

---

## SIGNIFICÂNCIA DOS PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO INTERIOR NA CALIBRAÇÃO DE CÂMARAS

MAURICIO GALO  
ANTONIO MARIA GARCIA TOMMASELLI  
JÚLIO KIYOSHI HASEGAWA  
PAULO DE OLIVEIRA CAMARGO

Universidade Estadual Paulista - Unesp  
Faculdade de Ciências e Tecnologia - FCT  
Departamento de Cartografia, Presidente Prudente - SP  
{galo, tomaseli, hasegawa, paulo}@fct.unesp.br

---

**RESUMO** – A calibração de câmaras é um processo importante na Fotogrametria, uma vez que permite a estimativa dos POI – Parâmetros de Orientação Interior de cada câmara, com os seus respectivos desvios-padrão. O conjunto de parâmetros utilizados para a OI pode mudar, dependendo da câmara utilizada e devido ao uso crescente de câmaras digitais de quadro em aplicações métricas, é importante saber qual é o conjunto de POI mais adequado a cada uma delas. Considerando esta motivação, o objetivo central deste trabalho consiste em estudar e avaliar experimentalmente os procedimentos que permitem a identificação de quais POI são significativos e quais não são. Diferentes abordagens podem ser consideradas e dentre elas pode-se mencionar: PCA - *Principal Component Analysis* e testes estatísticos, por exemplo. Neste último caso, um conjunto de parâmetros pode ser verificado simultaneamente e a correlação entre eles é considerada de modo implícito. As abordagens mencionadas foram implementadas e os resultados obtidos na calibração de uma câmara digital de quadro, considerando diferentes conjuntos de parâmetros são analisados e discutidos, indicando que o uso de abordagens complementares é relevante para uma análise conclusiva da significância.

**ABSTRACT** - Camera calibration is one important process in Photogrammetry, since it allows the estimation of the camera IOP - Inner Orientation Parameters, with their respective standard deviations. The set of IOP considered in the model can change, depending on the camera in use. Since the use of digital frame cameras is growing in metric applications, it's relevant to know the set of parameters that are suitable to properly model the distortions of each camera. Based on this motivation, the aim of this paper is to study the approaches that allow the identification of which parameters in the IOP set are significant or not. Different approaches can be considered, and among them it is possible to mention: PCA – *Principal Component Analysis* and statistical tests, in which each parameter can be separately verified or verified as a set of parameters. In this case, a set of parameters is simultaneously verified and the correlations between the selected parameters are implicitly taken into account. The mentioned approaches were implemented within existing camera calibration software, and the results of the analysis obtained for the calibration of one digital frame camera, considering different sets of parameters, are discussed, showing that the use of complementary approaches is relevant.

---

### 1 INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

A calibração de câmaras é um processo fundamental em Fotogrametria, uma vez que permite a estimativa dos POI – Parâmetros de Orientação Interior de cada câmara, com os seus respectivos desvios-padrão, valores estes que serão usados em todas as etapas subsequentes do processo fotogramétrico. A qualidade dos produtos fotogramétricos, como ortoimagens, modelos digitais de terreno e vetores restituídos, depende da acurácia na determinação dos POI.

O conjunto de parâmetros utilizados para a OI pode mudar, dependendo da câmara em uso. Devido ao uso crescente de câmaras digitais de quadro em aplicações métricas, é importante estudar qual conjunto de POI é mais adequado a cada uma das câmaras.

Neste sentido, é relevante que se tenha disponível nos aplicativos destinados à calibração de câmaras, elementos que permitam ao usuário realizar a análise da significância dos parâmetros, baseando-se em um ou mais critérios. Como exemplo pode-se mencionar a aplicação de testes estatísticos para parâmetros isolados ou conjunto de parâmetros; a análise da magnitude de cada

componente do modelo de distorção no plano imagem; a análise das correlações entre os parâmetros; a análise baseada em componentes principais (PCA – *Principal Component Analysis*), dentre outras abordagens.

Pode-se observar na literatura que em alguns aplicativos destinados a calibração e/ou triangulação são utilizados diferentes testes, como por exemplo no programa BLUH (*Bundle block adjustment Leibniz University Hannover*) (JACOBSEN, 1998), sendo o problema de correlação entre parâmetros tratado em Clarke, Wang e Fryer (1998), por exemplo e o uso da técnica PCA discutida em Silva (2004).

A partir desta motivação, o objetivo central deste trabalho consiste em estudar os procedimentos e algoritmos que permitem a identificação da significância dos POI, tanto individualmente quanto em conjunto, implementar alguns destes algoritmos e fazer a análise com dados reais.

## 2 MODELO FUNCIONAL BÁSICO UTILIZADO NA MODELAGEM DOS POI

O modelo funcional básico utilizado é fundamentado nas conhecidas equações de colinearidade, com parâmetros adicionais. Para um determinado ponto p do espaço imagem, estas equações podem ser escritas, na forma compacta, por:

$$\begin{aligned} x' &= x_0 + \Delta x - f \frac{\bar{m}_1 \times (\bar{X} - \bar{X}_{cp})}{\bar{m}_3 \times (\bar{X} - \bar{X}_{cp})}, \\ y' &= y_0 + \Delta y - f \frac{\bar{m}_2 \times (\bar{X} - \bar{X}_{cp})}{\bar{m}_3 \times (\bar{X} - \bar{X}_{cp})} \end{aligned} \quad (1)$$

onde (x',y') corresponde à posição de p num sistema equivalente ao sistema fiducial, para o caso de câmara sem marcas fiduciais (no referencial do sensor); (x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>) é a posição do ponto principal (pp) em relação a este referencial do sensor; (Δx, Δy) corresponde ao modelo de distorção adotado para a câmara; f é a constante da câmara;  $\bar{m}_1, \bar{m}_2, \bar{m}_3$  são linhas da matriz de rotação  $M = [\bar{m}_1 \ \bar{m}_2 \ \bar{m}_3]^t$  e  $\bar{X} - \bar{X}_{cp}$  é um vetor que liga o centro perspectivo da câmara (X<sub>cp</sub>, Y<sub>cp</sub>, Z<sub>cp</sub>) e o ponto no espaço objeto situado em (X, Y, Z), ou seja,  $\bar{X} - \bar{X}_{cp} = [X - X_{cp} \ Y - Y_{cp} \ Z - Z_{cp}]^t$ .

