

## RECENTES AVANÇOS NA DETECÇÃO E CORREÇÃO DO EFEITO DO MULTICAMINHO NO POSICIONAMENTO RELATIVO CINEMÁTICO

ENIUCE MENEZES DE SOUZA<sup>1</sup>  
JOÃO FRANCISCO GALERA MONICO<sup>2</sup>

Universidade Estadual Paulista - Unesp  
Faculdade de Ciências e Tecnologia - FCT - Presidente Prudente - SP  
<sup>1</sup>Pós-Graduação em Ciências Cartográficas, eniuce@yahoo.com.br  
<sup>2</sup>Departamento de Cartografia, galera@fct.unesp.br

**RESUMO** - O efeito do multicaminho ainda é um dos principais erros no posicionamento relativo GNSS de alta acurácia. Em aplicações cinemáticas, principalmente, devido às mudanças na geometria, esse multicaminho é difícil de ser removido ou modelado. Neste artigo apresenta-se uma metodologia de detecção e correção do efeito do multicaminho que pode ser aplicada na etapa de processamento das observações do posicionamento relativo GNSS. Trata-se de uma possibilidade econômica e aplicável aos dados de simples e dupla frequência, pseudodistância ou fase da onda portadora e que não necessita de nenhuma tecnologia de hardware específica. Essa possibilidade se deve ao desenvolvimento de uma metodologia baseada em análise espectral utilizando *wavelets*. Os fundamentos e procedimentos envolvidos são apresentados e discutidos. Foram realizados alguns experimentos no modo cinemático com um veículo em que o movimento era controlado e conhecido. Os dados foram coletados na presença de uma superfície refletora nas proximidades da antena do receptor para causar, propositalmente, o efeito do multicaminho. A partir dos resultados obtidos e das análises realizadas, pode-se verificar que a metodologia proposta é muito eficiente na detecção e correção do efeito do multicaminho no pós-processamento dos dados provenientes de levantamentos cinemáticos.

**ABSTRACT** - Multipath is still one of the major error sources for high precision GNSS relative positioning. In kinematic applications, mainly, due to geometry changes, multipath is difficult to be removed or modeled. In this paper, a multipath detection and correction methodology that can be applied in the data processing of the relative GNSS positioning is presented. It concerns on an economic possibility applicable to single and double-frequency data, pseudorange or carrier phase, and that do not need any specific hardware technology. This possibility is due to the development of a methodology based on spectral analysis using *wavelets*. The involved procedures are presented and discussed. Some experiments were carried out in a kinematic mode with a controlled and known vehicle movement. The data were collected in the presence of a reflector surface placed close to the vehicle to cause multipath. From the results obtained and from the analyses carried out, it was possible to verify that the proposed methodology is very efficient to detect and mitigate multipath effects in the post-processing of the data from kinematic surveying.

### 1 INTRODUÇÃO

Como os erros relacionados aos satélites, receptores e atmosfera podem ser praticamente eliminados pelas duplas diferenças (DDs), o efeito do multicaminho é o principal erro afetando o posicionamento relativo em linhas de bases curtas. Em levantamentos estáticos, a antena é geralmente colocada afastada de superfícies refletoras para reduzir o efeito do multicaminho. Entretanto, em levantamentos cinemáticos, superfícies refletoras nas proximidades da antena são inevitáveis, prejudicando muito a qualidade das observações. Consequentemente, a solução das

ambigüidades é afetada e a acurácia do posicionamento degradada.

Gaylor e Lightsey (2003) analisaram o efeito do multicaminho e o bloqueio do sinal GPS para navegação nas proximidades da *International Space Station* (ISS). Os resultados mostraram que será muito difícil, se não impossível, utilizar apenas o sistema GPS para navegação nas proximidades da ISS devido à combinação dos efeitos de bloqueio do sinal e multicaminho.

A dificuldade na fixação correta das ambigüidades no posicionamento relativo em tempo real sob efeitos do multicaminho tem sido muito discutida na literatura. Os melhores resultados que Kubo e Yasuda (2003) puderam

obter ocorreram detectando os satélites mais afetados pelo efeito de multicaminho e retirando-os do processamento. Souza e Monico (2005) verificaram que a falta de correção do efeito do multicaminho pode impedir que as ambigüidades sejam solucionadas corretamente. Após a correção do efeito do multicaminho, a solução das ambigüidades melhorou em até 98%.

