1 < t_2 < \dots, t_k$ é verdade que:

$$F[X(t_k) | X(t_{k-1}), \dots, X(t_1)] = F[X(t_k) | X(t_{k-1})]. \quad (10)$$

O significado da Equação 10 é que a função de distribuição de probabilidade para o processo $X(t_k)$ é dependente somente do valor em um ponto no passado $X(t_{k-1})$ (GELB et al., 1974).

A função de autocorrelação e a função densidade de potência espectral (S_x) para um processo estacionário de *Gauss-Markov* são dadas, respectivamente, por (GELB et al., 1974; BROWN; HWANG, 1992):

$$R_x(\tau) = \sigma^2 e^{-\beta|\tau|}, \quad (11)$$

$$S_x(j\omega) = \frac{2\sigma^2\beta}{\omega^2 + \beta^2}, \quad (12)$$

onde, ω tem o significado usual de 2π (frequência em Hertz) e o tempo de correlação é dado por $\frac{1}{\beta}$ (GELB, 1974). As funções expressas nas Equações 11 e 12 são esquematizadas na Figura 1:

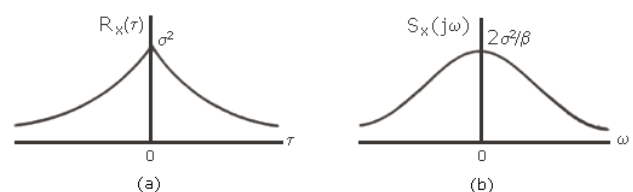


Figura 1 – Função de autocorrelação (a) e função de densidade espectral (b) para o processo de *Gauss-Markov*

O processo de *Gauss-Markov* é um processo muito aplicado na prática, porque parece se ajustar a um grande número de processos físicos com razoável acurácia, além de apresentar uma descrição matemática simples (BROWN; HWANG, 1992).

3.2 Processo aleatório discreto no tempo e aplicação no filtro de Kalman

Um processo aleatório linear contínuo no tempo com vetor estado $X(t)$ e MVC do vetor estado $\Sigma_{X(t)}$, pode ser descrito a partir de modelos de equações diferenciais, assim como mostrado na seção 2. Considerando o caso discreto, a equação diferencial do estado $X(t)$ (Equação 1) é substituída pela equação de estado X_k (STRANG; BORRE, 1997):

$$\begin{aligned} X_k &= F_{k-1}X_{k-1} + G_k W_k \\ L_k &= A_k X_k + V_k \end{aligned} \quad (13)$$

Supondo o ruído do processo W_k não correlacionado no tempo, com MVC representada por Σ_{W_k} e o ruído da observação V_k também não correlacionado no tempo, com média zero, pela lei de propagação de covariâncias obtém-se a seguinte fórmula recursiva para a MVC de X_k (STRANG; BORRE, 1997):

$$\Sigma_{X_k} = F_{k-1}\Sigma_{X_{k-1}}F_{k-1}^t + G_k\Sigma_{W_k}G_k^t \quad (14)$$

O uso da Equação 14 supõe o ruído do processo W_k não correlacionado no tempo, porém, na prática aparecem correlações temporais. Essa correlação pode ser tratada corretamente a partir do aumento do vetor estado X_k (GELB et al., 1974). Alguns modelos específicos de correlação para sistemas que possuem ruídos são apresentados a seguir, considerando que cada modelo será representado por uma variável unidimensional (GELB et al., 1974; STRANG; BORRE, 1997; LIU, 2001).

3.2.1 Variável correlacionada exponencialmente

Um processo aleatório estacionário X_k com média zero e função de autocorrelação decrescendo exponencialmente, pode ser definido da mesma forma que o processo de *Gauss-Markov* de primeira ordem (GELB et al., 1974):

$$R_x(\tau) = \sigma^2 e^{-\beta|\tau|} \quad (15)$$

A versão discreta de uma variável aleatória correlacionada exponencialmente é descrita por (GELB et al., 1974):

$$X_k = e^{-\beta(t_{k+1}-t_k)}X_{k-1} + W_k, \quad (16)$$

cuja covariância de W_k é dada por:

$$\sigma_{W_k}^2 = \frac{\sigma_k^2}{2\beta} \left[1 - e^{-2\beta(t_{k+1}-t_k)} \right] \quad (17)$$

3.2.2 Processo *white noise*

O processo discreto *white noise* ou ruído branco para o caso discreto pode ser derivado a partir do processo *Gauss-Markov* de primeira ordem fazendo β tender ao infinito. Nesse caso, a função de autocorrelação (Equação 11) e até mesmo a covariância do processo correlacionado exponencialmente (Equação 17) é nula, o que indica que não há correlação de uma época para a outra. Dessa forma, a MVC do processo aleatório *white noise* requer a reinicialização ao final de cada etapa da estimativa do parâmetro estocástico (GELB, et al., 1974; THIERRY, 1996).

