

APLICAÇÃO DA KRIGAGEM ORDINÁRIA NA INFERÊNCIA ESPACIAL DE PLANTAS AQUÁTICAS SUBMERSAS

¹ANA PAULA DA SILVA MARQUES

¹JOSÉ MARCATO JUNIOR

²NILTON NOBUHIRO IMAI

³VILMA MAYUMI TACHIBANA

UNESP – Univ. Estadual Paulista

¹Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas – PPGCC
Rua Roberto Simonsen, 305, 19060-900 Presidente Prudente, SP

²Departamento de Cartografia

marques.engcart;jrmarcato@gmail.com

nimai;vilma@fct.unesp.br

RESUMO – Neste trabalho aplicou-se a Krigagem ordinária sobre dois conjuntos amostrais, transecto denso e suave, para a interpolação de duas superfícies que representam a distribuição espacial da altura de plantas aquáticas submersas. Objetivou-se avaliar qual superfície melhor representa a distribuição da altura dessas plantas. A área de estudo é um trecho do rio Tietê, no município de Barbosa/SP. A Krigagem ordinária foi aplicada, pois a análise de tendência apontou que ambos os transectos apresentaram estacionariedade a partir de uma determinada distância entre os pares de pontos, o que caracterizou conjuntos não tendenciosos. Ao analisar a continuidade espacial, por meio dos semivariogramas omnidirecionais, verificou-se, em ambas as amostras, uma maior continuidade em determinada direção, evidenciando a ocorrência de anisotropia. O modelo teórico gaussiano foi o que apresentou melhor ajuste aos transectos. A REMQ (Raiz do Erro Médio Quadrático), nas alturas dos pontos de verificação, possibilitou constatar que a superfície estimada, com base no transecto denso, apresenta um erro 61,5% menor quando comparada à superfície ajustada por meio do transecto suave. Conclui-se, que a amostra densa é a que apresenta maior proximidade com os dados reais e que melhor descreve o modelo estimado para determinar a altura das plantas submersas no trecho estudado.

ABSTRACT – The aim of this work was to apply the ordinary Kriging above two sample sets (dense and smooth transects) in order to interpolate two adjusted surfaces that represent the spatial distribution of submerged aquatic plants. The study area is located in a section of Tietê River at Barbosa/SP. The ordinary Kriging was used because the tendency analysis showed that both transects presented stationarity from a determined distance between the pairs of points. The spatial continuity analysis through the omnidirectional semivariograms revealed the occurrence of anisotropy. Experiments showed that Gaussian theoretical model better represents both transects. The Root Mean Square Error (RMSE) in the heights of the check points showed that the surface estimated through the dense transect presented an error 61.5% less in comparison to the surface adjusted from the smooth transect. In conclusion, the dense sample set better represents the height of the submerged aquatic plants along the studied area at Tietê River.

1 INTRODUÇÃO

A investigação sobre o comportamento e a distribuição espacial das plantas aquáticas submersas não é recente, e um dos interesses está em determinar um controle adequado e efetivo para os vários tipos de vegetação que se proliferam ao longo dos corpos d'água.

Para inferir a existência e outras características das plantas submersas vários trabalhos têm sido desenvolvidos no intuito de combinar aparelhos de sonar, tais como o ecobatímetro, e diferentes métodos de inferência espacial para a geração de superfícies

interpoladas que descrevam continuamente os atributos (altura, profundidade, etc.) do fenômeno de interesse (ROTTA, 2011).

A interpolação consiste em um processo de utilização de pontos amostrados para aproximar superfícies de ajuste, as quais, a partir da representação contínua do fenômeno possibilitam uma manipulação conveniente e eficiente dos modelos matemáticos por meio de algoritmos de análise. Nesse contexto, são necessárias funções que realizem a conversão das observações pontuais em superfícies contínuas, de maneira que os pontos da superfície são estimados a

partir de um conjunto amostrado de entrada (DENT, 1999; SLOCUM, 1999).

Dentre as várias possibilidades de interpoladores têm-se aquelas apresentadas pela geoestatística, tais como a krigagem. Um tipo característico de interpolação por krigagem é a chamada krigagem ordinária, a qual trabalha com variáveis regionalizadas que tenham um comportamento estacionário. Assim, os valores estimados, bem como sua covariância espacial, não possuem uma variação sistemática, mas são caracterizados por apresentar uma mesma probabilidade de ocorrência para toda a área analisada. Desse modo, na krigagem ordinária, assume-se que os valores na região de interesse não apresentam tendência que possam afetar os resultados (LANDIM; STURARO; MONTEIRO, 2002).

Em aplicações ambientais, a krigagem desempenha papel fundamental, pois além de possibilitar a elaboração de cartas a partir de dados irregularmente espaçados, parte do princípio de que um ponto localizado no espaço é mais semelhante aos pontos que estão ao seu entorno comparado aos pontos mais afastados. Isto, portanto, pressupõe a existência de correlação entre os elementos amostrados, sendo necessário identificar até onde espacialmente esta correlação é significativa (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

Nesse sentido, o trabalho tem como objetivo aplicar a krigagem ordinária sobre dois conjuntos

amostrais denominados transectos denso e suave, para a geração de superfícies de ajuste que representem a distribuição contínua da altura de plantas aquáticas submersas. Pretende-se comparar as superfícies interpoladas com base na REMQ (Raiz do Erro Médio Quadrático) e verificar se há algum indicativo de qualidade quanto às estimativas geradas por cada conjunto de elementos.

Pretende-se ainda classificar, pelo método de *Jenks*, a superfície krigada de melhor resultado, com a finalidade de agrupar os dados quantitativos em classes e favorecer a análise visual sobre a carta temática do tipo isarítmico resultante para a distribuição espacial das plantas na área em estudo.