Em relação à redução do efeito do multicaminho utilizando técnicas de hardware, muitas investigações tem sido feitas (KIM e LANGLEY, 2001; TAILLE et al., 2003; SERRANO, SERRANO et al., 2005; S. ELDER e M. ELDER, 2006; NUNES et al., 2007). Entretanto, em cada caso, é necessário possuir um equipamento específico para aplicar a determinada técnica.

No que concerne ao processamento em tempo real dentro do receptor, o estado da arte em tecnologias é capaz de reduzir as componentes de médio e de grande atraso. Porém, a maioria dessas técnicas é insuficiente contra o multicaminho de curto atraso, ou seja, de baixa frequência.

Em relação às técnicas de processamento de dados, existem algumas propostas relacionadas com o uso de observações de pseudodistância (PD) combinadas com a fase, as quais podem separar ou eliminar os sinais de multicaminho (ZHANG e BARTONE, 2005). Entretanto, métodos para reduzir o multicaminho das observações de fase têm sido escassamente propostos. Kashiwayanagi et al. (2007) desenvolveu um algoritmo que detecta os satélites cujos sinais estão sendo afetados pelo multicaminho comparando observações de fase com observações de PD. Mas nesse caso é necessário dispor de receptores de dupla frequência. Uma técnica capaz de ser aplicada tanto para receptores de simples como de dupla frequência seria muito interessante, principalmente pelo fato de receptores de simples frequência serem os mais utilizados em todo o mundo.

Nesse sentido, uma técnica poderosa na análise espectral para analisar esses tipos de sinais não estacionários é a transformada *wavelets*. Essa técnica foi aplicada para aplicações estáticas e mostrou-se muito eficaz (SATIRAPOD et al., 2003; SOUZA et al., 2005). Mas, para aplicações cinemáticas, os desafios são bem maiores e alguns procedimentos e formas específicas de processamento são necessárias para que seja possível detectar e corrigir eficientemente o efeito do multicaminho, principalmente o de baixa frequência. Os sinais (observações de PD e fase) são analisados em janelas durante o processamento. Para processar dados de cada instante, dados de instantes anteriores são usados, mas apenas a observação atual é corrigida.

Foram realizados alguns experimentos no modo cinemático com um veículo cujo movimento era controlado e conhecido. Os dados foram coletados na presença de uma superfície refletora nas proximidades da antena do receptor para causar propositalmente o efeito do multicaminho. As possibilidades de aplicação da análise espectral baseada em *wavelets* para detecção e correção do efeito do multicaminho em aplicações cinemáticas são discutidas. Os resultados sem e com correção do efeito do

multicaminho utilizando a metodologia proposta são comparados.

## 2 CORREÇÃO DO EFEITO DO MULTICAMINHO APLICANDO WAVELETS

A metodologia para detectar e corrigir o efeito do multicaminho usando análise espectral foi descrita para aplicações estáticas (SOUZA et al., 2007a, SOUZA et al., 2008). Simulações de aplicações cinemáticas também foram realizadas (SOUZA et al., 2007b). Nesses trabalhos, a teoria matemática da análise espectral baseada em *wavelets* foi descrita. Neste artigo, o foco será, principalmente, nos aspectos metodológicos específicos para aplicações cinemáticas.

Para realizar o posicionamento relativo cinemático GPS, usualmente utiliza-se a estimativa pelo Método dos Mínimos Quadrados Recursivo (MMQR). Devido ao fato das DDs serem utilizadas na construção do modelo funcional, apenas o efeito do multicaminho não é reduzido quando se considera o posicionamento relativo envolvendo linhas de bases curtas. Logo, o multicaminho se torna a fonte de erro mais significativa nas DDs e, consequentemente, nos resíduos de tais DDs.

