

# TRANSFORMAÇÃO ORTOGONAL ENTRE COORDENADAS NO SISTEMA CARTESIANO LOCAL E COORDENADAS NO SISTEMA CARTESIANO GEOCÊNTRICO: A SOLUÇÃO ADEQUADA PARA O GEORREFERENCIAMENTO DE PONTOS LOCALIZADOS NO PLANO TOPOGRÁFICO E VICE-VERSA

ENO DARCI SAATKAMP  
JULIO CESAR FARRET

Universidade Federal de Santa Maria – UFSM  
Departamento de Engenharia Rural - DER  
Setor de Geodésia e Topografia, Santa Maria – RS  
enosaat@hotmail.com; jcfarret@smail.ufsm.br

---

**RESUMO** – Este artigo apresenta a transformação ortogonal entre coordenadas no sistema cartesiano local e coordenadas no sistema cartesiano geocêntrico. A justificativa para a escolha dessa metodologia é que ela mantém as grandezas lineares invariantes em ambos os sistemas, ao contrário de algumas transformações que envolvem projeção, como é o caso do sistema UTM. Outra justificativa é a necessidade de se “transitar” do sistema geocêntrico ao plano topográfico e vice-versa, nos trabalhos de georreferenciamento e de locação. São apresentados o esquema geométrico e o equacionamento matemático da transformação, além dos resultados de um teste prático em campo, que mostra a eficácia do método.

**ABSTRACT** – This work shows a orthogonal transformation between coordinates in a local cartesian system and a cartesian geocentric one. The justification to choose that methodology is the fact that it keeps the parameters as linear invariant ones in both systems unlike transformation that uses cartographic projections like the UTM system case. Other justification is the need of to transit from the geocentric system to the topographic plane and vice-versa in the georeferencing and location works. We shows the geometric schedule and the transformation mathematical formulation, beyond the results of a field practical test which shows the methodology effectiveness.

---

## 1 INTRODUÇÃO

O posicionamento consiste na determinação da posição (estimação de coordenadas) de pontos que podem delimitar objetos ou feições, em relação a um referencial específico. Isto é, para se efetuar o posicionamento de pontos, faz-se necessária a adoção de um referencial. Referencial cartesiano tridimensional é um conjunto de 3 eixos com orientação definida no espaço, por meio do qual uma posição ou orientação possa ser definida sem ambigüidade. Em Geodésia, ao referencial cartesiano tridimensional normalmente está associado um referencial elipsóidico (modelo geométrico da Terra). Georreferenciar significa referenciar pontos a um referencial fixo a Terra (geo), garantindo a concordância e unicidade de suas posições em relação à Terra (SAATKAMP, 2007).

É cada vez maior a necessidade de se efetuar o georreferenciamento de pontos oriundos de levantamentos topográficos. Alguns trabalhos técnicos exigem por força

de lei que os pontos levantados sejam georreferenciados, a citar, por exemplo, a Lei 10267/2001. Entretanto, quando o levantamento é efetuado com taquímetro eletrônico (“estação total”), o transporte das coordenadas não poderá ser realizado simplesmente no plano topográfico, no qual o equacionamento é efetuado basicamente por relações trigonométricas planas, gerando distorções em relação ao modelo geodésico. Tradicionalmente efetua-se o transporte geodésico das coordenadas, ou seja, adota-se como referência uma superfície modelo da Terra, o qual pode ser o esferóide (elipsóide de revolução), ou, simplificada, a esfera. Isto significa que os cálculos deverão ser desenvolvidos sobre esta superfície, o que, ao contrário da geometria no plano, exige o conhecimento de matemática superior (cálculo integral e diferencial). Na prática, para simplificar um pouco o equacionamento, o desenvolvimento de cálculo pode ser efetuado sobre uma esfera cujo raio corresponda o raio local, conhecida como esfera de adaptação de Gauss. Mesmo assim, o volume e a