Ao considerar (x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>)=(0,0) e (Δx, Δy)=(0, 0) têm-se um caso ideal onde não estão incluídos o deslocamento do pp e as distorções provocadas pelo sistema de lentes, tais como a distorção radial simétrica (k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>, k<sub>3</sub>), a distorção descentrada (P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>) e os parâmetros de afinidade (A, B). Deste modo, incluindo estes componentes no modelo de erro pode-se escrever

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}, \quad (2)$$

com

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta x_r \\ \delta y_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta x_d \\ \delta y_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta x_a \\ \delta y_a \end{bmatrix}, \quad (3)$$

sendo (x, y) a posição do ponto imagem no sistema fotogramétrico e compensado das distorções. Mais detalhes sobre os sistemas de referência podem ser obtidos em Galo, Tommaselli e Hasegawa (2005) e sobre os modelos utilizados na modelagem das distorções as seguintes referências são sugeridas: Moniwa (1972), Merchant (1979), Lugnani (1987), Andrade e Olivas (1981), Mitshita e Olivas (2001) e Andrade (2003).

Deste modo, ao considerar as Equações 2 e 3 e cada uma das parcelas, pode-se avaliar quais parâmetros do conjunto (x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>, k<sub>3</sub>, P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, A, B) são significativos ou não.

## 3 ANÁLISE DA MAGNITUDE DOS PARÂMETROS DE OI

Ao obter um conjunto de parâmetros a partir de um ajustamento pelo MMQ, com a respectiva matriz MVC destes parâmetros, uma análise rápida pode ser feita considerando a magnitude de um determinado parâmetro e o seu respectivo desvio-padrão. Caso o parâmetro estimado seja menor que o desvio-padrão, este parâmetro pode ser removido do modelo e o processamento refeito, como brevemente discutido em Chandler, Fryer e Jack (2005). Este é um procedimento simples de realizar e, no entanto, ele considera o parâmetro e o respectivo desvio-padrão, mas não o efeito deste parâmetro no plano imagem ou nas coordenadas medidas, que pode ser relevante.

Outra possibilidade de avaliação da significância dos parâmetros de orientação interior (OI), ou de um conjunto deles, é a análise da magnitude deste parâmetro (ou do conjunto) em comparação com a magnitude da distorção, considerando todos os parâmetros envolvidos no modelo, bem como a magnitude do erro observacional. No caso de considerar todos os parâmetros, a magnitude resultante, para um determinado ponto (x', y'), pode ser calculada por:

$$I_{x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, P_1, P_2, A, B} = \sqrt{\delta x_r^2 + \delta x_d^2 + \delta x_a^2 + \delta y_r^2 + \delta y_d^2 + \delta y_a^2}. \quad (4)$$

No caso específico da influência da distorção radial simétrica, a magnitude pode ser obtida por:

$$I_{k_1, k_2, k_3} = \sqrt{\delta x_r^2 + \delta y_r^2} = k_1 r^3 + k_2 r^5 + k_3 r^7. \quad (5)$$

De modo análogo, as magnitudes da distorção descentrada e de afinidade, podem ser expressas por:

$$I_{P_1, P_2} = \sqrt{\delta x_d^2 + \delta y_d^2}, \quad (6)$$

com

$$\delta x_d = P_1 (r^2 + 2(x' - x_0)^2) + 2P_2 (x' - x_0)(y' - y_0) \quad (7)$$

$$\delta y_d = P_2 (r^2 + 2(y' - y_0)^2) + 2P_1 (x' - x_0)(y' - y_0)$$

e

$$I_{A, B} = \sqrt{\delta x_a^2 + \delta y_b^2} = (A^2 + B^2)(x' - x_0). \quad (8)$$

Na Equação 6 foi considerado o modelo de afinidade utilizado por Moniwa (1972) e adaptado para o caso de câmaras CCD por Tommaselli e Tozzi (1990) e Galo (1993). Caso seja utilizado o modelo apresentado em Habib e Morgan (2003, 2005) para esta distorção, a magnitude correspondente pode ser estimada por:

$$I_{A_1, A_2} = \sqrt{A_1^2(x' - x_0)^2 - 2A_1A_2(x' - x_0)(y' - y_0) + (A_1^2 + A_2^2)(y' - y_0)^2}, \quad (9)$$

na qual  $A_1$  e  $A_2$  são parâmetros de afinidade para este modelo.

A partir das Equações 4 a 9 podem ser estimadas as magnitudes de cada uma das distorções, considerando os respectivos modelos, bem como a magnitude relativa entre elas, podendo-se analisar a influência relativa de cada modelo.

Uma vez detectados os parâmetros de distorção que exercem a menor e a maior influência, pode-se considerar como termo de comparação o desvio-padrão na medida das coordenadas no espaço imagem ( $\sigma_{xy}$ ). Deste modo, se para um determinado modelo de distorção  $M$ , a máxima magnitude ( $\delta_{MAX_M}$ ) for inferior ao valor de  $\sigma_{xy}$ , pode-se considerar que o efeito provocado por  $M$  não é significativo, indicando que a magnitude se aproxima do erro randômico associado à medição das coordenadas no espaço imagem. Este é um critério que pode ser utilizado e pode ser sintetizado por:

$$\delta_{MAX_M} < \sigma_{xy} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{O efeito da "distorção"} \\ \text{provocada por } M \text{ não é} \\ \text{significativo para o sensor} \\ \text{analisado.} \end{array}$$

#### 4 ANÁLISE DA SIGNIFICÂNCIA POR PARÂMETRO E POR GRUPO DE PARÂMETROS

Na Seção 3 foi mostrado o procedimento para a análise da significância, considerando a magnitude das distorções. Outra possibilidade é a aplicação de testes de hipótese em cada um dos componentes do modelo. Este procedimento é apresentado de forma detalhada por Zhong (1997) para o caso da análise de graus de polinômios mais adequado na interpolação de alturas elipsoidais a partir de pontos de referência obtidos por GPS.

Os testes descritos por Zhong (1997) também são apresentados por Camargo (1999) e, neste caso, este procedimento é utilizado para a seleção de parâmetros incorporados na modelagem regional da ionosfera, parâmetros estes que são estimados a partir de observáveis obtidas por GPS.