Existem diferentes metodologias para aplicar *wavelets* e reduzir o efeito do multicaminho (SOUZA, 2004, SOUZA e MONICO, 2004; SOUZA et al., 2005). Uma delas refere-se a reduzir o multicaminho diretamente nas DDs (SOUZA, 2004, SOUZA e MONICO, 2004). Mas nesse caso, apenas parte do efeito do multicaminho é reduzida, a de frequência alta devido aos atrasos longos. Uma forma de reduzir efetivamente o efeito do multicaminho, principalmente o de frequência baixa, é aplicando a metodologia baseada em *wavelets* nos resíduos das DDs (SOUZA et al., 2007; SOUZA et al., 2008). Uma vez estimado, esse efeito é corrigido no sinal de DD GPS e o MMQR é aplicado novamente.

Sumarizando, a metodologia baseada em *wavelets* para detectar e corrigir o efeito do multicaminho em aplicações estáticas é dividida em cinco passos:

1) Decomposição *wavelet*: os resíduos das DDs do MMQR são decompostas pela transformada *wavelet* usando o algoritmo piramidal (MALLAT, 2000). Nesse passo a *wavelet* mãe Symmlets com 8 momentos nulos foi utilizada. Souza e Monico (2004) mostraram que, para observações GPS, essa *wavelet* mãe é melhor que outras Symmlets e também que a *wavelets* de Daubechies.

2) Modificar os coeficientes *wavelet* utilizando um esquema de limiarização não linear rígido (DONOHO e JOHNSTONE, 1994). A idéia é zerar os coeficientes *wavelet* que não excedem um determinado  $\lambda$ . Uma forma usual de calcular  $\lambda$  é pelo limiar universal  $\lambda = \hat{\sigma} \sqrt{2 \log n}$

motivado pelo fato que aplicando esse limiar, o sinal a ser obtido é assintoticamente tão suave quanto à série temporal original (von SACHS, 1998). Nesse passo, o nível de ruído da série temporal dos resíduos das DD deve ser calculado para que os componentes relativos aos ruídos possam ser separados e os componentes relativos

ao efeito do multicaminho possam ser detectados. Uma forma de calcular o nível de ruído é a seguinte:  $\hat{\sigma} = \text{mediana} \left\{ |d_{J-1,k}| : 0 \leq k < n/2 \right\} / 0,6745$  com  $J-1$  sendo o primeiro nível de decomposição e o fator 0,6745 é determinado estatisticamente em Donoho e Johnstone (1994) e Donoho et al (1995). Usualmente, para limiarização de séries temporais com erros não estacionários envolvidos, é necessário calcular o ruído em cada nível da decomposição (von SACHS, 1998). Mas no método proposto, os erros não estacionários não devem ser excluídos (zerados). Eles precisam ser mantidos na série temporal que representa o erro do multicaminho. Portanto, apenas as partes não desejadas (ruído) são removidas e os coeficientes ou componentes remanescentes representam a informação significativa, que nesse caso (resíduos das DDs envolvendo linhas de base curtas), é o efeito do multicaminho.

3) Os componentes provenientes do passo 2 são agora utilizados para a reconstrução da série temporal utilizando a transformada *wavelet* inversa (algoritmo piramidal inverso).

4) Os erros extraídos do multicaminho no passo 3 são diretamente aplicados nas DDs para corrigi-las do efeito do multicaminho.

5) Uma vez que as observações de DDs estão corrigidas do efeito do multicaminho, o MMQR é aplicado novamente e os resíduos remanescentes são agora caracterizados pelo ruído das próprias medidas.

Diferentemente de aplicações estáticas, na detecção do multicaminho em aplicações cinemáticas é necessário realizar o processamento em subintervalos de dados. Cada subintervalo será denotado como uma janela de dados. Os 5 passos descritos anteriormente são executados para cada janela. Em relação ao passo 1, em cada instante  $k$ , os resíduos das DDs de PD e de fase do instante  $k-\tau+1$  até o instante  $k$  são decompostas para estimar o multicaminho. Como o algoritmo piramidal é utilizado para aplicar a transformada *wavelet*, é necessário considerar  $\tau \geq 4$ . Assim, para processar dados de cada instante, dados de instantes anteriores são utilizados, mas apenas aqueles do instante atual  $k$  é corrigido.