3.2.3 Processo *random walk*

O processo *random walk* é resultante da integração de sinais independentes estatisticamente. O nome deriva do exemplo de um homem que caminha a passos de comprimento fixo em direções arbitrárias. Da mesma forma que o processo discreto *white noise*, o *random walk* também pode ser derivado do processo de *Gauss-Markov* de primeira ordem, porém fazendo β tender a zero. Dessa forma, a componente $e^{-\beta(t_{k+1}-t_k)}$ da Equação 16 apresenta valor unitário. Logo, o processo discreto para o *random walk* é descrito por (GELB et al., 1974; STRANG; BORRE, 1997):

$$X_k = X_{k-1} + W_k \quad (18)$$

A variância do ruído é obtida a partir do limite da Equação 17, com β tendendo a zero, o que pode ser feito com o auxílio da regra de L'Hospital (GELB et al., 1974):

$$\sigma_{W_k}^2 = (t_{k+1} - t_k)\sigma_k^2 \quad (19)$$

4 ESTIMATIVA ESTOCÁSTICA DOS EFEITOS RESIDUAIS IONOSFÉRICOS DAS DDS

Os termos residuais ionosféricos das DDS, geralmente ignorados no processamento dos dados GPS, podem ser parametrizados no vetor estado. Nesse procedimento, cada resíduo ionosférico da DD é parametrizado individualmente para cada par de satélites. Então, é introduzida uma observação fictícia, denominada, pseudo-observação com esperança matemática nula e um determinado nível de ruído, o qual pode ser escolhido com base nos processos aleatórios descritos na seção 3. Essa estratégia de estimação dos resíduos ionosféricos da DD pode ser encontrada em Bock et al. (1986), Odijk (2002) e Liu (2001), sendo conhecida como modelo da ionosfera com peso, na qual se pode ajustar o tamanho da variância σ_i^2 a ser adotada para a pseudo-observação do resíduo ionosférico.

O valor da variância da pseudo-observação ionosférica pode assumir valores extremos: zero ou infinito. No primeiro caso, quando $\sigma_i^2 = 0$, o atraso

ionosférico é uma variável determinística e não estocástica, implicando que todas as suas incertezas são conhecidas a priori. Por outro lado, quando $\sigma_i^2 = \infty$, isso implica que não se conhece nenhuma informação da pseudo-observação ionosférica (ODIJK, 2002). Considerando o modelo matemático para a DD da pseudodistância e da fase, em ambas as frequências, no qual o termo ionosférico é uma incógnita, têm-se:

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{ijL1}^{rs} &= \Delta\rho_{ij}^{rs} - \Delta I_{ij}^{rs} + \lambda_{L1} \Delta N_{ijL1}^{rs} \\ \Delta\phi_{ijL2}^{rs} &= \Delta\rho_{ij}^{rs} - \beta \Delta I_{ij}^{rs} + \lambda_{L2} \Delta N_{ijL2}^{rs} \\ \Delta PD_{ijL1}^{rs} &= \Delta\rho_{ij}^{rs} + \Delta I_{ij}^{rs} \\ \Delta PD_{ijL2}^{rs} &= \Delta\rho_{ij}^{rs} + \beta \Delta I_{ij}^{rs} \\ \Delta I_{ij}^{rs} &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

onde, $\Delta I_{ij}^{rs} = 0$ representa a pseudo-observação e $\beta = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2$ (LIU, 2001). A equação linearizada em forma matricial para a DD de pseudodistância e de fase, em ambas as frequências, é dada por:

$$E\left\{ \begin{bmatrix} \Delta\phi_{ijL1}^{rs} \\ \Delta\phi_{ijL2}^{rs} \\ \Delta PD_{ijL1}^{rs} \\ \Delta PD_{ijL2}^{rs} \\ \Delta I_{ij}^{rs} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} A_{\Delta\phi_{ijL1}^{rs}} & \lambda_{L1} & 0 & -1 \\ A_{\Delta\phi_{ijL2}^{rs}} & 0 & \lambda_{L2} & -\beta \\ A_{\Delta PD_{ijL1}^{rs}} & 0 & 0 & 1 \\ A_{\Delta PD_{ijL2}^{rs}} & 0 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta R_{ij}^{rs} \\ \Delta N_{ijL1}^{rs} \\ \Delta N_{ijL2}^{rs} \\ \Delta I_{ij}^{rs} \end{bmatrix} \quad (21)$$

onde, as matrizes $A(\cdot)$ representam as derivadas parciais relacionadas ao vetor de correções ΔR_{ij}^{rs} para as coordenadas aproximadas da estação e, λ_{L1} e λ_{L2} são os comprimentos de onda relacionados com as frequências em L1 e L2, respectivamente. A grande vantagem desse método é o fato de preservar as propriedades inteiras das ambigüidades.

No caso de se escolher o processo discreto *random walk* (seção 3.2.3) para modelar o resíduo ionosférico da DD, tem-se:

$$\Delta I_k = \Delta I_{k-1} + W_k \quad (22)$$

cujas MVC é dada por:

$$\Sigma_{W_k} = E\{W_k^2\} = (t_{k+1} - t_k)\sigma_i^2 I \quad (23)$$

onde $(t_{k+1} - t_k)$ representa a diferença de tempo entre as época $k+1$ e k e I representa a matriz identidade, lembrando que o ruído aleatório para o caso discreto é não correlacionado no tempo.

Para o caso da utilização do filtro de Kalman, os processos aleatórios são adaptados pela matriz de transição e pela adição da MVC de ruídos Σ_{W_k} à MVC do estado predito $\Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}}$. A matriz de transição ou fator

F (Equação 13), substituída nesse caso por Φ , pode ser representada por (LIU, 2001):

$$\Phi_{t_k} = \begin{bmatrix} \Phi_X & & 0 \\ & \Phi_N & \\ 0 & & \Phi_I \end{bmatrix} \quad (24)$$

onde, Φ_X , Φ_N e Φ_I , representam a transição da estimativa das coordenadas, das ambigüidades e da ionosfera, respectivamente. Para o caso de uma linha de base estática e do processo *random walk*, essas matrizes assumirão a forma de matriz identidade, o que nem sempre ocorre para Φ_I , como por exemplo, se fosse utilizado o processo de *Gauss-Markov*. A MVC do estado predito pode ser escrita como:

$$\Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} = \begin{bmatrix} \Sigma_X & & 0 \\ & \Sigma_N & \\ 0 & & \Sigma_{W_k} \end{bmatrix} \quad (25)$$

onde, Σ_X , Σ_N e Σ_{W_k} representam as MVCs das coordenadas incógnitas, das ambigüidades e dos resíduos ionosféricos da DD, respectivamente.

5 EXPERIMENTOS E RESULTADOS

As implementações relacionadas com a estimativa dos resíduos ionosféricos da DD foram realizadas no *software* GPSeq (MARQUES, 2008). Esse *software* permite realizar o processamento de dados GPS no modo relativo utilizando o filtro de Kalman. Porém, como se trata de linhas de base estáticas, a matriz de transição é adotada como matriz identidade, o que faz com que os resultados do filtro de Kalman sejam iguais aos de um ajustamento recursivo. Os dados GPS utilizados nos processamentos foram obtidos a partir da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo), da Rede do Oeste do Estado de São Paulo e de trabalhos realizados no PPGCC (Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas) da FCT/UNESP (IBGE, 2007; ALVES, 2004; MONICO et al., 2006).

5.1 Análise da precisão da pseudo-observação

Para realizar a análise da precisão da pseudo-observação dos resíduos ionosféricos, foi processada a linha de base UEPP-ASSIS, com comprimento de aproximadamente 115 km. Os dados GPS dessa linha de base foram coletados com o receptor de dupla frequência Ashtech Z12. No caso, o levantamento foi realizado no dia 15 de julho de 2003 e o valor médio diário do índice K_p foi igual a quatro, de forma que a ionosfera pode ser classificada como ativa (MATSUOKA, 2007). A estação UEPP teve suas coordenadas injuncionadas como fixas e as coordenadas da estação ASSIS foram estimadas no ajustamento.