Na seqüência é apresentado o procedimento para a realização dos testes, que é baseado na distribuição F, sendo utilizado para a avaliação da significância de um parâmetro genérico  $x_i$ , com  $x_i \in \{\vec{X}_a\}$ , obtido a partir do ajustamento pelo MMQ. Uma vez que, após o ajustamento, têm-se tanto o vetor  $\vec{X}_a$  quanto a MVC dos parâmetros ajustados ( $\Sigma_{\vec{X}_a}$ ), a variância  $\sigma_{x_i}^2$  de cada

parâmetro  $x_i$  é conhecida. A partir destas informações, as seguintes hipóteses podem ser formuladas (ZHONG, 1997; CAMARGO, 1999):

$$\text{Hipóteses} \begin{cases} \text{Básica} & H_0 : x_i = 0 \\ \text{Alternativa} & H_1 : x_i \neq 0 \end{cases} \quad (10)$$

Estabelecidas as hipóteses  $H_0$  e  $H_1$ , a estatística F para o parâmetro  $x_i$  pode ser calculada por:

$$F_{x_i} = \frac{X_i^2}{\sigma_{x_i}^2} \sim \tilde{F}_{1, gl} \quad (11)$$

Deste modo, assumindo que o número de graus de liberdade seja  $gl$  e que o nível de significância seja  $\alpha$ , a hipótese básica será validada se a seguinte igualdade for verdadeira:

$$F_{x_i} < F_{(1-\alpha, 1, gl)} \quad (12)$$

Neste caso, uma vez que a hipótese básica não é rejeitada, o parâmetro analisado pode ser considerado como não significativo e pode ser eliminado do modelo. Este processo pode ser repetido para outros parâmetros, de modo seqüencial, até que apenas os parâmetros significativos façam parte do modelo funcional.

#### 4.1 Análise da significância para um conjunto de parâmetros

O teste apresentado na seção anterior permite a análise isolada de qualquer um dos parâmetros presentes no modelo funcional, ou de um conjunto de parâmetros. Como exemplo de aplicação pode-se citar os parâmetros da distorção descentrada ( $P_1$  e  $P_2$ ) que podem ser descritos pela Equação 7.

No caso deste modelo, especificamente, este tipo de análise é interessante, uma vez que o modelo não é um polinômio, ou uma série, como em outros modelos matemáticos e, portanto, não faz sentido incluir apenas um deles na solução.

Para formalizar esta análise, e os testes que devem ser aplicados, de acordo com a formulação apresentada por Zhong (1997), considera-se que a análise será aplicada em um grupo de  $p$  parâmetros do vetor  $\{\vec{X}_a\}$ , iniciando a partir de um parâmetro genérico  $j$ , ou seja,

$$\vec{x}_{j, j+p-1} = [x_j \quad x_{j+1} \quad \dots \quad x_{j+p-1}]^t, \quad (13)$$

com  $\vec{x}_{j, j+p-1} \in \{\vec{X}_a\}$ .

Para este caso, as seguintes hipóteses podem ser formuladas:

$$\text{Hipóteses} \begin{cases} \text{Básica} & H_0 : \vec{x}_{j, j+p-1} = 0_{px1} \\ \text{Alternativa} & H_1 : \vec{x}_{j, j+p-1} \neq 0_{px1} \end{cases} \quad (14)$$

A partir dos parâmetros estimados e de sua matriz cofatora, a estatística F pode ser calculada por

$$F = \frac{\bar{x}_{j,j+p-1}^t Q_{j,j+p-1}^{-1} \bar{x}_{j,j+p-1}}{p \hat{\sigma}_0^2}, \quad (15)$$

onde  $Q_{j,j+p-1}$  é a matriz cofatora do vetor  $\bar{x}_{j,j+p-1}$  e  $\hat{\sigma}_0^2$  é a variância da unidade de peso a *posteriori*. Uma vez que a matriz de covariância dos parâmetros ajustados se relaciona com a matriz cofatora dos parâmetros ajustados por  $\Sigma_{j,j+p-1} = \hat{\sigma}_0^2 Q_{j,j+p-1}$ , a inversa da matriz cofatora pode ser calculada por  $Q_{j,j+p-1}^{-1} = \hat{\sigma}_0^{-2} \Sigma_{j,j+p-1}^{-1}$ , que substituída na Equação 10 resulta

$$F = \frac{\bar{x}_{j,j+p-1}^t \Sigma_{j,j+p-1}^{-1} \bar{x}_{j,j+p-1}}{p}. \quad (16)$$

Se o valor de F estimado pela Equação 16 satisfazer a igualdade:

$$F < F_{(1-\alpha, p, gl)}, \quad (17)$$

para um nível de significância  $\alpha$ , a hipótese básica não poderá ser rejeitada, ou seja, o conjunto de parâmetros  $\bar{X}_{j,j+p-1}$  pode ser considerado como não significativo para o modelo.

#### 4.2 Particularização da análise para vetores 2D

Assumindo que se deseja calcular o valor de F para os parâmetros  $P_1$  e  $P_2$ , pode-se escrever o vetor  $\{\bar{X}_a\}$ , e a respectiva matriz de covariância por:

$$\bar{x}_{P_1 P_2} = [P_1 \ P_2]^t \quad \Sigma_{P_1 P_2} = \begin{bmatrix} \sigma_{P_1}^2 & \sigma_{P_1 P_2} \\ \sigma_{P_1 P_2} & \sigma_{P_2}^2 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Aplicando os elementos disponíveis no vetor e na matriz de covariância mostrados em 18, na Equação 11, e fazendo as simplificações, obtém-se:

$$F_{P_1 P_2} = \frac{P_1^2 \sigma_{P_2}^2 - 2P_1 P_2 \sigma_{P_1 P_2} + P_2^2 \sigma_{P_1}^2}{2(\sigma_{P_1}^2 \sigma_{P_2}^2 - \sigma_{P_1 P_2}^2)}. \quad (19)$$

De modo análogo ao mostrado para o vetor de parâmetros  $[P_1 \ P_2]^t$ , as estatísticas amostrais F para os grupos de parâmetros  $[x_0 \ y_0]^t$ ,  $[k_1 \ k_2]^t$ ,  $[A \ B]^t$  e  $[A_1 \ A_2]^t$  podem ser calculadas.