### 3 EXPERIMENTO

Foi realizado um experimento em parceria com a Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” (ESALQ/USP) no dia 09 de novembro de 2007. Um trator pequeno foi adaptado para operar ancorado em torno de um pivô central (Figura 1) de forma que seu movimento fosse controlado e conhecido. O pivô central possui um mancal afixado sobre uma base de concreto. Sobre o mancal foi apoiado um eixo girante que lhe permite o movimento com um mínimo de atrito. O veículo foi preso por um cabo de aço e foi esterçado levemente para fora de forma que o cabo ficasse permanentemente esticado e com isso se tivesse um círculo regular.

Para determinar as coordenadas da base central foi instalado um receptor geodésico de dupla frequência Topcon Hipper GGD. O receptor utilizado no veículo foi de mesma marca e modelo.



Figura 1 – Esquema do experimento: receptores base e móvel

Para causar propositalmente o efeito do multicaminho, principalmente o de baixa frequência, um ônibus foi colocado a 2 m do trator (Figura 2). A linha de base formada foi de aproximadamente 15m. Logo, os erros provenientes da atmosfera e órbitas podem ser considerados insignificantes. Portanto, nos resíduos das DDs da PD e fase devem existir, principalmente, multicaminho e ruído das observações.



Figura 2 – Cenário do experimento com a superfície refletora (ônibus) para causar propositalmente o efeito do multicaminho

Os dados foram coletados em um intervalo amostral de 1 segundo durante um período de 1000 segundos. Durante os primeiros 400 segundos o trator permaneceu parado ao lado do ônibus e, após esse período, iniciou o seu movimento ao redor do pivô. Para cada instante  $k$ , o multicaminho é detectado, extraído e aplicado diretamente às observações de DD para corrigi-las desse efeito. Instantaneamente, o MMQR é aplicado novamente, mas com as observações de DD corrigidas. Para formar as DDs, o PRN 14, com o mais alto ângulo de elevação ( $63^\circ - 69^\circ$ ), foi escolhido como satélite base. Os PRNs 3 e 18 envolvidos na DD com o segundo ângulo de elevação mais alto ( $55^\circ - 59^\circ$ ) e o mais baixo ( $23^\circ - 18^\circ$ ) foram escolhidos para ilustrar os resultados. Essas duas DDs foram, respectivamente, os casos com menos e

mais efeitos significativos do multicaminho, porque o erro do multicaminho é inversamente proporcional ao ângulo de elevação do satélite.

O processamento das DDs da PD e fase foi realizado no *software* GPSeq, em desenvolvimento na FCT/UNESP (MONICO et al, 2006). A metodologia proposta foi também implementada nesse *software*.

Em um primeiro momento, o posicionamento relativo cinemático foi executado sem nenhuma correção do efeito do multicaminho (SCM). Já em um segundo momento, a metodologia baseada em *wavelets* foi aplicada para corrigir o efeito do multicaminho. Nos resultados essa estratégia com correção do multicaminho é representada por WAV.

Os resultados e análises são apresentados na próxima seção.

#### 4 RESULTADOS E ANÁLISES

Para comparar o comportamento das DDs antes e após aplicar a metodologia baseada em *wavelets*, pode-se observar as Figuras 3 e 4.

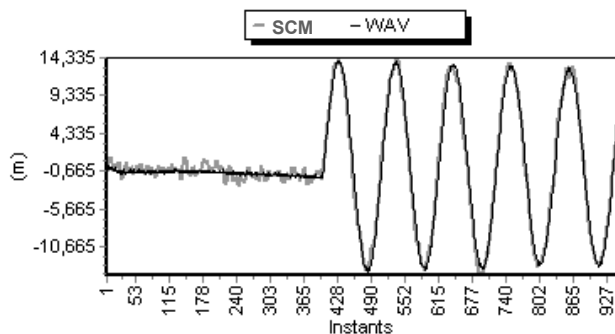


Figura 3 – DD 14-03 da PD para as estratégias sem correção do efeito do multicaminho (SCM) e com a correção desse efeito aplicando *wavelets* (WAV)