complexidade dos cálculos não é mínimo. Um exemplo dessa complexidade pode ser observada nas equações do transporte geodésico de coordenadas desenvolvidas por Puissant, usadas no Brasil (e neste trabalho), apresentadas no item 3.2 (deve-se lembrar que existem outras formulações, como, por exemplo, as de Sodano). E mesmo com essa complexidade, pode haver limitações em sua aplicação causadas, por exemplo, pelo truncamento do desenvolvimento em séries matemáticas ou pela superfície aproximada adotada (esfera ao invés de elipsóide). A formulação de Puissant, por exemplo, que usa uma esfera local, é válida para extensões de no máximo 80 km. Nessa extensão sua precisão é da ordem de dois milésimos de segundos de arco. Além do aspecto de cálculo, as coordenadas determinadas por essa metodologia referem-se a uma superfície curva, ou seja, elas não tem uma relação direta com o plano topográfico local onde foram realizados os levantamentos e onde muitas vezes se necessita efetuar locações. Em virtude disso, apresentar-se-á uma metodologia diferente da tradicional que, além de ser mais simples, também evita outros problemas, que serão apresentados a seguir. Além disso, permite relacionar coordenadas do sistema geocêntrico com coordenadas no plano local. Isto é útil na engenharia e nos levantamentos georreferenciados em geral, pois pode-se realizar a transformação de coordenadas oriundas de locações, divisões de áreas e transporte de coordenadas do plano topográfico local para a superfície de referência geodésica, ou seja, referidas ao elipsóide. O caso inverso (transformação de coordenadas elipsoidais nas coordenadas do plano local) também pode ser realizado, constituindo-se numa solução precisa, relativamente simples e operacional para o “trânsito” direto entre estes dois sistemas (local e elipsoidal).

## **2 OBJETIVO E JUSTIFICATIVAS**

A justificativa para este trabalho está relacionada a alguns problemas técnicos nos trabalhos de levantamentos que envolvam posicionamento geodésico (georreferenciamento), como determinação de área e/ou locação de pontos no terreno, conforme exemplificado na seqüência.

A necessidade dos trabalhos técnicos de levantamento com georreferenciamento, no Brasil, está relacionado, por exemplo, com a Lei 10267/2001 que estabelece o georreferenciamento das coordenadas dos vértices do polígono dos imóveis rurais nas transações que envolvam alteração nos registros destes imóveis. Em muitos casos as certificações são acompanhadas da necessidade de divisões nas áreas levantadas em função de processos como espólios ou transações de compra e venda de áreas parciais. A Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais (INCRA, 2003) limita-se a normatizar os procedimentos para os levantamentos, determinando que as coordenadas estimadas sejam transformadas em coordenadas planas do sistema da projeção UTM (Universal Transversa de

Mercator). Ocorre que este é um plano onde os valores das grandezas tratadas não correspondem àqueles efetivamente medidos no campo, no plano topográfico local. Este fato apresenta um problema técnico que deve ser tratado adequadamente quando da necessidade de se realizar divisões e, principalmente, locações nos polígonos por ocasião das certificações. Isto decorre do fato de que as distorções de grandezas geométricas, comuns às projeções cartográficas (no caso do UTM, as distorções são lineares), praticamente inviabilizam estas locações em campo com a precisão imposta pela Norma. Problema semelhante ocorre quando da necessidade de se realizar projetos de engenharia. Pela necessidade de precisão nas locações das obras, bem como por facilidade e simplicidade, é interessante que estes projetos sejam realizados no plano local. Isto é verdade de forma especial em obras urbanas. Muitos destes projetos necessitam ser ligados ao sistema geodésico oficial do país onde eles se encontram, sem perder a precisão original ao se efetuar algum tipo transformação como, por exemplo, numa projeção cartográfica. Ainda podem ser citados inúmeros casos de levantamentos antigos realizados topograficamente no plano local e que, por imposição das novas necessidades, necessitam ser georreferenciados para serem conectados a novas redes. Isto também é válido para qualquer rede que esteja em coordenadas geodésicas e na qual necessita-se derivar pontos dela a partir de medidas topográficas locais, determinando-se as coordenadas geodésicas desses pontos. Uma das soluções possíveis para estas questões é o transporte e cálculo de coordenadas diretamente no plano do sistema UTM, através do uso de correções, como fatores de escala. Esta é uma solução antiga adotada por profissionais da área técnica, provavelmente pela similaridade de cálculo entre os planos topográfico e UTM. Ainda, as correções de fator de escala, por exemplo, são válidas para o plano UTM desdobrada a partir da superfície do elipsóide de referência, e não exatamente no plano local, o qual geralmente não coincide com esta superfície, exigindo, portanto, a prévia redução das distâncias, o que nem sempre é feito. Outro problema é que geralmente é usado um fator de escala médio, o qual nem sempre traduz adequadamente a correção para a variação da distorção, a qual se dá ao longo da superfície medida. Tudo isso contribui para a distorção dos elementos geométricos que determinarão os correspondentes pontos do plano topográfico, ou seja, a prática relatada não é uma solução adequada. De resultado ainda pior é o transporte direto das coordenadas UTM no plano local, ou seja, sem o uso de correções, o que também é feito em muitos casos. Pior ainda, é o caso em que legislações são feitas em cima deste tipo de solução, quando o correto seria primar pelo rigor técnico. Assim, observa-se que, embora por um lado tenha havido uma evolução tecnológica muito grande nas ferramentas de levantamentos geodésicos (a citar, por exemplo, o sistema de posicionamento global (GPS) e as “estações totais”), por outro lado ainda são usados algumas