A estratégia adotada foi a de realizar processamentos época por época no GPSeq adotando

diversos valores para a precisão da pseudo-observação. Para cada valor de precisão adotado para a pseudo-observação, realizou-se processamento época por época considerando 1000 épocas de dados com intervalo de coleta de 15 segundos, o que corresponde a aproximadamente quatro horas de dados. Para cada época processada no GPSeq, cuja solução foi com ambigüidade fixa, calculou-se a precisão resultante, ou seja, a resultante das precisões nas componentes X, Y e Z. Ao final do processamento, obteve-se uma média da precisão resultante considerando as 1000 épocas.

A Figura 2 mostra a precisão das coordenadas em função da precisão adotada para a pseudo-observação dos resíduos ionosféricos das DDs:

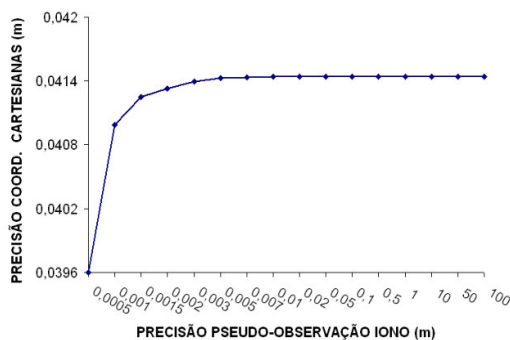


Figura 2 – Precisão resultante das coordenadas em função da precisão da pseudo-observação ionosférica

A precisão da pseudo-observação variou num intervalo de 0,0005 m até 100 m, considerando que a precisão é adotada em função do comprimento da linha de base, ou seja, o valor de 0,0005 m é multiplicado pelo comprimento da linha de base em unidades de quilômetros, correspondendo a uma incerteza de 0,0005 m por km. O valor da precisão das coordenadas sofreu poucas variações a partir do valor de 0,007 m adotado para a pseudo-observação.

A escolha do valor de 0,0005 m por km para a pseudo-observação, gerou um valor médio de 0,0396 m para a precisão das coordenadas da estação ASSIS.

A estratégia de adotar um valor muito baixo para a pseudo-observação é ideal para os casos em que se realiza o processamento de linhas de base curtas, no qual praticamente todos os efeitos da ionosfera são eliminados no processo de diferenciação das observações GPS. No outro caso, em que se adota um valor muito alto para a precisão da pseudo-observação, pode-se pensar no processamento de linhas de base longas, onde os resultados esperados são iguais aos do processamento considerando a combinação *ion-free* com solução das ambigüidades *float* (KIM; LANGLEY, 2007).

Com relação às ambigüidades das DDs, foi escolhido aleatoriamente o satélite PRN 05, cujo satélite base foi o PRN 29. Nesse caso, considerando o período em que o satélite PRN 05 esteve visível, foram processadas 864 instantes (solução época por época) com taxa de coleta de 15 segundos. Para cada época foi obtida a precisão da ambigüidade na portadora L1 e, ao final do

processamento foi calculada uma média das precisões das ambigüidades, considerando que para cada época processada obteve-se a solução inteira das ambigüidades. A Figura 3 mostra a precisão da ambigüidade da DD em função da precisão da pseudo-observação ionosférica, considerando que os valores das ambigüidades estão em unidades de metros:

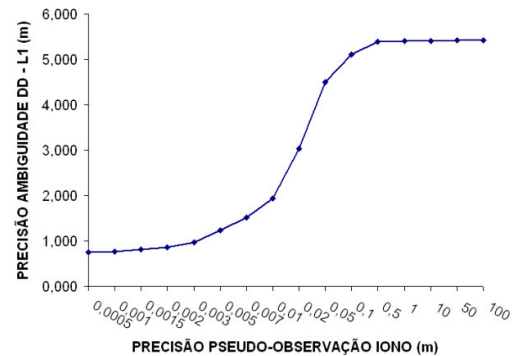


Figura 3 – Precisão das ambigüidades (PRN 05) em função da precisão da pseudo-observação ionosférica