Para o caso da análise de conjuntos com mais de 2 parâmetros, como por exemplo para os 3 parâmetros da distorção radial simétrica, onde se têm os parâmetros estimados e a respectiva MVC dados por:

$$\bar{x}_{k_1 k_2 k_3} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \Sigma_{k_1 k_2 k_3} = \begin{bmatrix} \sigma_{k_1}^2 & \sigma_{k_1 k_2} & \sigma_{k_1 k_3} \\ & \sigma_{k_2}^2 & \sigma_{k_2 k_3} \\ \text{Simétrica} & & \sigma_{k_3}^2 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

o desenvolvimento a partir da Equação 16 é análogo.

## 5 COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO

O problema de elevadas correlações entre alguns parâmetros de OI e OE na calibração de câmaras é clássico em Fotogrametria. Alguns métodos de campo foram desenvolvidos com o objetivo de reduzir as correlações, como descrito em Merchant (1979), Andrade e Olivias (1981) e Andrade (2003), por exemplo.

A análise da correlação é relevante, uma vez que problemas relacionados à estabilidade do sistema de equações normais no ajustamento pelo MMQ – Método dos Mínimos Quadrados podem estar relacionados às elevadas correlações entre parâmetros, que podem resultar em sistemas mal condicionados, afetando o ajustamento e, por conseqüência, os parâmetros estimados.

Deste modo, uma vez obtida a matriz de covariância após o ajustamento pelo MMQ, a matriz dos coeficientes de correlação ( $\rho$ ) entre os p parâmetros pode ser calculada por:

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1p} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{p1} & \rho_{p2} & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

na qual a correlação entre os parâmetros i e j pode ser obtida por

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}, \quad \text{com} \quad -1 \leq \rho_{ij} \leq 1, \quad (24)$$

com  $\sigma_i$  e  $\sigma_j$  sendo o desvio-padrão dos parâmetros i e j, respectivamente.

Como mencionado, este tipo de análise é relevante e outro tipo de análise, ainda relacionado ao Coeficiente de Correlação, se baseia no Coeficiente de Correlação Total ou Global que é uma medida da quantidade total de correlação entre uma variável e todas as demais (LELLOUCH, 2008). Como exemplo de aplicativo que utiliza o Coeficiente de Correlação Global pode-se mencionar o programa BLUH 3 (JACOBSEN, 1998).

## 6 PCA – ANÁLISE POR COMPONENTES PRINCIPAIS

A análise por componentes principais, ou PCA (*Principal Component Analysis*) é uma alternativa que pode ser considerada neste tipo de análise, como tratado em Silva (2004), por exemplo. Esta técnica é utilizada em inúmeras aplicações e de acordo com Johnson e Wichern (1992) a PCA pode ser usada com dois propósitos gerais: redução dos dados e interpretação. A aplicação na redução de dados é comum em Sensoriamento Remoto, de modo que apenas as bandas espectrais mais significativas, ou que armazenam a maior parte das informações de interesse dos alvos sejam utilizadas, otimizando o processamento dos dados, na medida em que o volume de dados a ser processado é reduzido.

De modo simplificado, assumindo que se têm disponível a Matriz de Covariâncias  $\Sigma_{\bar{X}_a}$  associada ao vetor  $\bar{X}_a$ , composto por p variáveis aleatórias, com a matriz  $\Sigma_{\bar{X}_a}$  tendo os pares autovalor - autovetor dados por  $(\lambda_1, \bar{e}_1), \dots, (\lambda_p, \bar{e}_p)$  com  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ , os componentes principais podem ser determinados. Deste modo, o i-ésimo componente principal ( $Y_i$ ) pode ser escrito por:

$$Y_i = \bar{e}_i^T \bar{X} = e_{1i} X_1 + e_{2i} X_2 + e_{3i} X_3 + \dots + e_{pi} X_p, \quad (25)$$

com  $i \in \{1, 2, \dots, p\}$ , possuindo as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y_i) &= \lambda_i \\ \text{Cov}(Y_i, Y_k) &= 0 \quad \text{para } i \neq k \end{aligned} \quad (26)$$

A partir destas propriedades, conforme prova apresentada em Johnson e Wichern (1992, p. 358), pode-se observar que as componentes principais possuem variâncias iguais aos autovalores ( $\lambda_i$ ) da Matriz de Covariância e são não correlacionadas.

Estas propriedades são fundamentais e permitem interpretar as componentes principais como uma transformação geométrica que descorrelaciona as variáveis iniciais disponíveis, sendo útil na redução da dimensionalidade, a partir da análise da contribuição ( $C_{\lambda_k}$ ) de cada uma das p componentes originais por:

$$C_{\lambda_k} = \frac{\lambda_k}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_p}. \quad (27)$$

Como mencionado, neste tipo de análise são necessários os pares autovalor-autovetor, que podem ser obtidos de diversas formas, sendo uma técnica bastante utilizada a decomposição em valores singulares ou SVD (*Singular Value Decomposition*), como pode ser visto em Press et al (1992, p. 59) e Ma et al (2006, p. 458), por exemplo.

## 7 EXPERIMENTOS

### 7.1 Implementações realizadas

O procedimento descrito nas Seções 3, 4 e 5 foi implementado no aplicativo CC, de calibração de câmaras (GALO, 1993), permitindo que a análise da significância dos parâmetros fosse realizada de modo individual e em conjunto. No caso da análise para grupos de parâmetros, os seguintes conjuntos foram considerados:  $(x_0, y_0)$ ,  $(P_1, P_2)$ ,  $(k_1, k_2)$ ,  $(k_1, k_2, k_3)$  e  $(A, B)$ , dependendo da opção de parâmetros feita pelo usuário.

Além destas implementações no aplicativo já existente, foi desenvolvido um aplicativo independente, denominado SVD.EXE, que permite a análise por PCA, a partir do vetor dos parâmetros de OI ajustados e da matriz de covariância resultante do programa de calibração.

A partir do resultado da análise global do ajustamento, usando o teste  $\chi^2$  unilateral (GEMAEL, 1994), e dos testes relacionados à significância dos parâmetros, bem como a partir da matriz dos coeficientes de correlação, e da análise por PCA, pode-se fazer a análise de quais parâmetros são recomendados, como discutido na seqüência.