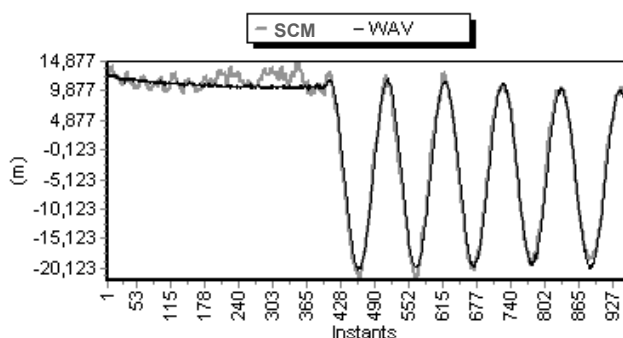


Figura 4 – DD 14-18 da PD para as estratégias sem correção do efeito do multicaminho (SCM) e com a correção desse efeito aplicando *wavelets* (WAV)

A partir das Figuras 3 e 4 pode-se observar o movimento do trator, o qual começou no instante 400. Pode-se verificar também que a DD WAV corrigida do efeito do multicaminho parece, mesmo que marginalmente, representar melhor o movimento do receptor móvel.

Os resíduos das DDs antes e após a correção do efeito do multicaminho foram também comparados. Os resíduos estimados para a PD e fase respectivos a DD14-03 e DD14-18 são plotados nas Figuras 5 a 8.

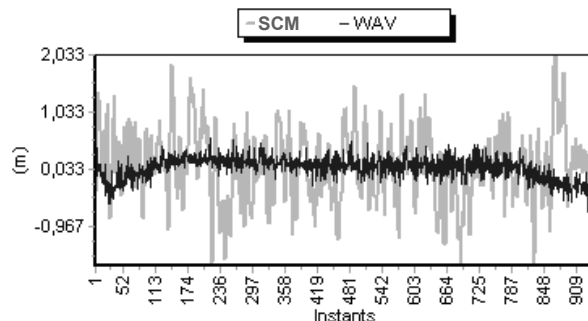


Figura 5 – Resíduos da DD 14-03 para a PD

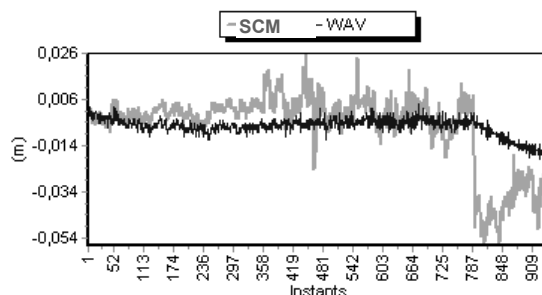


Figura 6 – Resíduos da DD 14-03 para a fase

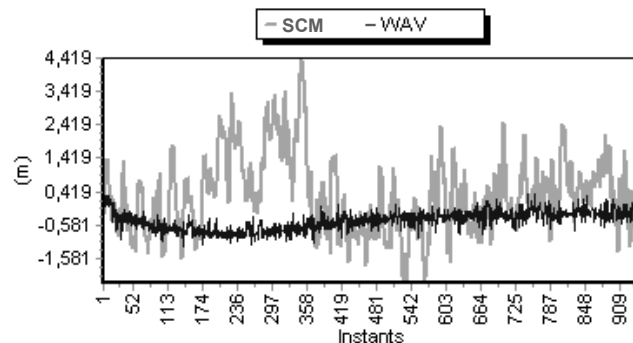


Figura 7 – Resíduos da DD 14-18 para a PD

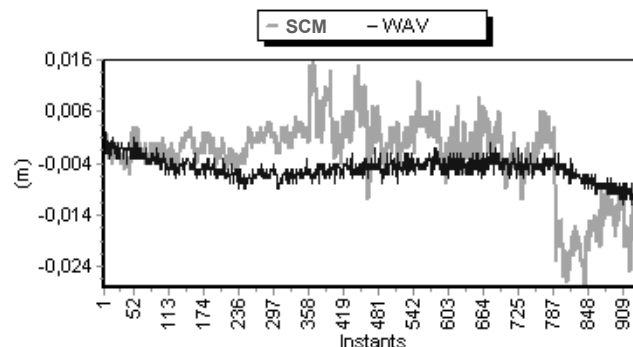


Figura 8 – Resíduos da DD 14-18 para a fase

Pode-se observar a partir das Figuras 5 a 8 que a tendência do multicaminho foi significativamente

reduzida para ambas observações quando a metodologia baseada em *wavelets* foi aplicada.