metodologias de cálculo que, embora tradicionais, são incompatíveis com tal evolução. Isto é injustificável, uma vez que há bastante tempo a Geodésia tem a solução conceitual e matematicamente adequada para este tipo de problema, ou seja, para a transformação de coordenadas do plano topográfico local para a superfície do elipsóide de referência e vice-versa. Por motivos ainda não muito claros, este tipo de solução não tem sido empregada, tanto por profissionais de levantamento quanto pelos fabricantes de ferramentas computacionais e até mesmo de equipamentos tipo “estação total”, por exemplo, os quais não têm implementado este tipo de solução para o transporte de coordenadas. Talvez isto possa ser explicado parcialmente pela grande quantidade de profissionais com diversidade de formação atuando em levantamentos e processamento, mas que não possuem o conhecimento adequadamente suficiente ou profundo de Geodésia, de Matemática, etc., ou que, mesmo o possuindo, são incapazes de implementá-lo na prática.

Em função disso, resolveu-se desenvolver e apresentar este trabalho, no qual será apresentada e avaliada uma possibilidade de cálculo que permite transitar diretamente entre o sistema cartesiano local e o sistema cartesiano geocêntrico, e que elimina os inconvenientes do transporte de coordenadas sobre o modelo esferoidal e da projeção cartográfica. Apresentaremos a transformação ortogonal aplicada ao georreferenciamento, ou seja, ao transporte de coordenadas no sistema cartesiano topográfico local e a conversão dessas, via translação e rotações, nas respectivas coordenadas referidas ao sistema cartesiano geocêntrico. A transformação ortogonal apresenta a vantagem de manter as grandezas lineares invariantes em ambos os sistemas. Como foi dito, isso elimina o inconveniente da distorção do sistema UTM (ou de outros que envolvam projeções cartográficas). Além disso, minimiza a necessidade dos complexos cálculos sobre o modelo esferoidal ou sobre o esférico. A transformação ortogonal é, conforme será visto, de operação mais simples do que o transporte geodésico sobre uma superfície curvilínea, sem prejuízo da precisão. Ainda, se necessário ou desejado, as coordenadas cartesianas geocêntricas determinadas também podem ser transformadas nas correspondentes coordenadas elipsoidais e/ou na projeção UTM. Julga-se ser esta uma possibilidade mais simples e eficaz, e que deveria ser adotada sistematicamente, em função das vantagens apresentadas.

### 3 METODOLOGIA

Apresentar-se-á inicialmente a fundamentação matemática referente a transformação ortogonal em questão, e, posteriormente, será apresentada a metodologia que foi utilizada nos testes práticos de aplicação em levantamento a campo.