### 7.2 Câmara utilizada e coleta de dados

Nos experimentos apresentados foram utilizadas imagens adquiridas pela câmara digital Sony Cyber-Shot DSC-R1/CMOS, com quadro composto por 3888 (h) x 2592 (v) pixels. A dimensão real do quadro é 21,5 x 14,4 mm (Figura 1), sendo a dimensão real do pixel igual a 5,5 x 5,5  $\mu\text{m}$ . A dimensão do pixel equivalente a um quadro padrão 35 mm (36 mm x 24 mm) é da ordem de 9 x 9  $\mu\text{m}$ . A câmara Sony Cyber-Shot DSC-R1/CMOS possui objetiva Carl Zeiss com distância focal equivalente de 24 – 120 mm.

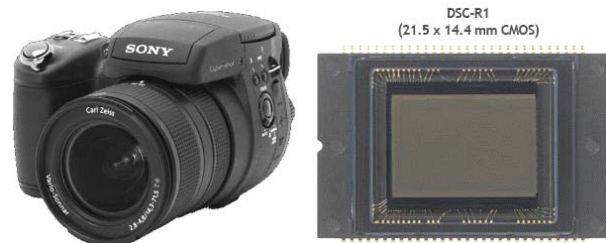


Figura 1 – Câmara digital Sony Cyber-Shot DSC-R1 (Esq.) e dimensão do quadro de sensores do tipo CMOS (Dir.). Adaptado de <http://www.dpreview.com>.

Na Figura 2 são apresentadas amostras reduzidas das 10 imagens utilizadas no processamento. Estas imagens foram adquiridas no Campo de Calibração de Câmaras da UNESP/FCT.

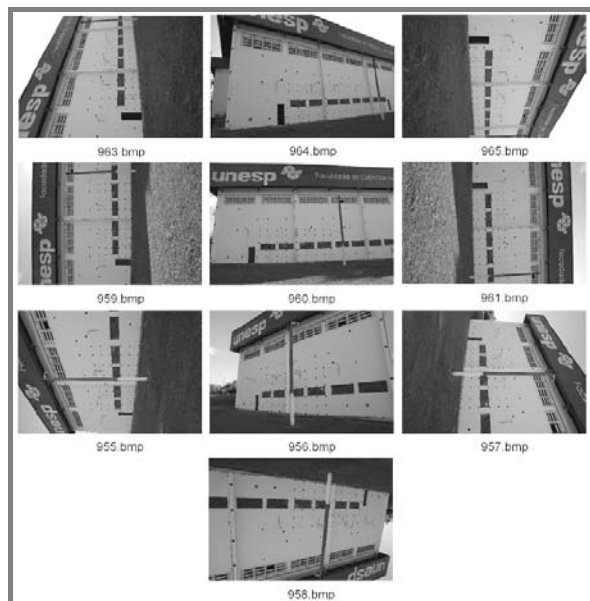


Figura 2 – Bloco de imagens adquiridas com a câmara Sony DSC R1/CMOS.

Os pontos observados nas 10 imagens foram medidos com qualidade sub-píxel, usando os aplicativos MID (REISS, 2002) e PMon\_Interior (desenvolvido por J. K. Hasegawa). Na Figura 3 são mostrados os 796 pontos imagem medidos em todas as imagens.

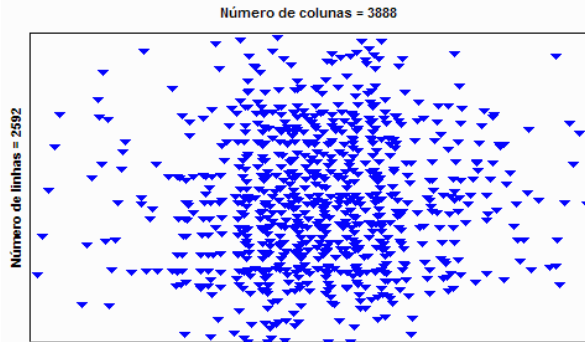


Figura 3 – Pontos medidos nas 10 imagens.

### 7.3 Auto-calibração com diferentes conjuntos de POI

Inicialmente foi realizado o processamento com todos os parâmetros de OI disponíveis no aplicativo CC, ou seja:  $f$ ,  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $A$  e  $B$ . Neste processamento foi realizada a auto-calibração, na qual foi utilizado um mínimo de informações do espaço objeto, sendo aplicadas 7 injunções necessárias para definir o referencial: posição e orientação de uma das câmaras e uma distância medida no espaço objeto. Esta distância foi medida diretamente com um paquímetro PANTEC de 2000mm / 80”, com leitura direta da ordem de 0,020mm.

Além destas injunções foi fornecido um ponto do espaço objeto, com coordenadas (X,Y,Z) aproximadas e desvios-padrão de  $\sigma_x = \sigma_y = 2m$  e  $\sigma_z = 1m$ . Este ponto serve apenas para que se tenha uma coordenada Z aproximada, que é útil na determinação das coordenadas aproximadas dos demais pontos do bloco, usando o modelo de colinearidade inverso, a partir das coordenadas medidas na imagem e dos parâmetros de OE aproximados.

A Tabela 1 mostra um resumo dos resultados obtidos neste processamento, bem como em outros dois, nos quais foram usados os mesmos dados e mais dois conjuntos de POI.

Observando os resultados da Tabela 1 percebe-se que dos 3 processamentos, o terceiro não passou no teste  $\chi^2$  unilateral, indicando que este conjunto de parâmetros não é adequado a esta câmara. Esta afirmação é feita considerando-se que os ajustamentos foram realizados com os mesmos parâmetros (aproximados, desvios-padrão das observações, limite de convergência, etc) e que os erros grosseiros foram eliminados. Pode-se observar também que as magnitudes de alguns parâmetros são da mesma ordem de grandeza que os desvios-padrão dos próprios parâmetros ( $P_2$ , por exemplo).

Tabela 1 – POI para diferentes opções de processamento na auto-calibração.