Para comparar a qualidade das observações de DD da PD e da fase, antes e após a correção do efeito do multicaminho, foi aplicado o teste estatístico *Local Overall Model* (LOM) (Figura 9). Esse teste tem distribuição Qui Quadrado (TEUNISSEN, 1998).

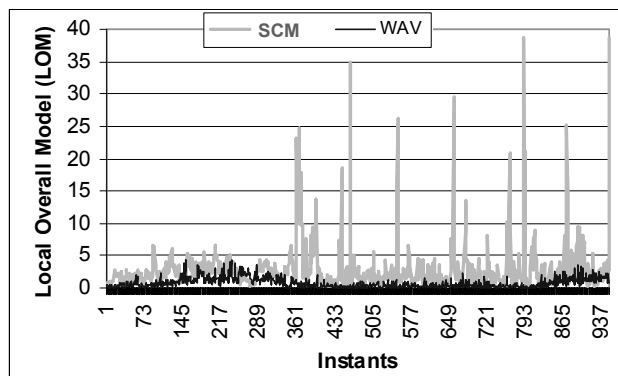


Figura 9 – Teste estatístico LOM

Pode-se verificar que o teste estatístico LOM (Figura 9) atingiu o valor 38 antes da correção do efeito do multicaminho e, após a correção, o valor máximo do LOM foi 4. Na média, a melhoria foi de 80%. Isso mostra que o teste LOM indicou que a qualidade das observações melhorou significativamente depois de corrigir o efeito do multicaminho.

O comprimento da linha de base estimada para cada instante foi comparado antes e após a aplicação da metodologia baseada em *wavelets*, como ilustrado na Figura 10.

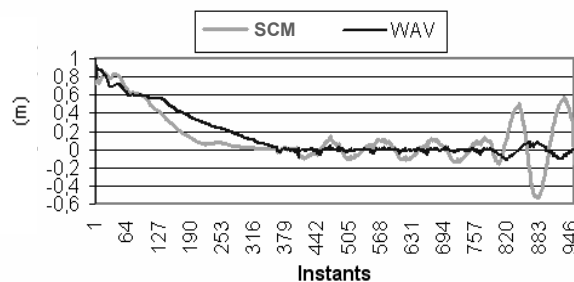


Figura 10 – Discrepâncias entre a estimativa da linha de base em cada instante e a linha de base conhecida

O comprimento da linha de base é conhecido, já que é igual ao raio da circunferência percorrida pelo receptor móvel. Assim, pode-se verificar que após a correção do efeito do multicaminho, na parte em que o receptor estava em movimento, os resultados foram melhores. Entretanto, enquanto o receptor estava parado, os resultados foram até piores. Verifica-se, portanto, a necessidade de adequação do nível de ruído para o posicionamento estático e cinemático. Nesse experimento, o nível de ruído foi calculado da mesma forma, tanto para o caso estático como para o cinemático, conforme foi apresentado na seção 2. Está sendo investigada a

adequação do nível de ruído, bem como a limiarização dos coeficientes *wavelet* para que se possa realizar posicionamentos estáticos e cinemáticos em um mesmo processamento.

Os resultados apresentados referem-se ao posicionamento cinemático que pode ser aplicado em tempo real, ou seja, as coordenadas são determinadas em cada instante que novas observações são introduzidas.