2 INTERPOLAÇÃO DAS SUPERFÍCIES

Os dados usados nesse trabalho referem-se às informações de alturas de plantas aquáticas submersas, coletadas a partir de um sensor hidroacústico (ecobatímetro), em fevereiro de 2011, ao longo de um trecho do Rio Tietê localizado no município de Barbosa/SP (Figura 1).

Os dados foram adquiridos pela realização de dois transectos (Figura 2): denso (386 pontos) e suave (172 pontos). Transecto é o nome dado ao percurso realizado na amostragem dos pontos.

A interpolação dos conjuntos foi realizada em etapas distintas e independentes e os procedimentos estão descritos na Figura 3.

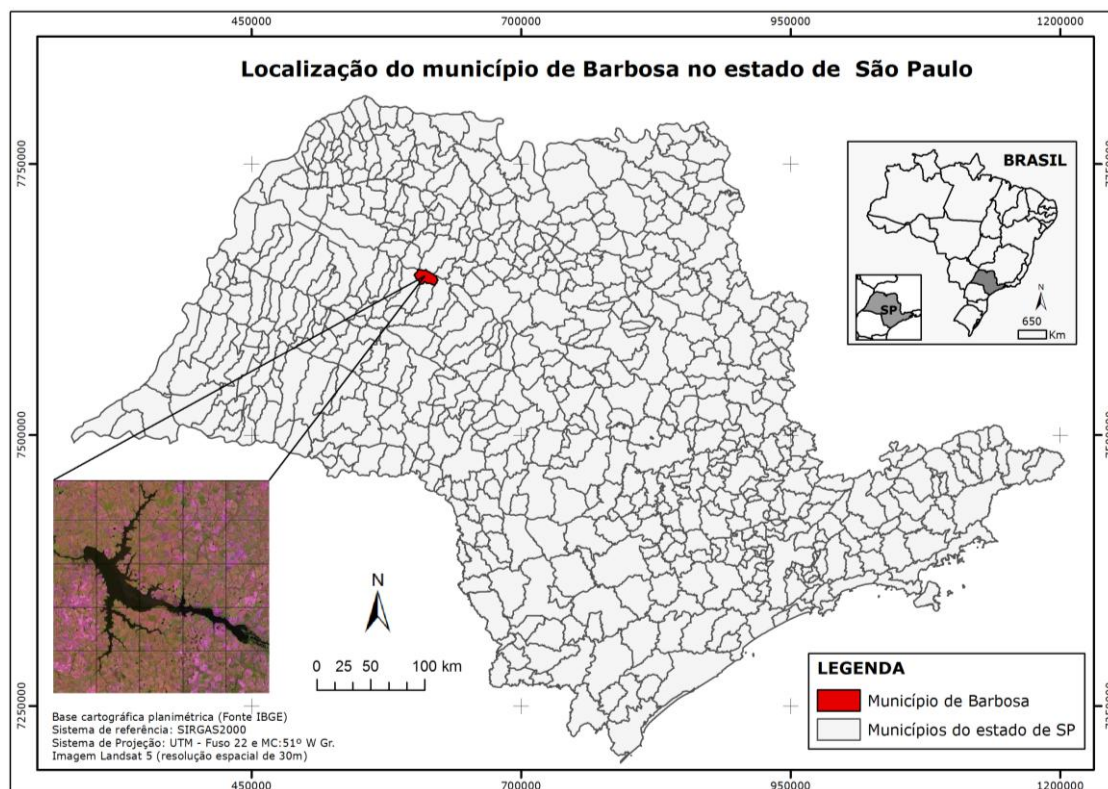


Figura 1 – Mapa de contextualização do município de Barbosa no estado de São Paulo.

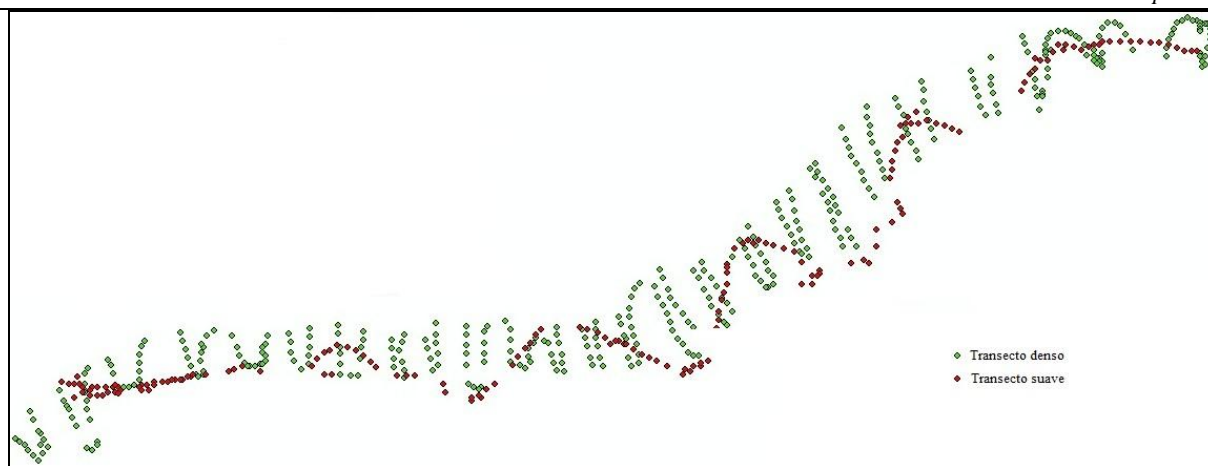


Figura 2 – Elementos amostrais do transecto denso (em verde) e suave (em vermelho).