#### 3.1 Transformação entre os referenciais cartesiano local e cartesiano geocêntrico

Tratar-se-á inicialmente do objetivo de determinar as coordenadas cartesianas geocêntricas de um ponto em função do vetor de posição desse mesmo ponto no sistema cartesiano local. Na figura 1 é apresentado o modelo esferoidal da Terra em conjunto com o sistema cartesiano geocêntrico e o sistema cartesiano local relativo a um ponto da superfície física da Terra. O sistema cartesiano local considerado consiste em três eixos coordenados ortogonais entre si, sendo: a origem no ponto de instalação do instrumento (estação), o eixo  $x$  apontado no sentido leste, o eixo  $y$  apontado no sentido norte e o eixo  $z$  apontado no sentido do zênite (direção do fio de prumo ou da vertical do lugar). Os eixos  $x$  e  $y$  formam o denominado plano topográfico local, o qual idealmente deve ser perpendicular ao eixo principal do instrumento (na prática, o eixo  $z$  será materializado pelo eixo principal do instrumento). O sistema cartesiano geocêntrico também é formado por três eixos coordenados ortogonais, sendo: a origem no centro de massa da Terra (C.M.), o eixo  $X$  formado pela interseção do plano equatorial convencional com o plano convencional de Greenwich, o eixo  $Z$  aponta no sentido do pólo norte convencional e o eixo  $Y$  forma um sistema dextrógiro. Relativamente ao sistema cartesiano local, apresenta-se também um vetor posição de um ponto  $p$ , que pode ser, por exemplo, um ponto irradiado com uma estação total a partir da origem ( $p_0$ ) do sistema cartesiano local. Para transformar as coordenadas do ponto irradiado do sistema cartesiano local ao sistema cartesiano geocêntrico, é necessário fazer a coincidência do sistema cartesiano local com o sistema cartesiano geocêntrico. As mesmas operações que levam os dois sistemas a coincidirem também efetuarão a transformação das coordenadas dos pontos do sistema original. No caso, deseja-se referir as coordenadas de um ponto topográfico (levantadas no sistema cartesiano local) ao sistema cartesiano geocêntrico.

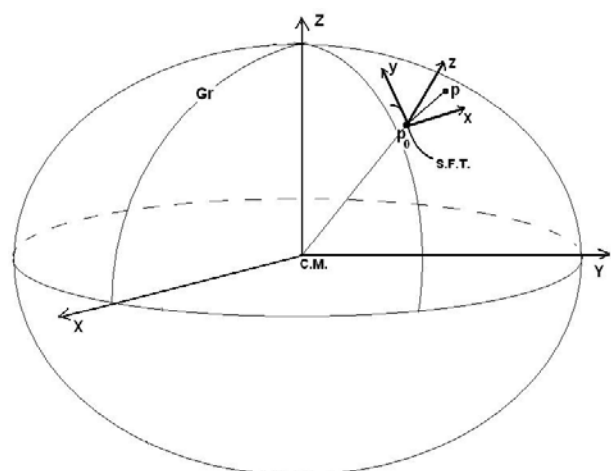


Figura 1 – Sistemas cartesianos geocêntrico e local

A transformação que leva o sistema local ao geocêntrico pode ser realizada por meio de uma translação e duas rotações, pelos seguintes passos:

1º) translação da origem do sistema cartesiano local ( $p_0$ ) à origem do sistema cartesiano geocêntrico (C.M.), das quantidades corresponde aos valores da coordenada da origem do sistema local em relação ao sistema geocêntrico;

2º) rotação em torno do eixo x, da quantidade ( $270^\circ + \varphi_{p_0}$ ), para levar o eixo z a coincidir com o eixo Z (observe-se que os eixos z e y estão contidos no plano do meridiano de  $p_0$ );

3º) rotação em torno do eixo z, da quantidade ( $270^\circ - \lambda_{p_0}$ ), para levar os eixos x e y a coincidirem com os eixos X e Y.

Matematicamente, as operações citadas podem ser realizadas na forma matricial pela equação:

$$\mathbf{X}_p = \mathbf{R}_z(270^\circ + \varphi_{p_0}) * \mathbf{R}_x(270^\circ - \lambda_{p_0}) * \mathbf{x}_p + \mathbf{X}_{p_0} \quad (1)$$

Onde:  $\mathbf{X}_p$  é o vetor de coordenadas cartesianas geocêntricas do ponto p;

$\mathbf{R}_z$  é a matriz de rotação em torno do eixo z;

$\mathbf{R}_x$  é a matriz de rotação em torno do eixo x;

$\mathbf{x}_p$  é o vetor das coordenadas cartesianas do ponto p no sistema local;

$\mathbf{X}_{p_0}$  é o vetor das coordenadas cartesianas da origem do sistema cartesiano local, em relação ao sistema cartesiano geocêntrico.