Considerando o intervalo de 0,0005 até 0,003 m para a precisão da pseudo-observação, a precisão da ambigüidade na L1 (Figura 3) apresentou valores que variaram de aproximadamente 0,75 m até 0,96 m. A partir do valor de 0,003m da precisão da pseudo-observação, o valor da precisão das ambigüidades sofre mudanças bruscas atingindo o valor de aproximadamente 5,30 metros e ficando praticamente estável nesse valor a partir da precisão de 0,50 m para a pseudo-observação. Com base nos resultados apresentados na Figura 2 e na Figura 3 é possível definir um intervalo geral para a adoção do valor da pseudo-observação da ionosfera ($0 < \sigma_i < 0,007$ m). Porém, o usuário GNSS precisa levar em consideração o valor do comprimento da linha de base, as condições da ionosfera no período da coleta de dados e o fato de que esse valor é adotado empiricamente, requerendo testes adicionais para ajustar a um valor adequado.

5.2 Linha de base-zero com estimativa dos resíduos ionosféricos da DD

Com o objetivo de verificar os resultados fornecidos pelo *software* GPSeq, adaptado para estimar os resíduos ionosféricos da DD, foi realizado o processamento de uma linha de base zero. Nesse caso, dois receptores HIPER, da TOPCON, coletaram dados de uma mesma antena, a qual foi instalada sobre o laboratório LGE (Laboratório de Geodésia Espacial) da FCT/UNESP. Dessa forma, quando se realiza o posicionamento relativo, os erros são iguais para as duas estações, pois se trata da mesma antena. Então, espera-se que a estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs sejam nulos.

O levantamento envolveu um período de aproximadamente uma hora e quarenta minutos, tendo início aproximadamente às 13 horas do dia 131 do ano

2007. O processamento foi realizado no modo recursivo com máscara de elevação de 10 graus, precisões de 0,003 e 0,600 m para o código e fase na L1, respectivamente. No caso da L2, as precisões foram, respectivamente, de 0,004 e 0,800 m para o código e para a fase. Para a pseudo-observação dos resíduos ionosféricos, adotou-se o valor da precisão de 0,003 m por km e utilizou-se o processo aleatório *random walk*. A Figura 4 mostra os erros num SGL (Sistema Geodésico Local) e a Figura 5 os resíduos ionosféricos da DD para alguns satélites.

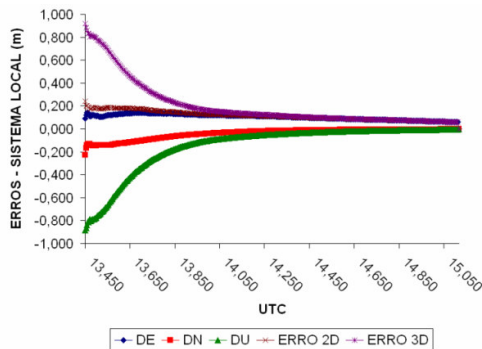


Figura 4 – Erros no sistema local da linha de base zero

Ao final do processamento recursivo, o qual envolveu 400 instantes de dados, os erros alcançados foram de 0,002, -0,001 e -0,001 m para as componentes DE, DN e DU, respectivamente. O ERRO 3D (resultante), foi de 0,002 m. Verifica-se na Figura 4 que após a solução das ambigüidades (última época), os erros que eram da ordem de centímetros, reduziram para milímetros, em razão de se solucionar as ambigüidades corretamente. Nesse caso, o valor do *ratio* foi 44,58 e o GOM (*Global Overall Model*) teve valor de 0,06.

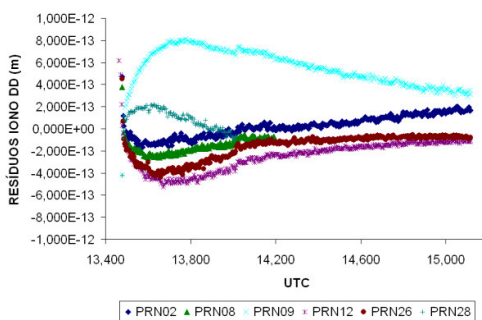


Figura 5 – Resíduos ionosféricos da linha de base zero

No caso da linha de base zero, espera-se que os resíduos ionosféricos sejam nulos. No caso desse processamento, os valores atingiram, no máximo, a ordem de 1.10^{-12} m. Comparando com os resultados finais advindos dos processamentos que apresentaram erros da ordem de poucos milímetros, pode-se dizer que esses resíduos são praticamente nulos. O processamento desta linha de base também serviu para ratificar a validação do programa computacional em desenvolvimento e a aplicabilidade do método proposto.