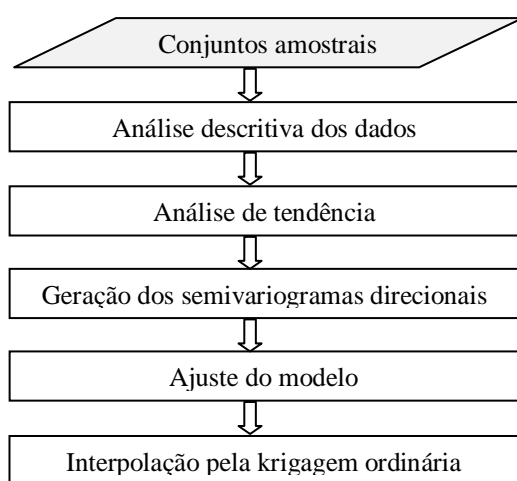


Figura 3 – Etapas para a interpolação por krigagem.

2.1 Análise descritiva dos conjuntos

A análise descritiva possibilita conhecer o comportamento dos dados. Determinou-se medidas

descritivas de locação (média, mediana, valor mínimo e máximo) e de dispersão (desvio-padrão e variância) da altura das plantas aquáticas submersas, variável de interesse deste estudo. Construiu-se o histograma de frequência com a aproximação da curva da normal e aplicou-se o teste de normalidade de Anderson-Darling, porque este aplica mais peso aos pontos das caudas da distribuição e, por conseguinte, caracteriza-se como um teste mais sensível na detecção da normalidade (UPTON; FINGLETON, 1985).

A análise estatística (Tabela 1) mostra que os conjuntos, denso e suave, apresentam pequena amplitude e no teste de normalidade verificou-se que a altura das plantas não tem distribuição normal, ou seja, os dados são assimétricos. Embora as amplitudes de variação sejam maiores que 1,5m, as medianas mostram que 50% das plantas têm altura inferior a 0,475m e 0,595m, respectivamente, no transecto denso e suave. Todavia, a krigagem pode ser aplicada normalmente, uma vez que esse método trabalha com dados sem normalidade.

Tabela 1 – Análise descritiva sobre a altura das plantas aquáticas realizada no *software* Minitab.

Transecto	Nº de elementos	Média	Valor Máximo(m)	Valor mínimo(m)	Desvio-Padrão(m)	Variância	Mediana
Denso	386	0,550	1,71	0,09	0,319	0,102	0,475
Suave	172	0,617	1,55	0,09	0,316	0,100	0,595

2.2 Análise de tendência

Uma exigência da krigagem ordinária é que os valores amostrados na região não apresentem tendência. Assim, uma etapa que antecede a interpolação por esse tipo de krigagem é avaliar se o conjunto de dados é ou não tendencioso (LANDIM, 2003).

A tendência pode ser identificada pela construção de um semivariograma omnidirecional, o qual apresenta direção angular 0° e tolerância de 90°. O semivariograma refere-se à representação quantitativa da variação de um fenômeno regionalizado e evidencia a estrutura espacial desse fenômeno (LANDIM; STURARO; MONTEIRO, 2002).

Isaaks e Srivastava (1989) apontam que o semivariograma mede o grau de dependência espacial entre os elementos amostrais e define parâmetros para a estimativa de valores em locais não amostrados.

Um termo importante apresentado é o de variável regionalizada. Matheron (1971) foi quem inicialmente o definiu considerando os aspectos aleatório e estruturado dos fenômenos que ocorriam no espaço. Aleatório, quando os valores medidos variam consideravelmente entre si, e, estruturado, quando segue alguma lei espacial. Assim, um valor possivelmente terá próximo de si valores similares, o que indica correlação entre os pares, não devendo ser estudados de maneira independente.

Em geral, na literatura, o termo adotado é variograma, contudo, Landim (2004) afirma que na prática utiliza-se o semivariograma, o qual equivale à metade do valor do variograma. Na Figura 4 tem-se o cálculo experimental para dois pares de pontos, em que $Z(x)$ representa a posição dos componentes $(x_1; y_1)$; $Z(x+h)$ o valor amostrado na posição $(x_2; y_2)$ e h , também chamado de lag, o vetor distância entre os pontos (CAMARGO; FUCKS; CÂMARA, 2004).

Observa-se, Figura 4 (à direita), que o semivariograma é formado por algumas grandezas:

alcance (a), o qual indica a partir de que distância os pares de pontos tornam-se independentes; efeito pepita (C_0), cujo representa o valor da função na origem, evidenciando a descontinuidade; patamar (C), o qual refere-se ao valor em que ocorre a estabilidade no campo aleatório e a contribuição (C_1), que reflete as diferenças espaciais entre os valores de uma variável analisada em dois pontos com distâncias sucessivamente maiores.

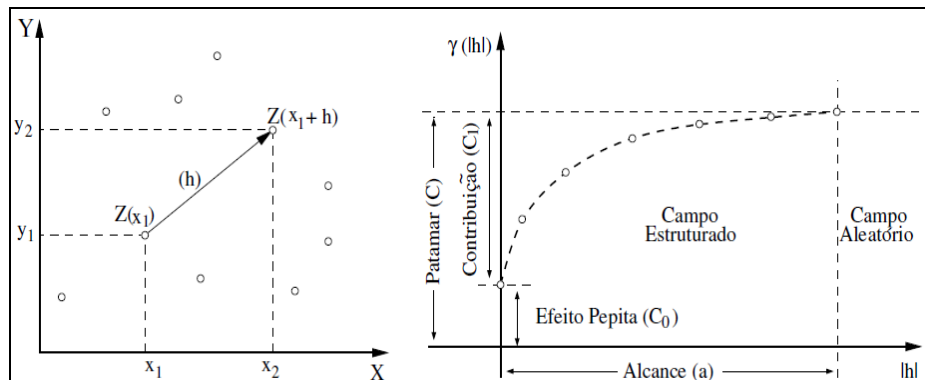


Figura 4 – Distribuição espacial das observações e componentes do semivariograma experimental.

