DETERMINAÇÃO DA CONFIABILIDADE INTERNA E EXTERNA NO PROCESSO DE ROBUSTEZ DE REDES GEODÉSICAS

EMERSON PEREIRA CAVALHERI

JOÃO CARLOS CHAVES

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP
Faculdade de Ciências e Tecnologia - FCT
Curso de Graduação em Engenharia Cartográfica
ermimlp@hotmail.com
Departamento de Cartografia, SP
jcchaves@fct.unesp

RESUMO – Atualmente a necessidade de coordenadas confiáveis tem sido um dos principais objetivos da comunidade científica e prática. Desta forma, a análise de robustez de uma rede geodésica, tem como objetivos analisar com base nos erros máximos não detectados, se a rede é "robusta" ou não. A rede será robusta se a influência destes erros for pequena, caso contrário é "fraca", ou seja, "não robusta". Esta análise se faz com a fusão de duas rigorosas técnicas estatísticas, as técnicas de confiabilidade e de análise geométrica de deformações. A análise de confiabilidade fornecerá o erro máximo que não pode ser detectado por testes após o ajustamento. Após encontrar esses erros, a análise geométrica de deformações determinará o potencial de deformação que essa rede terá com base nestes erros. Ressalta-se ainda que a análise de robustez não é dependente de *datum,* refletindo somente na geometria da rede e na acurácia das observações (VANÌCEK et al., 2001). Portanto este trabalho tem como propósito contribuir com as investigações científicas sobre redes geodésicas, checando a mesma, com base em sua geometria e observações.

ABSTRACT – Currently the need for reliable coordinates has been one of the main objectives of the scientific community and practice. Thus, the robustness analysis of a geodetic network, aims to analyze the maximum errors are not detected if the network is "robust" or not. The network will be robust if the influence of these errors is small, otherwise it is "weak", or "not robust". This analysis is performed with the merger of two rigorous statistical techniques, reliability and geometric strength analysis techniques. The reliability analysis will provide the maximum error that cannot be detected by tests after the adjustment. After finding these errors, the geometric strength analysis will determine the potential strain that this network will be based on these errors. It is worth noting that the robustness analysis is not dependent of datum, reflecting only the geometry of the network and the accuracy of the observations (Vanìcek et al., 2001). Therefore this work aims at contributing to the scientific research on geodetic networks, checking the same, based on their geometry and observations.

1 INTRODUÇÃO

No estabelecimento de redes, as coordenadas dos pontos são estimadas usando o método dos mínimos quadrados. Para isso as observações devem estar isentas de erros, pois se houver erros que não foram corrigidos, serão associados diretamente aos parâmetros. Portanto esses erros devem ser encontrados e corrigidos e, posteriormente a rede deve ser reajustada (BERBER, 2006). Geralmente, o teste estatístico usado para detectar erros é o de Baarda (*data-snooping*). O mesmo, Baarda (1968), foi o primeiro a considerar a possibilidade do teste não conseguir detectar os erros. Assim Baarda formulou a teoria de confiabilidade, onde determina a magnitude de um erro grosseiro que não pode ser detectado, a um nível de probabilidade α_0 quando aceito a um nível de risco β_0, ou seja, de cometer um erro do tipo II, aceitar que não existam erros grosseiros quando há um presente (VANÌCEK et al., 2001).

A técnica de medida de robustez reflete apenas à geometria da rede e acurácia das observações. Contudo, para calcular o deslocamento causado pelo erro máximo não detectável, condições iniciais devem ser determinadas. Além disso, valores limites são necessários para avaliar a rede. Estes valores limites são dados para permitir quantificar a robustez da rede. Se os deslocamentos individuais dos pontos da rede são maiores que os valores limites, deve-se redesenhar a rede, mudando a configuração ou melhorando as medidas até obter uma rede com robustez aceitável.

2 ANÁLISES DE CONFIABILIDADE

A medida de confiabilidade é dividida em confiabilidade interna e confiabilidade externa. A confiabilidade interna quantifica o menor erro existente na observação que pode ser localizado com certa probabilidade, já a confiabilidade externa quantifica a influência dessas observações no cálculo final das coordenadas dos pontos.

2.1 Confiabilidade interna

Para encontrar a magnitude do menor erro detectável, investigam-se as implicações da aceitação da hipótese nula, no teste global do modelo, ou do *Qui*-Quadrado, após o ajustamento. E como consequência dessa aceitação, cometer um erro do tipo II, que seria aceitar a hipótese nula quando ela não é verdadeira. Por meio desta teoria, pode-se estimar o valor mínimo de um erro grosseiro na observação que pode ser detectado (OLIVEIRA; DALMOLINN, 2008).