5.3 Estimativa usando *white noise* versus *random walk*

Foi adaptado no GPSeq a estimativa dos resíduos ionosféricos utilizando os modelos de correlação *white noise* e o *random walk* para o caso discreto. Para verificar os resultados ao usar cada um desses modelos foi realizado o processamento da linha de base UEPP-ASSIS.

O valor adotado para a precisão da pseudo-observação, foi de 0,02 m por km, seja para o modelo *white noise* ou para o *random walk*. Esse valor foi adotado após alguns experimentos, lembrando que o índice Kp médio diário teve o valor de quatro (seção 5.1).

Para estimar os resíduos ionosféricos utilizando o *white noise*, foi atribuído na primeira iteração de cada época do processamento, um valor de variância alto (1.10^6) na posição da MVC do estado predito relacionada com esses resíduos, ou seja, um peso pequeno. Não foram levadas as informações estimadas desses parâmetros de uma época para a outra, o que faz com que os parâmetros ionosféricos sejam estimados em cada época. A Figura 6 mostra os erros no SGL, ao utilizar o processo *white noise*, considerando que foram adotadas como coordenadas de referência, aquelas estimadas com o *software* TGO (*Trimble Geomatics Office*), o qual utilizou a combinação *ion-free*.

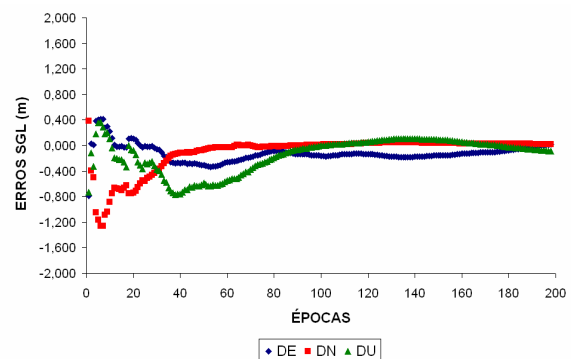


Figura 6 – Erros no SGL UEPP-ASSIS (*white noise*)

A Tabela 1 mostra os erros (unidades de metros) em coordenadas cartesianas ao final dos processamentos utilizando os dois processos aleatórios:

Tabela 1 – Erros em cartesianas UEPP-ASSIS

PROCESSO	DX	DY	DZ	ERRO 3D
WHITE NOISE	0,030	-0,075	-0,056	0,098
RANDOM WALK	0,029	-0,076	-0,052	0,096

Os maiores erros foram para a componente Y com valor de -0,075 e -0,076 m, considerando os processos *white noise* e *random walk*, respectivamente. No geral, as diferenças entre os resultados utilizando esses dois processos apresentaram foram da ordem de um a dois milímetros, com ERRO 3D de 0,098 e 0,096 m, considerando os processos *white noise* e *random walk*, respectivamente. O valor do *ratio* ao final dos processamentos foi de 1,02 e o GOM teve valor de 0,08.

5.4 Posicionamento estático rápido

O posicionamento estático rápido foi realizado com dados da linha de base PPTE-ROSA, a qual possui comprimento de aproximadamente 165 km. Apesar de ser uma linha de base longa, os dados são do ano de 2007 e estão inseridos num período que representa baixa atividade ionosférica, considerando que o índice Kp para o dia 01 de setembro de 2007 não ultrapassou o valor de três.

A linha PPTE-ROSA foi processada com o valor de 0,003 m/km adotado para precisão da pseudo-observação ionosférica. Foram realizados processamentos envolvendo janelas com aproximadamente 100 instantes de dados a uma taxa de coleta de 15 segundos, o que corresponde a um período de coleta de aproximadamente 25 minutos. Dessa forma, pode-se dizer que se trata de um posicionamento estático rápido com a estimativa estocástica dos resíduos ionosféricos das DDs. A Figura 7 apresenta os erros no SGL, sendo que cada ponto corresponde a uma janela com 100 épocas de dados processados.