Mas existe também a possibilidade de realizar o posicionamento cinemático pós-processado, o qual também foi analisado. Nesse caso, o posicionamento cinemático foi realizado até o final do processamento, momento em que tenta-se solucionar as ambigüidades das DDs. Como o teste Ratio (TEUNISSEN, 1998) nesse momento era 2,58, não foi possível fixar as ambigüidades como valores inteiros. Mas, mesmo assim, as ambigüidades reais desse último instante foram injuncionadas e o posicionamento foi realizado novamente. Esse procedimento foi realizado, porque no final do processamento, a precisão das ambigüidades é muito melhor que a do início. Dessa forma, erros (nesse caso de linha de base curta, multicaminho) que no início do processamento foram absorvidos na estimativa das ambigüidades, no reproprocessamento, devem ser absorvidos no resíduos. Esse procedimento é importante, porque a metodologia de *wavelets* detecta o efeito do multicaminho a partir dos resíduos. Assim, essa metodologia foi então aplicada nos resíduos desse reproprocessamento injuncionando as ambigüidades reais, considerando suas respectivas precisões. Além desse procedimento, o processamento foi realizado até o instante 750, pois depois desse instante ocorreu um problema nas observações de fase, conforme pode ser visto nas Figuras 6 e 8 dos resíduos das DDs e também na Figura 10 das discrepâncias da linha de base estimada. Esse período foi retirado do processamento para que o mesmo não atrapalhasse o reproprocessamento. Na Figura 11 são comparadas as discrepâncias na estimativa da linha de base utilizando as estratégias SCM e WAV. Dessa forma, a única diferença das discrepâncias plotadas nas Figuras 10 e 11 é que nesta última a estratégia WAV foi aplicada nos resíduos do reproprocessamento SCM.

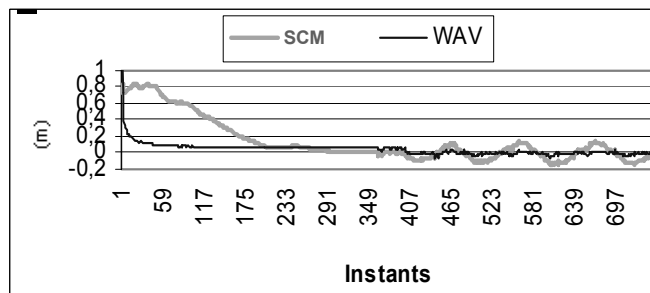


Figura 11 – Discrepâncias entre a estimativa da linha de base em cada instante e a linha de base conhecida

Pode-se verificar na Figura 11 que depois da correção do efeito do multicaminho, os resultados foram bem melhores. A média e desvio padrão dessas discrepâncias são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Média e Desvio Padrão (DP) das discrepâncias do comprimento da linha de base.

	SCM (m)	WAV (m)	Melhoria
Média	0,130	-0,039	70%
DP	0,264	0,032	88%

Pode-se verificar a partir da Tabela 1 que a média e desvio padrão melhoram 70% e 88%, respectivamente, na estimativa da linha de base. Isso indica que ao aplicar o a estratégia WAV nos resíduos do reprocessamento SCM, foi possível detectar melhor o efeito do multicaminho, e portanto, a correção mais eficaz desse efeito permitiu obter melhores resultados.

## 5 CONCLUSÕES

Embora a pesquisa ainda necessite de investigações adicionais, a partir dos resultados obtidos pode-se verificar que a metodologia proposta baseada em *wavelets* vem trazer um avanço muito importante na detecção e correção do efeito do multicaminho no posicionamento cinemático, pelo menos no pós-processado.

O efeito do multicaminho nos resíduos foram significativamente reduzidos e o teste estatístico LOM também mostrou melhorias de 80%, na média. Além disso, a estimativa da linha de base melhorou, na média, 70%.

Os resultados foram apresentados para observações L1, mas a metodologia pode também ser estendida para ser aplicada em observações de dupla frequência.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem José Paulo Molin e Thiago Martins Machado (Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” ESALQ/USP) os quais possibilitaram a realização do experimento cinemático.

## REFERÊNCIAS

DONOHO, D.L.; JOHNSTONE, I.M. Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage. **Biometrika**, V.81, p.425-455, 1994.

DONOHO, D.L. et al. Wavelet Shrinkage: Asymptopia? **Journal Royal Statistical Society**, V.57, p.301-69, 1995.

ELDER, S.; ELDER, M. How can the Effects of Reflected GPS Multipath Signals be Eliminated on an Autonomous Mobile Vehicle?, **National Technical Meeting**, Monterey, CA, 2006.

GAYLOR, D.E.; LIGHTSEY, E.G. Effects of Multipath and Signal Blockage on GPS Navigation in the Vicinity of the International Space Station. In: **ION**, 2003, Portland, ORE, 2003.

KIM, D.; LANGLEY, R. B. Mitigation of GPS Carrier Phase Multipath Effects in Real-Time Kinematic Applications. In: **ION**, Salt Lake City, UT, 2001.