Este valor mínimo $\Delta_0 l_i$ que pode ser localizado com níveis de probabilidade α_0 e β_0 é dado por:

$$\forall i : \Delta_0 l_i = \sigma_{li} \frac{\lambda_0}{\sqrt{r_i}}, (i = 1,...,n) \tag{01}$$

onde:

λ_0: parâmetro de não centralidade;

σ_{li}: desvio padrão da i-ésima observação;

r_i: redundância parcial.

2.2 Confiabilidade externa

Após aplicar a confiabilidade interna e encontrar o erro mínimo $\Delta_0 l_i$ que pode ser detectado pelo teste nas observações, torna-se necessário saber como os parâmetros responderão a esses erros. Assim, a confiabilidade externa, é definida como a quantidade em que o menor erro encontrado na observação pode influenciar no cálculo das coordenadas dos pontos.

A estimativa das coordenadas dos pontos, com base no ajustamento de observações no método paramétrico, é fornecida por:

$$X = -(A^T PA)^{-1}.A^T PL \tag{02}$$

Supondo que as equações contenham erros grosseiros não detectados $\Delta_0 l_i$, reescreve-se a equação desta forma:

$$X = -(A^T PA)^{-1}.A^T P(L - l_i.\Delta_0 l_i) \tag{03}$$

$$X = -(A^T PA)^{-1}.A^T PL + (A^T PA)^{-1}.A^T P(l_i.\Delta_0 l_i) \tag{04}$$

onde l_i corresponde a i-ésima coluna de uma matriz identidade nxn.

Portanto, a influência dos erros grosseiros não detectados $\Delta_0 l_i$ na estimação das coordenadas é dada por:

$$\Delta X = (A^T PA)^{-1}.A^T P(l_i.\Delta_0 l_i) \tag{05}$$

3 CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS

Como visto anteriormente, a técnica de robustez analisará, com base nos erros máximos não detectáveis, a robustez de uma rede. Esses erros causam um deslocamento nas coordenadas dos pontos, sendo esses deslocamentos descritos como uma função de primeiro grau em cada uma das componentes, $\Delta X(u_i, v_i, w_i)$. Abaixo visualizam-se essas equações:

$$\begin{aligned} u_i &= u(x,y,z) = a_0 + \frac{\partial u_i}{\partial x}(X_j - X_i) + \frac{\partial u_i}{\partial y}(Y_j - Y_i) + \frac{\partial u_i}{\partial z}(Z_j - Z_i) \\ v_i &= v(x,y,z) = b_0 + \frac{\partial v_i}{\partial x}(X_j - X_i) + \frac{\partial v_i}{\partial y}(Y_j - Y_i) + \frac{\partial v_i}{\partial z}(Z_j - Z_i) \\ u_i &= u(x,y,z) = a_0 + \frac{\partial u_i}{\partial x}(X_j - X_i) + \frac{\partial u_i}{\partial y}(Y_j - Y_i) + \frac{\partial u_i}{\partial z}(Z_j - Z_i) \end{aligned} \tag{06}$$

Os coeficientes da equação são como aproximações para os parâmetros de deformação. Em forma matricial, essas derivadas são denominadas de tensor de deformação:

$$E_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \frac{\partial u_i}{\partial y} & \frac{\partial u_i}{\partial z} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} & \frac{\partial v_i}{\partial y} & \frac{\partial v_i}{\partial z} \\ \frac{\partial w_i}{\partial x} & \frac{\partial w_i}{\partial y} & \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} \tag{07}$$

Com os parâmetros de deformação obtém-se o deslocamento de cada ponto da rede. Porém, antes, torna-se necessário calcular as condições iniciais X_0, Y_0 e Z_0. Como as equações formam um sistema de equações diferenciais e de primeira ordem, a norma do vetor deslocamento de todos os pontos da rede é minimizada. Para resolvê-las, devem-se integrar as equações. Basicamente, a condição mostrará onde a rede estava localizada antes da deformação.

Desta forma, calculam-se os deslocamentos individuais de cada ponto na rede com a fórmula:

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x} & \frac{\partial u_i}{\partial y} & \frac{\partial u_i}{\partial z} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x} & \frac{\partial v_i}{\partial y} & \frac{\partial v_i}{\partial z} \\ \frac{\partial w_i}{\partial x} & \frac{\partial w_i}{\partial y} & \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} X_i - X_0 \\ Y_i - Y_0 \\ Z_i - Z_0 \end{bmatrix} \tag{08}$$

Após o cálculo das componentes do deslocamento de cada ponto, pode-se calcular a quantidade total de deslocamento, ou seja, o deslocamento real do ponto no espaço:

$$D_i = \sqrt{u_i^{\,2} + v_i^{\,2} + w_i^{\,2}} \tag{09}$$

4 VALORES LIMITES

Os valores limites são calculados a partir das matrizes variância-covariância (MVC's) dos parâmetros. Esses valores são equivalentes às elipses padrão de erros, com uma probabilidade de 95%, onde se tem uma interpretação visual dos parâmetros. Usando esses elementos das MVC's obtém-se os semi-eixos maiores e menores das elipses, respectivamente:

$$a = \sqrt{\sigma^2_{x'}} \text{ e } b = \sqrt{\sigma^2_{y'}} \tag{10}$$

onde: $\sigma^2_{x'} = 0{,}5(\sigma^2_x + \sigma^2_y) + 0{,}5M$, $\sigma^2_{y'} = 0{,}5(\sigma^2_x + \sigma^2_y) - 0{,}5M$ e $M = \sqrt{4\sigma^2_{xy} + (\sigma^2_x + \sigma^2_y)^2}$.