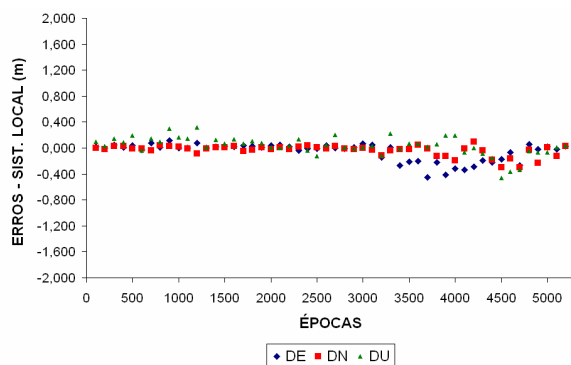


Figura 7 – Erros no SGL da linha PPTE-ROSA

A partir da Figura 7, verifica-se que os valores dos erros nas componentes DE, DN e DU atingiram no máximo valores próximos de 0,400 m, sendo que os maiores erros se concentraram próximo a época 4000, a qual corresponde aproximadamente às 16 horas UTC do dia. A Figura 8 mostra a dispersão dos resíduos ionosféricos das DDs em cada época para todos os satélites.

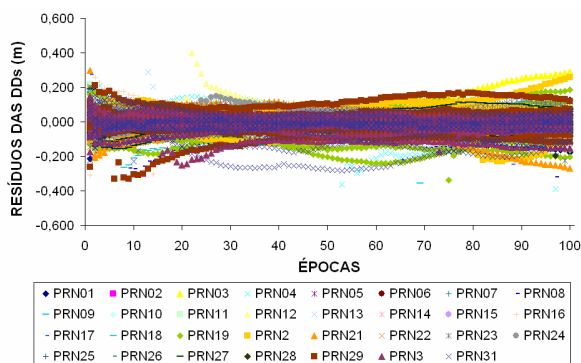


Figura 8 – Dispersão dos resíduos ionosféricos das DDs

Na Figura 8, verifica-se que os valores dos resíduos ionosféricos das DDs ficaram num intervalo de mais ou menos vinte centímetros. Considerando que foi adotado janelas de 100 épocas para cada estimativa, ao final do processamento obtiveram-se diversas coordenadas estimadas. Dessa maneira, foi calculada a estimativa final das coordenadas cartesianas a partir da média de todas as soluções. Em seguida, os valores das coordenadas estimadas foram comparados com os valores das coordenadas oficiais da estação ROSA, os quais foram tomados como valores de referência. A Tabela 2 apresenta os erros (unidades de metros) no SGL. A precisão média diária das coordenadas cartesianas foram de 0,0031, 0,034 e 0,023 m para X, Y e Z, respectivamente:

Tabela 2 – Erros no SGL no processamento estático rápido da linha PPTE-ROSA

DE	DN	DU	ERRO 2D	ERRO 3D
0,058	0,037	-0,092	0,068	0,114

A partir da Tabela 2 pode-se verificar que a componente DU apresentou o pior resultado com valor de -0,092 m. As componentes DE e DN apresentaram valores de 0,058 e 0,037 m, respectivamente. O erro 2D foi 0,068 e o 3D foi de 0,114 m.

6 CONCLUSÕES

Nesse trabalho foram pesquisados e implementados métodos para estimar os efeitos residuais das DDs das observáveis GPS, levando em consideração suas propriedades estocásticas. Foram considerados os processos aleatórios *random walk* e *white noise*, com a adição de pseudo-observações para os efeitos residuais das DDs e a aplicação no filtro de Kalman. Nesse caso, as implementações foram realizadas no *software* GPSeq que se encontra em desenvolvimento na FCT/UNESP (MACHADO, 2001; SOUZA, 2004; MARQUES, 2008).

A análise para verificar o valor da precisão a ser adotada para a pseudo-observação ionosférica mostrou que o intervalo pode ser de $0 < \sigma_i < 0,007$ m, porém, o usuário GNSS deve levar em consideração o valor do comprimento da linha de base, as condições da ionosfera no período da coleta de dados e o fato de que esse valor é adotado empiricamente.