Parâmetros	Processamento com diferentes opções		
	Opção 1	Opção 2	Opção 3
$f$ (mm)	24,6371 ±0,0043	24,6475 ±0,0043	24,5502 ±0,0012
$x_0$ (mm)	0,0731 ±0,0018	0,0733 ±0,0018	0,0080 ±0,0039
$y_0$ (mm)	0,0155 ±0,0024	0,0140 ±0,0025	-0,0084 ±0,0046
$k_1$ (mm <sup>-2</sup> )	-,1638262E-03 ±0,1187E-05	-,1709335E-03 ±,6834E-06	-,1125366E-03 ±0,9174E-06
$k_2$ (mm <sup>-4</sup> )	0,1278598E-06 ±0,8444E-08	0,1851463E-06 ±0,1923E-08	-
$k_3$ (mm <sup>-6</sup> )	0,1226744E-09 ±0,1795E-10	-	-
$P_1$ (mm <sup>-1</sup> )	0,2699449E-04 ±0,1177E-05	0,2684000E-04 ±0,1212E-05	-
$P_2$ (mm <sup>-1</sup> )	-,3598858E-05 ±0,1167E-05	-,3682399E-05 ±0,1212E-05	-
A	0,1593497E-03 ±0,2507E-04	-	-
B	0,1046472E-03 ±0,2503E-04	-	-
1-*, gl	90%, 1274	90%, 1277	90%, 1280
QQamostral	157,04	169,96	1490,04
QQtabelado	1339,10	1342,18	1345,26
Teste aceito?	S	S	N

### 7.4 Análise da significância considerando diferentes critérios

Ao fazer a análise da significância do processamento apresentado na seção anterior, pode-se observar que os testes indicam que os parâmetros são significantes em termos estatísticos, como mostram os resultados do Quadro 1.

SIGNIFICÂNCIA DOS PARÂMETROS DE CALIBRAÇÃO (Análise parâmetro a parâmetro)										
Nível de confiança (1 - Alfa)	- 90,0%									
Graus de liberdade (Teste F)	- 1 e 1274									
F tabelado	- 2,71									
c:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,3230E+08									
x0:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,1628E+04									
y0:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,4099E+02									
k1:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,1905E+05									
k2:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,2293E+03									
k3:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,4672E+02									
P1:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,5262E+03									
P2:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,9511E+01									
A:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,4039E+02									
B:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,1748E+02									
SIGNIFICÂNCIA DOS PARÂMETROS DE OI (Para grupos de parâmetros)										
Nível de confiança (1 - Alfa)	- 90,0%									
Graus de liberdade (Teste F)	- 2 e 1274									
F tabelado	- 2,31									
x0 y0:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,8259E+03									
P1 P2:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,2719E+03									
A B:	<-- [Par. significativo] F calc. = 0,2927E+02									
Nível de confiança (1 - Alfa)	- 90,0%									
Graus de liberdade (Teste F)	- 3 e 1274									
F tabelado	- 2,09									
K1 K2 K3:	<-- [Par. Signif.] F calc. = 0,4647E+05									
COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO PARA OS PARÂMETROS DE OI										
	$f$	$x_0$	$y_0$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$P_1$	$P_2$	A	B
1,00										
0,08	1,00									
0,10	0,03	1,00								
-,27	0,03	0,09	1,00							
0,30	-,02	-,08	-,91	1,00						
-,26	0,03	0,09	0,82	-,97	1,00					
0,13	0,75	0,08	0,01	-,01	-,01	1,00				
0,06	0,08	0,75	0,14	-,05	0,03	0,04	1,00			
-,14	-,03	0,02	0,13	-,09	0,07	0,00	0,00	1,00		
0,05	-,02	-,03	-,09	0,09	-,09	0,05	-,03	-,01	1,00	

Quadro 1 - Resultados da análise da significância na auto-calibração das 10 imagens, bem como os coeficientes de correlação entre os POI.



Neste quadro também é possível ver algumas correlações entre alguns dos POI. Considerando as correlações com magnitude  $|\rho| \geq 0,75$ , pode-se notar correlações negativas entre  $k_1$  e  $k_2$ ,  $k_2$  e  $k_3$  e positivas entre  $k_1$  e  $k_3$ ,  $x_0$  e  $P_1$  e entre  $y_0$  e  $P_2$ . Estes comportamentos são esperados, como também observaram Clarke, Wang e Fryer (1998).

Uma outra análise que pode ser realizada se refere à contribuição de cada componente no modelo. Na Figura 4 é possível ver o efeito das magnitudes da distorção radial simétrica, da distorção descentrada e da componente afim.

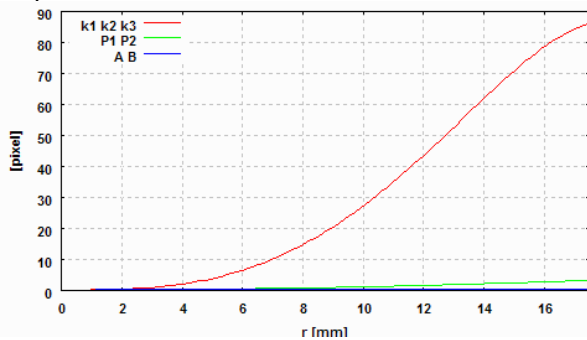


Figura 4 – Magnitudes das distorções: radial simétrica, descentrada e afim.

Como é possível notar pela Figura 4, o efeito da distorção radial simétrica é mais significativo que todas as demais distorções, para esta câmara. Na figura seguinte pode-se observar o comportamento após o agrupamento seqüencial de cada parâmetro.

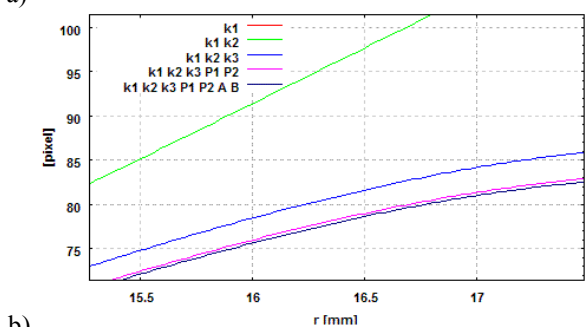
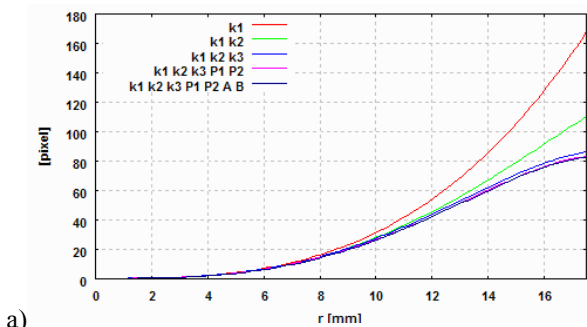


Figura 5 – Magnitude das distorções para diferentes POI (a) e ampliação de parte das curvas (b).