A altura elipsoidal, ou a terceira componente, é calculada pela multiplicação de σ_h por um fator de expansão da raiz quadrada de uma *Qui*-quadrado.

Para obter a elipse de confiança multiplica-se os semi-eixos por um fator K=1,96: de um grau de liberdade.

$$h_{95\%} = \sqrt{\chi^2_{(1g.l)}}.\sigma_h \tag{11}$$

Portanto os valores limites para cada ponto são:

$$\delta_i = \sqrt{a^2_{95\%} + b^2_{95\%} + h_{95\%}} \tag{12}$$

5 ANÁLISE DA ROBUSTEZ

Realiza-se a análise de robustez com a comparação dos deslocamentos calculados pelas equações (09) e (12). Se para um dado ponto P_i, $D_i > \delta_i$, diz-se que a rede neste local é fraca, ou seja, não é "robusta". Se $D_i < \delta_i$, a rede neste local é dita "robusta" a certo nível de probabilidade.

6 RESULTADOS

Neste projeto determinará a robustez de estações pertencentes à rede GNSS SP. E como visto anteriormente neste processo, determina-se, primeiramente, a confiabilidade interna e externa da rede, para posteriormente determinar a robustez com a comparação do deslocamento causado pelos erros mínimos não detectados nas coordenadas com os valores limites.

Abaixo visualizam-se as quantidades referentes a confiabilidade interna e externa da rede, respectivamente, obtidas no atual andamento do projeto:

Tabela 1 - Erros mínimos não detectados.

Estações de referência	Estações investigadas	$\Delta_0 l_i(\alpha_0 = 5\%, \beta_0 = 20\%, \lambda_0 = 2{,}80)$		
		$\Delta_0 l_i(m)$ em X	$\Delta_0 l_i(m)$ em Y	$\Delta_0 l_i(m)$ em Z
BRAZ	PPTE	0,0382	0,0406	0,0218
UFPR		0,0382	0,0406	0,0218
BRAZ	ROSA	0,0361	0,0381	0,0202
UFPR		0,0362	0,0381	0,0202
BRAZ	OURI	0,0343	0,0356	0,0192
UFPR		0,0343	0,0356	0,0192
BRAZ	ILHA	0,0866	0,0911	0,0452
UFPR		0,0866	0,0911	0,0452
BRAZ	SJRP	0,0412	0,0427	0,0225
UFPR		0,0412	0,0427	0,0225

Tabela 2 - Influência dos erros mínimos nas coordenadas.

Estações investigadas	Influência de $\Delta_0 l_i(m)$ no cálculo das coordenadas		
	$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta Z(m)$
PPTE	0.0086937	0.0065910	0.0013852
ROSA	0.0095368	0.0067444	0.0019381
OURI	0.0102172	0.0090326	0.0024501
ILHA	0.0027715	0.0017422	-0.0001584
SJRP	0.0061992	0.0049020	-0.0001584

Como pode-se observar na Tabela 2, a influência dos erros mínimos não detectáveis no cálculo das coordenadas predominantemente da ordem de milímetros. O maior erro foi obtido na coordenada X da estação OURI, da ordem de um centímetro, seguido das coordenadas X de ROSA e de PPTE, com nove e oito milímetros, respectivamente. Os erros das outras estações foram inferiores a seis milímetros. Portanto pode-se dizer que a certo nível de probabilidade as observações foram bem controladas.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos desde já à FAPESP pela bolsa de iniciação científica cedida, sem a qual não seria possível o andamento e conclusão deste projeto.

REFERÊNCIAS

BERBER, M. *Robustness analysis of geodetic networks*. Ph.D. Dissertation, department of geodesy and geomatics engineering, technical report no. 242, University of New Brunswick, Fredericton, new Brunswick, Canada, 2006.

OLIVEIRA, R.; DALMOLIN, Q. *A influência da Redundância da Observação sobre a Precisão dos Parâmetros.* Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná. Resumo nº 3, Boletim de Ciências Geodésicas, Curitiba, Paraná, 2008.

VANÌCEK, P.; KRAKIWSKY, E.J; CRAYMER M.R. *Robustness analysis of geodetic horizontal networks*. *Journal of geodesy*, 75,199-209, 2001.