As matrizes de rotação, considerando-se o argumento (ângulo de rotação)  $\alpha$ , são dadas por:

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; e \quad (2)$$

$$\mathbf{R}_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Observações:

- os vetores de coordenadas são dados na forma de coluna;
- a equação 1 é válida para quaisquer coordenadas, considerando-se a convenção: latitude elipsoidal ( $\varphi$ ) negativa no hemisfério sul; longitude elipsoidal ( $\lambda$ ) negativa no hemisfério sul;
- é considerado como sentido positivo da rotação aquele em que o observador vê o eixo apontando em sua direção e a rotação em torno do eixo é dada no sentido anti-horário (ou regra da mão direita).

O vetor de coordenadas cartesianas do ponto no sistema cartesiano local é dado por:

$$\mathbf{x}_p = d_m * \begin{pmatrix} \sin A_g * \sin z \\ \cos A_g * \sin z \\ \cos z \end{pmatrix}, \quad (4)$$

onde:

$d_m$  é a distância medida do ponto  $p_0$  ao ponto p (corrigida dos efeitos ambientais);

$A_g$  é o azimute geodésico no sentido do ponto  $p_0$  ao ponto p, e pode ser calculado pela expressões de Puissant relativas ao Problema Geodésico Inverso (equações 7 a 12);

$z$  é o ângulo zenital medido ao visar o ponto p (a partir de  $p_0$ ).

Observação: caso a altura do instrumento ( $h_i$ ) seja diferente da altura ( $h_p$ ) do alvo (prisma refletor instalado em p), à coordenada z do vetor  $\mathbf{x}_p$  deve-se adicionar o valor ( $h_i - h_p$ ).

Para realizar o processo inverso, ou seja, para transformar coordenadas do sistema cartesiano geocêntrico em coordenadas do sistema cartesiano local, visando, por exemplo, a locação de pontos no plano topográfico local, basta efetuar as operações inversas. Uma vez que a transformação dada pela equação 1 é ortogonal, o vetor  $\mathbf{x}_p$  é dado por:

$$\mathbf{x}_p = \mathbf{R}_x^{-1} * (270^\circ - \lambda_{p_0}) * \mathbf{R}_z^{-1} * (270^\circ + \varphi_{p_0}) * (\mathbf{X}_p - \mathbf{X}_{p_0}) \quad (5)$$

Como as matrizes de rotação são ortogonais, em que a inversa é igual à transposta, e equação 5 pode ser reescrita por:

$$\mathbf{x}_p = \mathbf{R}_x^T * (270^\circ - \lambda_{p_0}) * \mathbf{R}_z^T * (270^\circ + \varphi_{p_0}) * (\mathbf{X}_p - \mathbf{X}_{p_0}) \quad (6)$$

Observe-se que a equação 6 fornece as coordenadas cartesianas do ponto p no plano cartesiano local. Mas o vetor  $\mathbf{x}_p$  também é dado pela equação 4. Assim, tendo-se uma base formada por  $p_0$  e p, de coordenadas elipsoidais conhecidas, cujo azimute geodésico ( $A_g$ ) pode ser calculado pelas equações de Puissant para o PGI (equações 7 a 12), por meio da equação 4 pode-se determinar a distância ( $d_m$ ) a ser irradiada a partir de  $p_0$ . A partir desses elementos pode-se local o ponto desejado no campo. Se o ângulo zenital da linha de visada for  $90^\circ$ , a distância a ser irradiada a partir de  $p_0$  será uma distância horizontal. Na prática, basta orientar o instrumento (estação total) no alinhamento calculado e ir medindo a distância ao prisma refletor, que é deslocado no alinhamento, até encontrar a distância determinada para a locação do ponto.

**3.2 Resultados da aplicação da transformação ortogonal em levantamento de campo**

Irradiou-se um conjunto de cinco pontos com taquímetro eletrônico marca Trimble, modelo 3305, de precisão angular de 5” e linear de 2 mm + 2 ppm. Na figura 2 apresenta-se um croqui dos pontos utilizados, situados na denominada “área nova” da UFSM. A orientação do limbo horizontal da estação total (ré) foi feita no sentido do marco 26 ao marco 11. As distâncias horizontais entre os pontos são indicadas.