O processamento estático rápido para a linha de base PPTE-ROSA, cujo comprimento é de aproximadamente 165 km, apresentou solução ao final do dia com erro 2D de 0,068 m e erro 3D de 0,114 m. Dessa forma, se fosse levado em consideração uma aplicação em atendimento a lei 10.267/2001, cuja norma técnica preconiza acurácia da ordem de cinquenta centímetros, pode-se dizer que os resultados apresentados estariam dentro dos valores estabelecidos (INCRA, 2003).

Sendo assim, pode-se concluir que a estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs no processamento dos dados GPS é uma técnica que proporciona bons

resultados, com a grande vantagem de preservar as características inteiras das ambigüidades das DDs, fato que não ocorre quando se faz a combinação linear *ion-free*.

REFERÊNCIAS

ACKERMANN, F.; EBNER, H.; KLEIN, H. Block triangulation with independent models. **Photogrammetric Engineering**, v. 39, p. 967-981, 1973.

ALVES, D. B. M. **Método dos Mínimos Quadrados com penalidades**: Aplicação no posicionamento relativo GPS. 2004. 131 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2004.

BOCK, Y.; GOUREVITCH, S. A.; COUNSELMAN III, C. C.; KING, R. W.; ABBOT, R. I. Interferometric analysis of GPS phase observations. **Manuscr. Geod.**, v. 11, p. 282-288, 1986.

BROWN, R. G.; HWANG, P. Y. C. **Introduction to random signals and applied Kalman filtering**. 2. ed. USA: John Wiley & Sons, Inc., 1992. 502p.

CAMARGO, P. O. **Controle de qualidade aplicado ao filtro de Kalman**, Curitiba, 1992. 94 p. Dissertação (Mestrado) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

GELB, A.; KASPER JR., J. F.; NASH JR., R. A.; PRICE, C. F.; SUTHERLAND JR., A. A. **Applied optimal estimation**. Cambridge, Massachusetts: The M.I.T. Press, 1974. 374p.

IBGE, 2007. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default.shtm>>. Acesso em fevereiro de 2008.

INCRA. **Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais**. Brasília, Nov. 2003.

KIM, D.; LANGLEY, R. B. Ionosphere-nullification technique for long-baseline real-time kinematic applications. **Journal of The Institute of Navigation**, v. 54, n. 3, jun. 2007.

LEICK. **GPS satellite surveying**. 3rd. ed.: New York: John Wiley & Sons, 2004. 435p.

LIU, G. C. **Ionosphere weighted global positioning system carrier phase ambiguity resolution**. 2001 157 f. M.Sc. dissertation. Department of Geomatics Engineering - The University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada.

MACHADO, W. C. **Solução rápida das ambigüidades GPS para aplicações no posicionamento relativo de linhas de base curtas**. 2001. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2002.

MARQUES, H. A. **Influência da ionosfera no posicionamento GPS**: Estimativa dos resíduos no contexto de duplas diferenças e eliminação dos efeitos de 2ª e 3ª ordem. 2008. 151f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

MATSUOKA, M. T. **Influência de diferentes condições da ionosfera no posicionamento por ponto com GPS**: Avaliação na região brasileira. 2007. 263 f. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

MONICO, J. F. G., CAMARGO, P. O., SAPUCCI, L. F., ALVES, D. B. M., SOUZA, E. M., FAUSTINO, R. C., DALBELLO, L. F. POLEZEL, W. C. **Rede GPS ativa do Estado de São Paulo**: Suporte ao posicionamento geodésico. Relatório Científico Nº 01. FAPESP – Auxílio à Pesquisa, Processo 04/03384-5. 2006.

ODIJK D. **Fast precise GPS positioning in the presence of ionospheric delays**. 2002. 242 f. PhD dissertation, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, Delft.

SOUZA, E. M. **Efeito de multicaminho de alta frequência no posicionamento relativo GPS estático**: Detecção e atenuação utilizando wavelets, 2004. 140 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

STRANG, G.; BORRE, k. **Linear Algebra, Geodesy and GPS**. Wellesley-Cambridge Press, 1997, 624p.

TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBERG, A. **GPS for geodesy**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1998.

_____, P. J. G. **Dynamic data processing**: Recursive least-squares. Delft University Press, 2001.

THIERRY, G. **How it works...GIPSY OASIS II**. Department of Geomatics University of Newcastle upon Tyne, 1996.