Fonte: Camargo, Fucks e Câmara (2004).

Para $N(h)$ pares de observações separados pela distância h , o cálculo do semivariograma é dado pela Equação (1) (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989):

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (1)$$

Com base na construção dos semivariogramas omnidirecionais, a partir do software Surfer 8.0 (Figura 5), verificou-se que não existe tendência nos conjuntos

de dados. Isso porque, nota-se que as amostras entram em um estado de efeito aleatório ou em estacionariedade após determinada distância (lag) entre os pares de pontos, o que descaracteriza o comportamento tendencioso do conjunto.

Landim, Sturaro e Monteiro (2002) ressaltam que um fenômeno é estacionário quando, na região na qual se pretende fazer as estimativas, este é descrito como homogêneo dentro desse espaço.

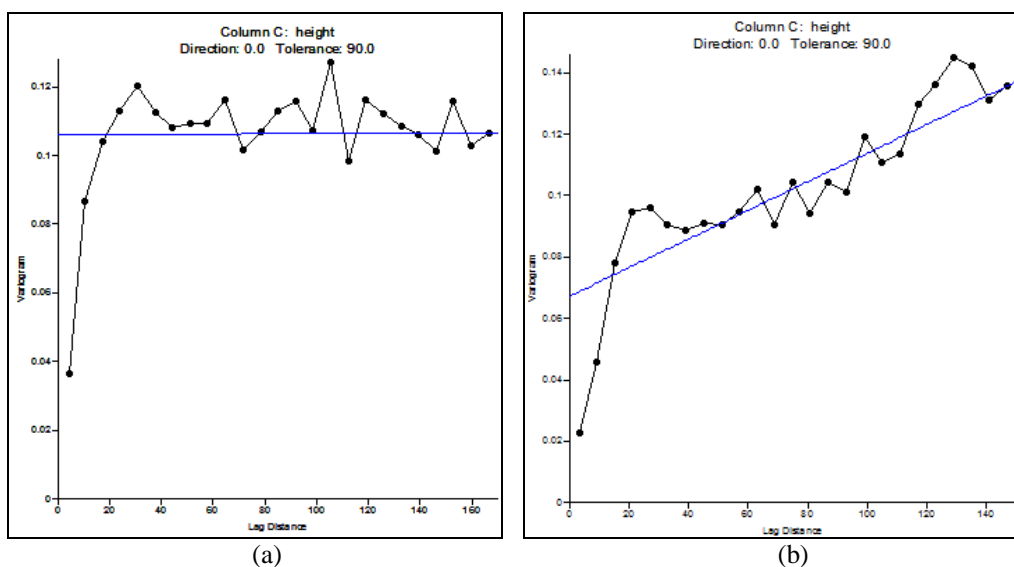


Figura 5 – Semivariograma omnidirecional.

Em (a) semivariograma omnidirecional para o transecto denso e, em (b), para o transecto suave.

Sendo assim, no transecto denso (Figura 5a), após a distância de lag de 35m as observações tornam-se independentes, isto é, não correlacionadas. Para o transecto suave esse efeito é observado para uma distância superior a 25m entre os pares de pontos. Tal comportamento indica que a krigagem ordinária pode ser aplicada diretamente sobre os conjuntos amostrais e não sobre os resíduos.

2.3 Geração dos semivariogramas direcionais

Para identificar se a continuidade espacial do fenômeno ocorre em algumas direções privilegiadas (caso de anisotropia) ou de maneira uniforme (caso de isotropia), geram-se os semivariogramas direcionais, e as direções frequentemente utilizadas são 0°, 45°, 90° e 135° com tolerância angular de 22,5° (LANDIM; STURARO; MONTEIRO, 2002).

Quando o alcance (anisotropia geométrica) ou o patamar (anisotropia zonal), ou ambos (anisotropia combinada), variam conforme a direção angular considerada tem-se um comportamento anisotrópico do conjunto. Em caso da variabilidade espacial ser invariante ocorre a isotropia (BETTINI, 2007).

Os semivariogramas direcionais foram construídos no *software* IDRISI Andes. Para o transecto denso, após várias tentativas experimentais, adotou-se a distância de lag de 5m e um número de lag

igual a 12. Isso equivale a dizer que um ponto terá sua altura estimada pela influência de todos os pontos situados até 60m de raio.

Para o transecto suave o espaçamento de lag também foi de 5m, porém o número de lag igual a nove, resultando em um raio de abrangência de 45m. Estas distâncias (60m e 45m) estão coerentes com os lags observados em ambos os semivariogramas omnidirecionais. No entanto, foi considerado um raio de abrangência maior para que não ocorresse a perda de informação oferecida pelos pontos distantes a mais de 35 e 25m respectivamente.

Quanto às direções, estas corresponderam a 50° e 140° com tolerância angular de 22,5°. A direção de 50° representa a direção de maior alcance e a 90° desta, ou seja, em 140° tem-se a direção de maior variabilidade, ou seja, de menor alcance.

Além disso, para cada transecto construiu-se os mapas variográficos e os semivariogramas omnidirecionais, em que estes foram sobrepostos aos direcionais para facilitar a avaliação do comportamento espacial dos conjuntos. Como mostram as Figuras 6 e 7 existe um comportamento anisotrópico dos transectos, o que reflete a necessidade de ajuste de um modelo para as direções de maior e menor alcance e, posterior, combinação destes em um único modelo, o qual seja capaz de representar a variabilidade espacial em todas as direções.