A influência dos parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$ , em relação aos demais, pode ser percebida a partir da Figura 4. Na Figura 5 a influência acumulativa é mostrada, podendo-se notar que dependendo do erro observacional considerado, alguns efeitos podem ser excluídos, sem prejuízo (por isso é mostrada a Figura 5b). Na verdade, ao considerar esta hipótese de eliminação de alguns parâmetros, o ajustamento deve ser refeito, devendo-se observar novamente os aspectos discutidos.

Até este ponto a análise levou em conta apenas os parâmetros e sua influência no modelo, não sendo realizada a verificação da acurácia usando informações externas, como por exemplo, pontos de controle ou distâncias. Com este objetivo foi realizado o controle de qualidade dos processamentos apresentados na Tabela 1, tendo como referência 56 distâncias medidas diretamente no espaço objeto com o paquímetro de precisão. Deste modo, foi possível calcular o EMQ das distâncias obtidas na auto-calibração, como sintetiza a Tabela 2.

Tabela 2 – Análise do EMQ nas distâncias calculadas após auto-calibração usando diferentes POI.

Estatísticas	Parâmetros utilizados		
	$f, x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, P_1, P_2, A, B$	$f, x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, P_1, P_2$	$f, x_0, y_0, k_1$
$\overline{\Delta d}$ (mm)	0,684	0,741	5,551
$\sigma_{\Delta d}$ (mm)	$\pm 0,905$	$\pm 0,885$	$\pm 2,295$
EMQ $\Delta d$ (mm)	1,128	1,149	5,999
n (distâncias analisadas)	56	56	56
Número de injunções de distância	1	1	1
Número de pontos de apoio	1	1	1

A partir da Tabela 2 pode-se notar que, das soluções mostradas, a solução com menor EMQ é aquela na qual os parâmetros  $k_3$ , A e B não foram incluídos.

### 7.5 Análise por componentes principais

A Matriz de Covariância do ajustamento com todos os POI foi utilizada na análise por PCA, tendo sido obtido o resultado mostrado na Figura 6. Na abscissa desta figura são mostradas as componentes principais, ordenadas de modo decrescente.

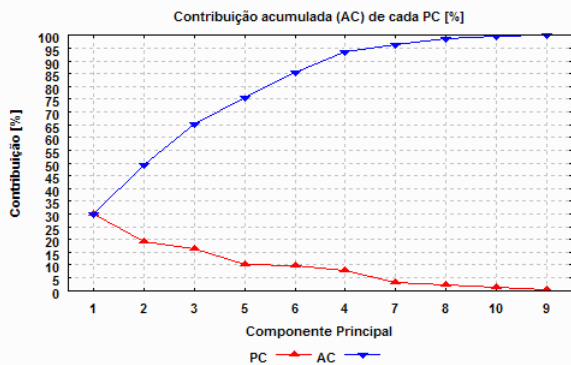


Figura 6 – Contribuição de cada componente principal (PC) e contribuição acumulada (AC).

A partir do resultado deste processamento pode-se perceber que as duas componentes mais significativas são responsáveis por 49,2% da informação e as duas menos significativas por 1,38% da informação, indicando que ao desprezar os dois componentes menos significativos, 98,62% da informação é preservada.

Na análise por PCA, a redução dos dados é conseguida pela eliminação dos componentes não significativos, sendo usado não o conjunto original dos dados, mas apenas as componentes significativas. No caso do problema tratado neste trabalho a idéia não é usar uma transformação dos POI, mas sim um subconjunto deles. Um modo de avaliar se um (ou mais) POI pode ser excluído, pode ser feito verificando se existe alguma variável do modelo original que tem uma influência significativa nas componentes principais e que possa ser excluída (porque traz pouca informação). Com este propósito é mostrada a Figura 7, na qual a abscissa representa as componentes principais e, para cada uma delas, a correlação com cada um dos POI.

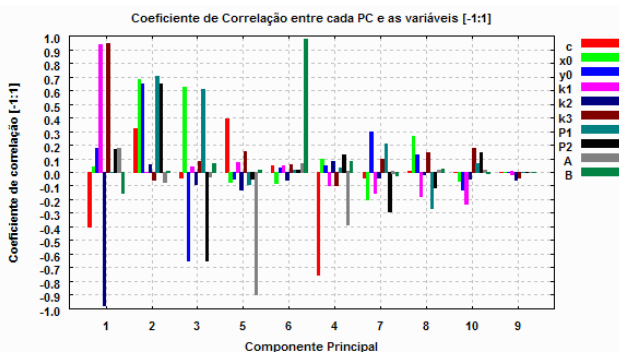


Figura 7 – Coeficientes de correlação entre as componentes principais e cada uma das variáveis.

Uma vez definido um limiar de contribuição, e considerando que as duas últimas componentes possam ser excluídas, não existe nenhuma das variáveis (os POI) que tenha uma forte contribuição apenas nestas componentes. Deste modo, por este critério nenhuma das variáveis deve ser excluída.

Como se pode ver, dependendo do critério e do procedimento adotado, nenhum dos POI pode ser

excluído do modelo. No entanto, considerando as diferentes possibilidades de interpretação e os diferentes aspectos envolvidos no problema tratado, o mais adequado é realizar uma análise integrada, na qual sejam considerados diferentes aspectos, como por exemplo:

- Analisar com maior cuidado cada parâmetro cuja magnitude do desvio-padrão seja equivalente à magnitude do próprio parâmetro. Embora o parâmetro em si seja desprezível, deve-se avaliar a sua influência no modelo e na projeção para o espaço imagem;
- Considerar no modelo os POI nos quais o efeito no plano imagem não seja desprezível, face ao método de medição das feições no plano imagem;
- No caso da análise estatística, considerar o procedimento baseado no teste de um conjunto de parâmetros, que leva em contas as covariâncias e correlações, ao invés apenas da análise de forma isolada;
- Quando possível, evitar parâmetros que modelam efeitos semelhantes ou que tenham elevada correlação.

## 8 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram discutidos alguns aspectos que podem ser levados em conta na análise de quais dos POI – Parâmetros de Orientação Interior são significativos na solução da calibração de câmaras digitais.

Na medida em que diversos são os modelos que podem ser utilizados na modelagem dos erros sistemáticos e na diversidade de câmaras digitais disponíveis, é relevante um procedimento que contribua para a escolha dos parâmetros que são mais significativos para uma determinada câmara.