KUBO, N.; YASUDA, A. How Multipath Error Influences on Ambiguity Resolution. In: **ION**, Portland, ORE, 2003.

KASHIWAYANAGI, T.; SEKIZAWA, T.; YAMADA, T.; K. YUI; NAKAMURA, M. Novel Algorithm to Exclude Multipath Satellites by Dual Frequency Measurements in RTK-GPS, **ION GNSS**, Forth Worth, Texas, 2007.

MALLAT, S. **A wavelet tour of signal processing**, USA: Academic Press, 1998. 577p.

MONICO, J.F.G.; SOUZA, E.M.; POLEZEL, W.G.C. MARQUES, H.A.; MACHADO, W.C., **GPSeq: Manual do Usuário**, 2006. Disponível em: <<http://gege.fct.unesp.br>> Acesso: 2 julho 2008.

NUNES, F.D.; SOUSA, F.M.G., LEITÃO, J.M.N. Nonlinear Least-Squares Algorithm for Close-in Multipath Mitigation in GNSS Receivers, **ION GNSS**, Forth Worth, Texas, 2007.

SATIRAPOD, C.; KHOONPHOOL, R.; RIZOS, C. Multipath Mitigation of Permanent GPS Stations using Wavelets. In: **International Symposium on GPS/GNSS**, Tokio, Japan, 2003.

SERRANO, L.; KIM, D.; LANGLEY, R.B. A New Approach for Mitigating Low-Frequency Carrier-Phase Multipath in GPS-RTK, Based on Between-Receiver Dynamics and an Effective Reflector. In: **ION**, Long Beach, CA, 2005.

SOUZA, E.M.; POLEZEL, W.G.C.; MONICO, J.F.G. Avaliação do nível de multicaminho no posicionamento relativo GPS e sua atenuação através da análise de multiresolução. **Boletim de Ciências Geodésicas**. V.11, N.2, p. 221-234, 2005.

SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G. Wavelet Shrinkage: High frequency multipath reduction from GPS relative positioning. **GPS Solutions**, Estados Unidos, V.8, n.3, p. 152-159, 2004.

SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G. Ambiguity Resolution and Validation Under Multipath Effects: Improvements using Wavelets, **Dynamic Planet: Monitoring and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic Tools**, P. Tregoning and C. Rizos, V. 130, p. 172-178, 2005.

SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G.; PAGAMISSE, A. POLEZEL, W.G.C. An Effective Wavelet Method to Detect and Mitigate Low-Frequency Multipath Effects, **VI Hotine-Marussi Symposium on Theoretical and Computational Geodesy**, X. Peiliang, L. Jingnan, and D. Athanasios, V. 132, p. 179-184, 2008.

SOUZA, E.M.; PAGAMISSE, A.; MONICO, J.F.G.; POLEZEL, W.G.C. Comparação das Bases de Wavelets Ortonormais e Biortogonais: Implementação, Vantagens e Desvantagens no Posicionamento com GPS. **TEMA - Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, V.8, p.149 – 158, 2007a.

SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G.; PAGAMISSE, A. POLEZEL, W.G.C. Redução do efeito do multicaminho de frequência baixa no posicionamento relativo cinemático utilizando wavelets: resultados preliminares. In: **II Simpósio de Geomática e V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas**, 2007b.

TAILLE, D.B.; MAENPA, J.; EULER, H.J.; CROSS P. Overcoming the Limitations of the Phase Multipath Mitigation Window. In: **ION**, Portland, ORE, 2003.

TEUNISSEN, P.J.G. GPS Carrier Phase Ambiguity fixing concepts. In: TEUNISSEN, P.J.G.; KLEUSBERG, A. **GPS for Geodesy**. 2 ed. Berlin: Springer Verlage, p. 319-388, 1998.

von SACHS, R. Nonparametric Wavelet Methods for Nonstationary Time Series, **22nd European Meeting of Statisticians and 7th Vilnius Conference on Probability Theory and Mathematical Statistics**, Vilnius, Lithuania, 1998.

ZHANG Y.; BARTONE, C. Improvement of High Accuracy Positioning with Real-time WaveSmooth<sup>TM</sup> Multipath Mitigation Technique, **Institute of Electrical and Electronics Engineers**, Aerospace Conference, 2005.