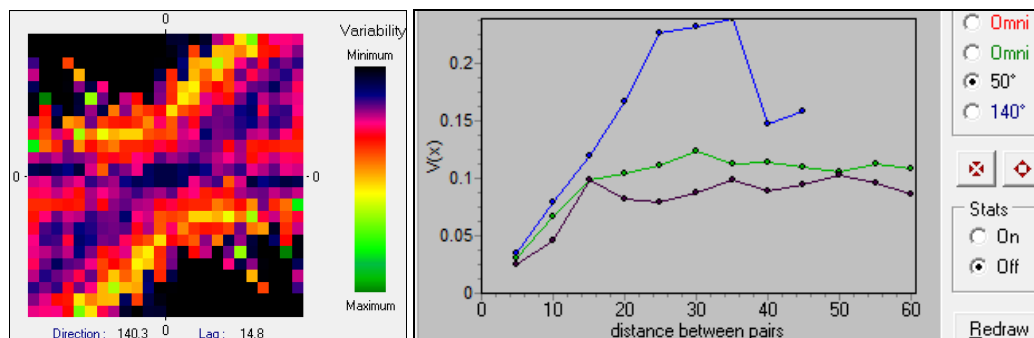


Figura 6 – Mapa variográfico (à esquerda) e semivariogramas omnidirecionais e direcionais para o transecto denso.

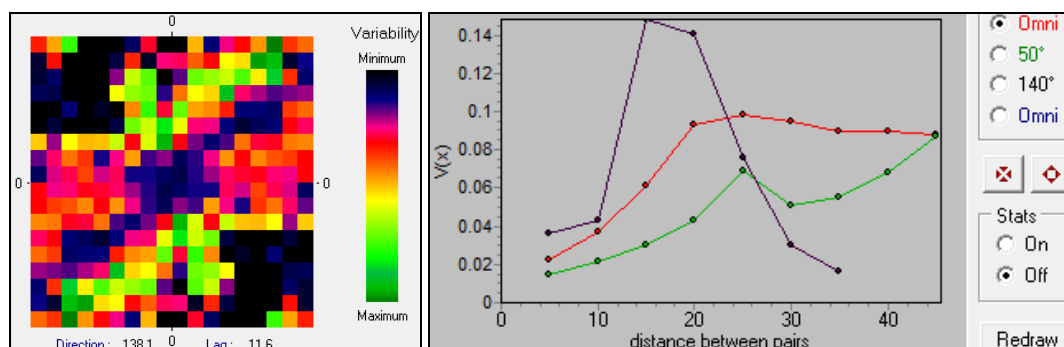


Figura 7 – Mapa variográfico (à esquerda) e semivariogramas omnidirecionais e direcionais para o transecto suave.

2.4 Ajuste do modelo

O ajuste do modelo é feito interativamente, manipulando-se os parâmetros (a , C e C_0) até que a função seja adequada. Isaaks e Srivastava (1989)

denominam estes modelos teóricos de transitivos, e dentre os principais têm-se o esférico, exponencial e gaussiano, bem como a possibilidade de combinação destes para representar as variações espaciais.

A manipulação direta dos parâmetros foi realizada no *software* IDRISI Andes e o modelo Gaussiano (Figura 8) foi o que melhor se ajustou aos dois transectos, cuja expressão está apresentada na

$$\hat{\gamma}(h) = \begin{cases} 0, & se |h| = 0 \\ C_0 + C_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{|h|}{a}\right) \right] = C_0 + C_1 \left[\frac{1 - \exp(-|h|/a)}{1 - \exp(-1/a)} \right], & se |h| \neq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Em que: $|h|$ é o módulo da distância entre os pares de pontos, a qual na forma normalizada pode ser calculado como mostra a Equação (3):

$$\left| \frac{h}{a} \right| = \sqrt{\left(\frac{h_{45^\circ}}{a} \right)^2 + \left(\frac{h_{135^\circ}}{a} \right)^2} \quad (3)$$

Equação (2). Vale ressaltar que para ambas as amostras o valor do efeito pepita foi próximo de zero, o que indica proximidade aos valores reais.

Os valores dos parâmetros estimados estão na Tabela 2. A Tabela 3 apresenta os modelos resultantes empregados na modelagem anisotrópica dos dois conjuntos. A partir desses parâmetros definidos para os modelos procede-se a interpolação pela krigagem.

Tabela 2 – Parâmetros ajustados para a modelagem anisotrópica dos transectos denso e suave.

Transecto	Direção	Modelo teórico	Efeito Pepita	Alcance	Patamar	Contribuição	Ângulo de anisotropia
Denso	50°	Gaussiano	0,022	23m	0,08	0,058	0,6
	140°			13m	0,27	0,248	
Suave	50°		0,013	24m	0,07	0,057	0,75
	140°			18m	0,22	0,207	

Tabela 3 – Modelo gaussiano combinado para as direções de maior (50°) e menor (140°) alcance.

Transecto	Anisotropia matemática
Denso	0,022000 Nug(0) + 0,04 Gau(23 50 0,60) + 0,1370396 Gau(13 140 0,60)
Suave	0,013000 Nug(0) + 0,03417416 Gau(24 50 0,75) + 0,108727 Gau(18 140 0,75)

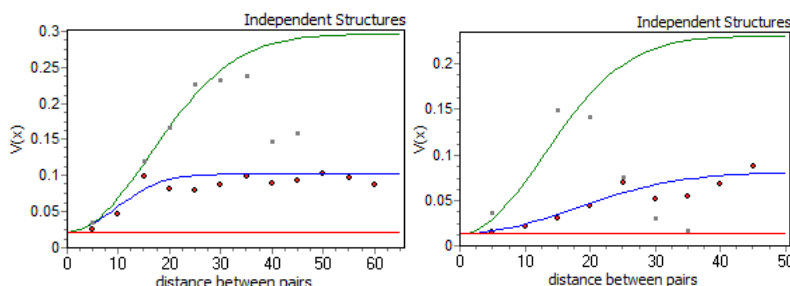


Figura 8 – Ajuste do modelo Gaussiano nas direções de 50° e 140°. Transecto denso (à esquerda) e suave (à direita).