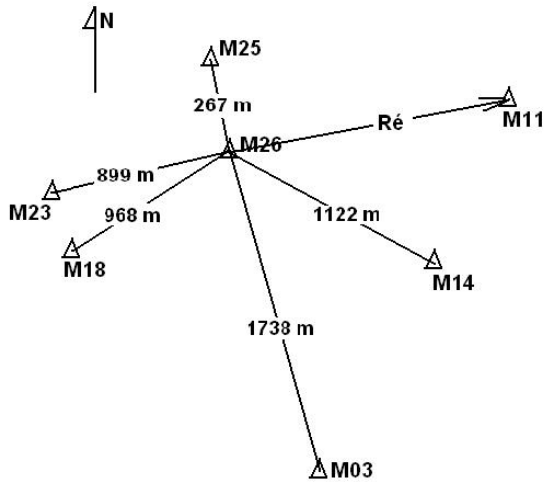


Figura 2 – Croqui dos pontos usados no levantamento

As coordenadas de referência dos pontos foram determinadas via posicionamento relativo no modo estático com rastreador GPS de dupla frequência (marca Leica, modelo 1200). O período médio de rastreamento em cada marco (ponto) foi de aproximadamente 2,5 h. Com os dados levantados a campo com a estação total, foi efetuado o transporte geodésico de coordenadas utilizando a formulação de Puissant, a partir do marco 26. O cálculo do Problema Geodésico Inverso (PGI), visando determinar o azimute geodésico da direção de referência (ré), e o cálculo do Problema Geodésico Direto (PGD), visando efetuar o transporte geodésico das coordenadas dos cinco pontos irradiados, foram implementados pelo autor em planilha eletrônica Microsoft Excel.

A formulação de Puissant para a solução do PGI relativamente a um alinhamento dado pelos pontos 1 e 2 é dada a seguir:

$$N_m = \frac{a}{(1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi_m)^{1/2}} \quad (7)$$

$$M_m = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{(1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi_m)^{3/2}} \quad (8)$$

$$B_m = \frac{1}{M_m \cdot \text{sen} 1''} \quad (9)$$

$$x = \Delta \lambda'' \cdot \cos \varphi_m \cdot N_m \cdot \text{sen} 1'' = S_{12} \cdot \text{sen} \left( A_{g12} + \frac{\gamma}{2} \right) \quad (10)$$

$$y = \frac{\Delta \varphi_{12}'' \cdot \cos(0,5 \Delta \lambda)}{B_m} = S_{12} \cdot \cos \left( A_{g12} + \frac{\gamma}{2} \right) \quad (11)$$

$$\text{Azimute geodésico : } \text{tg} \left( A_{g12} + \frac{\gamma}{2} \right) = \frac{x}{y} \quad (12)$$

Na seqüência, é dada a formulação de Puissant para a solução do PGD relativamente a um alinhamento dado pelos pontos 1 e 2:

a) Transporte da latitude:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 2 \cdot f - f^2 \quad (13)$$

$$M_1 = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi_1)^{3/2}} \quad (14)$$

$$N_1 = \frac{a}{(1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi_1)^{1/2}} \quad (15)$$

$$B = \frac{1}{M_1 \cdot \text{sen} 1''} \quad (16)$$

$$C = \frac{\text{tg} \varphi_1}{2 \cdot M_1 \cdot N_1 \cdot \text{sen} 1''} \quad (17)$$

$$D = \frac{3e^2 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \text{sen} \varphi_1 \cdot \text{sen} 1''}{2(1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi_1)} \quad (18)$$

$$E = \frac{1 + 3 \cdot \text{tg}^2 \varphi_1}{6 \cdot N_1^2} \quad (19)$$

$$h = \frac{S_{12} \cdot \cos A_{g12}}{M_1 \cdot \text{sen} 1''} \quad (20)$$

$$\delta \varphi'' = B \cdot S_{12} \cdot \cos A_{g12} - C \cdot S_{12}^2 \cdot \text{sen}^2 A_{g12} - h \cdot E \cdot S_{12}^2 \cdot \text{sen}^2 A_{g12} \quad (21)$$