Com este propósito, testes estatísticos foram implementados em um aplicativo específico para a calibração de câmaras, de modo que a análise individual e para grupos de parâmetros, possa ser realizada. Além disso, um aplicativo específico para a realização da análise por componentes principal foi desenvolvido.

Com base nos experimentos e procedimentos descritos pode-se observar que o ideal para este tipo de análise é que diferentes aspectos sejam observados e levados em conta. Dentre eles pode-se mencionar: após a análise da magnitude de um parâmetro isolado deve ser feito cálculo da influência deste parâmetro no espaço imagem, verificando se o efeito é compatível com o que se espera para os erros randômicos cometidos no processo de medição; nas análises estatísticas recomenda-se fazer a avaliação dos conjuntos de parâmetros e não apenas os parâmetros de forma isolada e; no caso do uso da técnica PCA, avaliar as correlações entre as componentes principais e as correlações com os POI, na tentativa de identificar a não significância de alguns dos POI.



## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo apoio ao Projeto APQ – 481047/2004-2, Edital Universal CNPq nº 019/2004; à Prof(a). Dr(a). Vilma Mayumi Tachibana do Departamento de Matemática, Estatística e Computação da UNESP/FCT pelo apoio e discussão de alguns aspectos teóricos; ao engenheiro José Marcato Júnior e ao Eng. Cart. e doutorando do PPGCC Roberto da Silva Ruy.

## REFERÊNCIAS

- ANDRADE, J. B. de. **Fotogrametria**, SBEE, Curitiba PR, 274p., 2003.
- ANDRADE, J. B. de, OLIVAS, M. A. de A. Calibração de Câmaras Aerofotogramétricas. **Boletim da Universidade Federal do Pará**. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba PR, No. 26, 39p., 1981.
- CAMARGO, P. O. **Modelo regional da ionosfera para o uso em posicionamento com receptores GPS de uma frequência**. 1999. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba.
- CHANDLER, J. H.; FRYER, J. G.; JACK, A. Metric capabilities of low-cost digital cameras for close range surface measurement. In.: **The Photogrammetric Record**, 20(109), p. 12–26, March, 2005.
- CLARKE, T. A.; WANG, X.; FRYER, J.G. The principal point and CCD cameras. In.: **The Photogrammetric Record**, 16(92), p. 293–312, October, 1998.
- GALO, M.; TOMMASELLI, A. M. G.; HASEGAWA, J. K. Calibração de uma câmara digital multiespectral com três sensores CCD. In: **Anais do XXII Congresso Brasileiro de Cartografia**, Macaé RJ. 2005. p. 1-9.
- GALO, M., 1993. **Calibração e aplicação de câmaras digitais**. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR, 151p.
- GEMAEL, C. **Introdução ao Ajustamento de Observações: aplicações Geodésicas**. Curitiba: Editora da Universidade Federal do Paraná, 319p., 1994.
- HABIB, A.; MORGAN, M. Small format digital cameras for mapping applications: calibration and stability analysis. In: Mitishita, Edson Aparecido. (Org.). **Série em Ciências Geodésicas – Novos Desenvolvimentos em Ciências Geodésicas** - 2003. Curitiba, 2003, v. 3, p. 3-25. ISBN: 85-88783-04-05.
- HABIB, A.; MORGAN, M. Stability analysis and geometric calibration of off-the-shelf digital cameras. In: **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, Vol. 71, No. 6, June, pp. 733-741, 2005.
- JACOBSEN, K. Geometric calibration of space remote sensing cameras for efficient processing. In: **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, Vol. XXXII, Part 1, pp. 33-43, 1998.
- JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. **Applied multivariate statistical analysis**. New Jersey: Prentice Hall, 1992. 642p. ISBN 0-13-041773-4
- LELLOUCH, D. **Data Analysis - Distributions of Several Variables - Error Propagation (2)**. Disponível em <www.weizmann.ac.il/home/fhlellou/course/data\_anal/>, 2008. Acesso: Jul. 2008.
- LUGNANI, J. B.. **Introdução à fototriangulação**. Curitiba PR, 134p., 1987.
- MA, Y.; SOATTO, S.; KOŠECHÁ, J.; SASTRY, S. S. **An invitation to 3-D vision - - From images to geometric models**. New York: Springer, 2006. 526p. ISBN 0-387-00893-4
- MERCHANT, D. C. **Analytical photogrammetry - theory and practice, Part I**. The Ohio State University, Dept. of Geodetic Science, 1979.
- MITISHITA, E. A.; OLIVAS, M. A. A. Calibração de câmaras aerofotogramétricas a partir de aerofotos digitalizadas. In: **Boletim de Ciências Geodésicas**, Curitiba, v. 7, nº 1, p.64-76, 2001.
- MITISHITA; E. A.; BARBOSA, F. P. Verificação da estabilidade geométrica dos parâmetros de calibração uma câmara digital não métrica de pequeno formato Sony DSC-F717. In: **Série em Ciências Geodésicas**. Curitiba, 2003, v. 3.
- MONIWA, H. **Analytical camera calibration for close-range photogrammetry**. Thesis, New Brunswick, Master of Science, University of New Brunswick, 104p., 1972.
- PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical recipes in C – The art of Scientific Computing**, Second Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1992. 994p. ISBN 0-521-43108-5
- REISS, M. L. **Restituição fotogramétrica flexível de imagens à curta distância: estudo de métodos e desenvolvimento de protótipo**. Dissertação (Mestrado em Ciências artográficas) – Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2002.
- SILVA, D. C. da Seleção de parâmetros adicionais na calibração de câmaras com o uso de componentes principais. In.: **I SIMGEO - I Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação**, UFPE - Universidade Federal de Pernambuco, CTG - Centro de Tecnologia e Geociências da UFPE, 1-6 de setembro, 2004. Anais em CDROM.
- TOMMASELLI, A. M. G.; TOZZI, C. L. Técnicas de calibração de câmaras em visão computacional. **Jornada EPUSP/IEEE em Computação Visual**, Dezembro, 1990.
- ZHONG, D. Robust estimation and optimal selection of polynomial parameters for the interpolation of GPS geoid heights. **Journal of Geodesy**, Berlin, n. 71, p. 552-561. 1997.