2.5 Interpolação por krigagem ordinária

Antes de iniciar a krigagem dos dados no IDRISI Andes, uma etapa necessária é a elaboração de uma grade, a qual tem a função de limitar a área que envolverá a superfície de ajuste. A grade, ou também chamada de máscara, foi gerada no *software* Spring 5.1.7 no formato vetorial, convertida para *raster* (matriz) e, na sequência, exportada para imagem (.tiff).

A resolução adotada para a grade foi de 1m, a partir de testes experimentais e análises visuais. Essa resolução possibilitou a obtenção de uma superfície sem a característica de grande suavização, uma vez que quanto menor a resolução mais suavizada torna-se a interpolação.

A estratégia empregada na krigagem é semelhante à utilizada pelos métodos de interpolação

tradicionais, tais como média móvel, inverso da distância, triangulação e poligonação. Contudo, Bettini (2007) discute que a principal diferença está na maneira como se determinam os pesos para o cálculo do valor a ser interpolado.

Na krigagem os pesos são definidos com base na distância entre a observação e o ponto de interesse; na continuidade espacial e no arranjo geométrico do conjunto amostral. Assim, estimam-se as ponderações com base em uma análise espacial, a partir do semivariograma experimental (ISAACS; SRIVASTAVA,1989)

A krigagem do tipo ordinária consiste em uma forma de estimação linear para uma variável regionalizada, a qual não requer o conhecimento prévio da média e assume-se a hipótese de estacionariedade local (LANDIM, 2003). Na Equação (4) apresenta-se

tal estimador, em que $Z(x_i)$ são os dados experimentais; λ_i os ponderadores e n o número de elementos amostrais.

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \times Z(x_i) \quad (4)$$

Neste trabalho, a krigagem foi processada considerando-se o método de seleção das amostras por tamanho de raio. Para o transecto denso estabeleceu-se um raio de 50m e para o suave um raio de 80 m. Estes valores foram definidos com base em testes considerando diferentes raios: 10, 16 (padrão), 20, 24, 50, 80 e 100m. Isso porque, inicialmente, o intuito

concerniu em avaliar a influência da variação da vizinhança de busca, todavia a REMQ mostrou-se invariante com a alteração dos raios. Esse comportamento pode ser devido à grande densidade dos conjuntos amostrais, associado à pequena amplitude destes (Ver Tabela 1). Por essa razão, na estimativa de cada novo valor sempre haverá uma quantidade significativa de elementos, altamente correlacionados, o que dificulta evidenciar as possíveis alterações (suavizações) que podem ocorrer na interpolação para diferentes raios.

Os resultados da interpolação pela krigagem para os respectivos transectos estão apresentados nas Figuras 9 e 10.

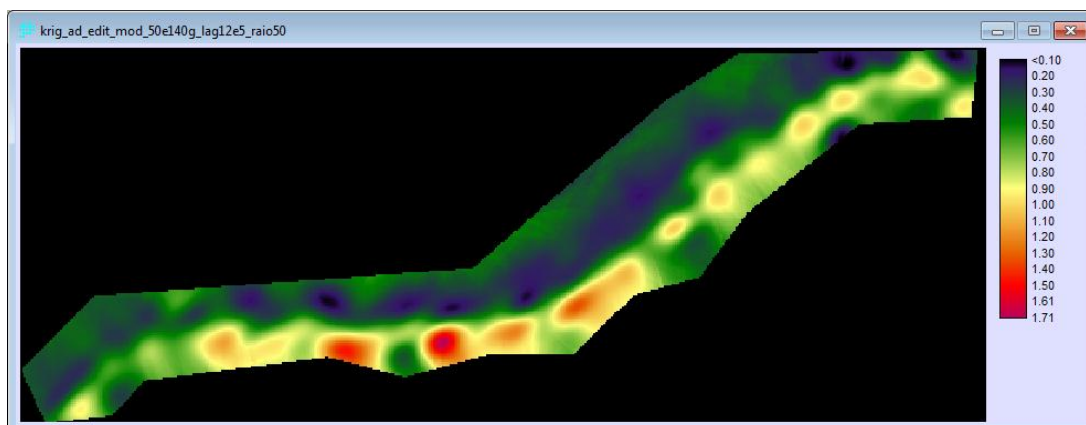


Figura 9 – Superfície de ajuste elaborada com base no transecto denso.