$$\Delta \varphi_{12}'' = \delta \varphi_{12}'' - D \cdot (\delta \varphi_{12}'')^2 \quad (22)$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta \varphi_{12} \quad (23)$$

b) Transporte da longitude:

$$N_2 = \frac{a}{(1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi_2)^{1/2}} \quad (24)$$

$$T_{12} = \frac{S_{12} \cdot \text{sen} A_{12}}{N_2 \cdot \cos \varphi_2} \quad (25)$$

$$\Delta\lambda_{12}'' = \frac{T_{12}}{\text{sen}l''} \left( 1 - \frac{S_{12}^2}{6 \cdot N_2^2} + \frac{T_{12}^2}{6} \right). \quad (26)$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda_{12}. \quad (27)$$

O transporte de coordenadas no plano topográfico local com posterior transformação nas correspondentes coordenadas cartesianas geocêntricas foi implementada pelo autor no ambiente Matlab. As coordenadas cartesianas geocêntricas obtidas foram então transformadas nas correspondentes coordenadas elipsoidais, utilizando-se o aplicativo TCGeo, fornecido pelo IBGE.

O resultado obtido com as duas metodologias é comparado com aqueles levantados com GPS. Na tabela 1 são apresentadas as diferenças de posição no plano (erro planimétrico) dos resultados pelos dois métodos, em relação às coordenadas levantadas com o GPS.

Marco	Distância horizontal irradiada [m]	Erro planimétrico com uso do Transporte Geodésico [m]	Erro planimétrico com uso da transformação ortogonal [m]
M03	1738	0,178	0,179
M14	1122	0,070	0,067
M18	968	0,236	0,236
M23	899	0,204	0,201
M25	267	0,064	0,066

Tabela 1 – Resultados comparativos

Observa-se claramente que a solução dada pelo transporte geodésico de coordenadas utilizando a formulação de Puissant é praticamente idêntica à solução fornecida utilizando transformação ortogonal (a diferença máxima foi de 3 mm). Isto significa que o método é válido. Embora a magnitude dos erros planimétricos não seja desprezível, provavelmente em função dos erros de medida (deve-se observar que há visadas de relativamente longa distância) a acurácia dos valores ainda atende a precisão de 50 cm exigida pelo INCRA em atendimento à Lei 10267/2001.

#### 4 CONCLUSÃO

Os resultados apresentados mostram que a transformação ortogonal é relativamente simples e eficaz nas aplicações em que se necessita relacionar coordenadas do plano local com coordenadas do sistema geocêntrico. Ela pode ser muito útil na engenharia e nos levantamentos georreferenciados em geral, sendo uma solução adequada tanto para o georreferenciamento de pontos levantados no plano topográfico quanto para a determinação das grandezas para a locação a partir de coordenadas georreferenciadas.

Pretende-se elaborar futuros trabalhos usando a transformação ortogonal. Dentre outras, uma próxima etapa é testá-la na divisão de áreas e comparar os resultados com aqueles obtidos pelo uso de coordenadas do sistema UTM.

Objetiva-se também aplicar sistematicamente a metodologia apresentada nos futuros trabalhos de levantamento topográfico.

#### 5 AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Pedro Judacheski e a Rafael Rodrigues, alunos da Engenharia Florestal da UFSM que contribuíram com este trabalho nos levantamentos em campo.

#### REFERÊNCIAS

BRASIL. Lei 10.267, de 28 de agosto de 2001. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/leis\\_2001/110267.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/leis_2001/110267.htm)>. Acesso: 22 julho 2008.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. Aplicativo TCGeo. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/param\\_transf/default\\_param\\_transf.shtm](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/param_transf/default_param_transf.shtm)>

INSTITUTO NACIONAL DE COLONIZAÇÃO E REFORMA AGRÁRIA (2003). Norma técnica para o georreferenciamento de imóveis rurais aplicada à Lei 10.267/2001 e ao Decreto 4.449/2002. Brasília: INCRA.

SAATKAMP, E. D. Caderno didático de Geodésia Geral. 2007. 85p. Setor de Geodésia e Topografia – Programa de Pós-Graduação em Geomática, Universidade Federal de Santa Maria, RS.