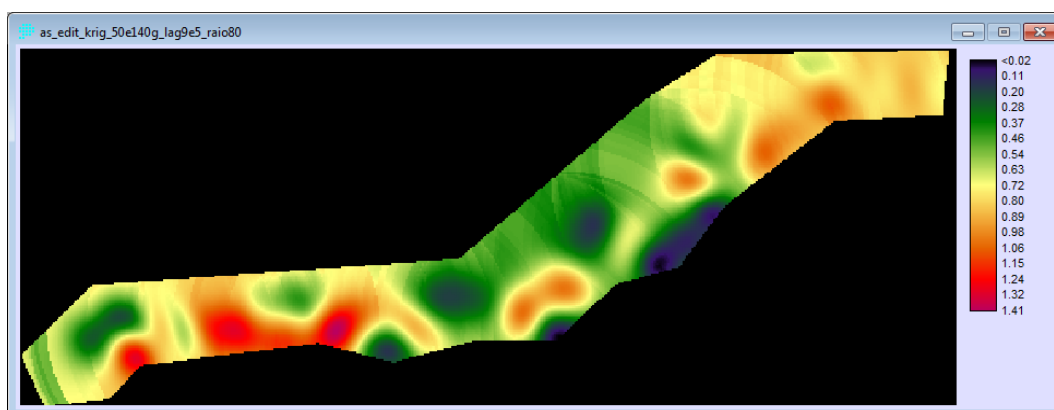


Figura 10 – Superfície de ajuste elaborada com base no transecto suave.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com a finalidade de avaliar qual o conjunto de pontos, transecto denso ou suave, melhor descreve a distribuição espacial das plantas aquáticas submersas, determinou-se a REMQ, Equação (5), a partir do valor amostrado em campo e o respectivo interpolado pela krigagem, em que n refere-se ao número de observações.

$$REMQ = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\text{altura}_{\text{amostra}} - \text{altura}_{\text{krigada}})^2} \quad (5)$$

Inicialmente, a REMQ foi estimada para todos os pontos que participaram do ajuste dos modelos e, em seguida, somente para os pontos independentes de verificação.

Os pontos de verificação selecionados para o transecto denso foram aqueles que compunham a amostra suave, no total de 172 pontos. Enquanto que para o transecto suave, utilizou-se como elementos de verificação o conjunto amostral denso com 386 pontos. As Tabelas 4 e 5 apresentam os resultados obtidos.

Tabela 4 – REMQ para os pontos que participaram do ajuste dos modelos.

Transecto	Raiz do EMQ (metros)
Denso (386 pontos)	0,106
Suave (172 pontos)	0,103
Diferença da raiz da REMQ entre cada amostra	0,003
Percentual de aumento do erro em relação à amostra densa	$(0,003/0,106)*100\% = 2,83\%$

Tabela 5 – REMQ para os pontos de verificação.

Transecto	Raiz do EMQ (metros)
Denso (172 pontos de verificação)	0,219424
Suave (386 pontos de verificação)	0,354472
Diferença da raiz do REMQ entre cada amostra	0,135048
Percentual de aumento do erro em relação à amostra densa	$(0,135048/0,219424)*100\% = 61,5\%$

Nota-se (Tabela 4) que ambos os modelos são equivalentes na análise sobre todos os pontos ajustados. Em termos percentuais a discrepância inferior a 3% pode ser classificada como inexpressiva, pois o conjunto denso possui aproximadamente o dobro de elementos comparado ao transecto suave.

Ao avaliar a REMQ para os pontos de verificação, constata-se alta dissimilaridade entre os modelos (Tabela 5). A superfície ajustada pela transecto denso é melhor na ordem de 61,5% comparada à superfície descrita pelo transecto suave. Isso aponta que o transecto denso é o conjunto amostral que descreve com mais proximidade da realidade a distribuição espacial das plantas aquáticas submersas.

Para possibilitar uma análise visual quantitativa sobre a área interpolada, fez-se a classificação da superfície de menor erro, pelo método de *Jenks*, o que resultou em uma carta temática isaritmica (Figura 11). Adotou-se este método porque as classes são definidas com base na semelhança entre as observações (DENT, 1999; SLOCUM, 1999).

A carta simbolizou 10 classes de representação, número esse definido pelo método de *Sturges*, Equação (6), em que k é o número de classes e N o de observações (DECANINI, 2003).

$$K = 1 + 3,33 \log N \quad (6)$$

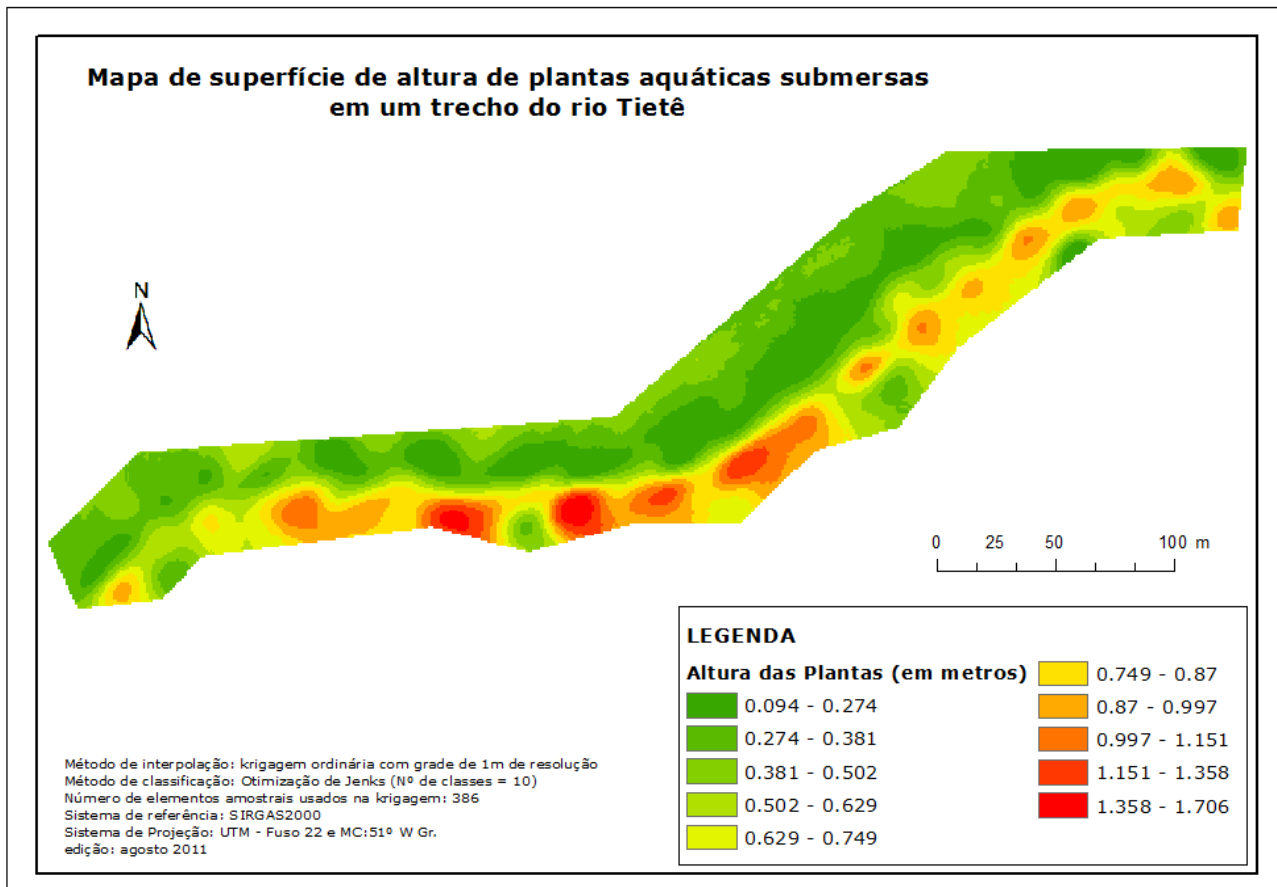


Figura 11 – Carta temática elaborada para a superfície de ajuste utilizando o transecto denso.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise de tendência, por intermédio dos semivariogramas omnidirecionais, permitiu identificar que ambos os transectos apresentaram estacionariedade a partir de determinada distância entre os pares de pontos, o que reflete a não observância de tendência nos dados e, por conseguinte, a possibilidade de aplicação da krigagem ordinária diretamente sobre os dados coletados em campo.

Os mapas variográficos evidenciaram uma forte dependência espacial entre as informações de alturas das plantas, bem como uma direção de maior continuidade, a qual pôde ser percebida juntamente pela geração e sobreposição dos semivariogramas direcionais e omnidirecionais, refletindo um caráter anisotrópico para os transectos.

A análise estatística, com base no cálculo da REMQ, permitiu averiguar o desempenho dos modelos estimados, o que revelou duas situações distintas. Inicialmente os modelos foram similares, em relação aos pontos que entraram no ajuste de ambos, sendo a diferença menor que 3%. Todavia, a análise a partir dos pontos de verificação evidenciou que o transecto denso é mais adequado na caracterização da superfície de ajuste das alturas das plantas em quase 62%.

A produção da carta temática, pelo método de classificação de *Jenks*, mostrou-se um recurso relevante para favorecer a análise visual da distribuição da altura das plantas aquáticas.

Quanto à interpolação pela krigagem ordinária, pode-se pontuar alguns aspectos referentes à espacialidade dos dados como: a disposição dos elementos na área, a proximidade entre eles e a quantidade de amostras, a qual pode influenciar diretamente na definição dos parâmetros da modelagem.

Observou-se, ainda, que a grade de 1m de resolução foi condizente para a obtenção de uma representação sem grande suavização, porém, recomenda-se utilizar uma malha com espaçamento menor no intuito de averiguar possíveis melhorias na estimativa das superfícies.

Para trabalhos futuros, recomenda-se a aplicação da inferência *fuzzy* como outra possibilidade de classificação para as superfícies krigadas. Para tanto, sugere-se a definição da variável linguística “Altura”, adotando-se os valores “Alta”, “Média” e “Baixa” para caracterizar a altura das plantas aquáticas.

Outra recomendação é realizar uma análise de agrupamento para detectar grupos entre as observações, de maneira que a krigagem seja aplicada sobre os *clusters* formados, e que, a posteriori, seja realizada uma comparação com os resultados obtidos nesse trabalho.

REFERÊNCIAS

BETTINI, C. **Conceitos básicos de geoestatística**. In: MEIRELLES, M. S. P.; CÂMARA, G.; ALMEIDA, C.

M. (Ed.). **Geomática: modelos e aplicações ambientais**. cap. 4. Brasília: Embrapa, 2007.

CAMARGO, E. C. G.; FUCKS, S. D.; CÂMARA, G. **Análise espacial de superfícies**. Brasília: Embrapa, 2004.

DECANINI, M. M. S. **Cartografia Temática: métodos de classificação dos dados geográficos quantitativos**. Notas de aula, UNESP/FCT, Presidente Prudente – SP, 2003.

DENT, B. **Cartography thematic map design**. 5. ed. WCB McGraw-Hill, 1999.

ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **An introduction to applied geostatistics**. New York: Oxford University Press, 1989.

LANDIM, P. M. B. **Introdução à análise variográfica com o variowin: lab. geomatemática**. Rio Claro: DGA, IGCE, UNESP, 2004.

LANDIM, P. M. B. **Análise estatística de dados geológicos**. 2. ed. São Paulo: Unesp, 2003.

LANDIM, P. M. B.; STURARO, J. R.; MONTEIRO, R. C. **Krigagem ordinária para situações com tendência regionalizada**. Rio Claro: DGA, IGCE, UNESP, 2002.

MATHERON, G. **The theory of regionalized variables**. Paris: École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1971. (Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleu, 5).

ROTTA, L. H. S. **Inferência espacial para mapeamento de macrófitas submersas – caso de estudo**. (Dissertação de mestrado). Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT/UNESP). 2011.

SLOCUM, T. A. **Thematic cartography and visualization**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999.

UPTON, G.J.G., FINGLETON, B. **Spatial data analysis by example – volume I – point pattern and quantitative data**. Chichester: John Wiley & sons, 1985.