TEORIA DOS FRACTAIS APLICADA A FEIÇÕES LINEARES PARA GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA

ANDERSON MARCOLINO DE SANTANA
LUCILENE ANTUNES CORREIA MARQUES DE SÁ

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
Centro de Tecnologia e Geociências - CTG
Departamento de Engenharia Cartográfica, Recife, PE.
Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação
ander_marcolino@yahoo.com.br, lacms@ufpe.br

RESUMO - A Generalização Cartográfica é parte inerente e desafiadora da Cartografia. É o processo de decidir quais as variáveis serão mantidas ou eliminadas. Para tanto, ela vem auxiliar como instrumento eficaz na elaboração e execução de transformações que quando aplicadas seleciona, simplifica e generaliza os elementos no mapa de acordo com a finalidade. Com essas transformações um novo mapa é construído mantendo as características básicas da área generalizada. Neste artigo é apresentado um método para generalizar curvas de nível da escala 1:10.000, enfatizando as soluções encontradas no decorrer desta redução, utilizando da Teoria dos Fractais para garantir que os pontos de inflexão destas curvas sejam mantidos. Como resultados o cálculo da Dimensão Fractal das curvas de níveis após a aplicação do Algoritmo de Simplificação de Douglas-Peucker.

ABSTRACT - The Cartographic Generalization is inherent and challenging part of cartography. It is the process of deciding which variables will be retained or eliminated. To do so, it comes as an effective tool assisting in the preparation and execution of transformations that when applied selects, simplifies and generalizes the elements in accordance with the purpose map. With these changes a new map is built keeping the basic features of the generalized area. This paper presents a method to generalize contour lines of 1:10,000 scale, emphasizing the solutions found during this reduction, using the theory of fractals to ensure that the inflection points of these curves are maintained. As a result it was determined calculating the fractal dimension of the contour lines after applying Algorithm Simplification of Douglas-Peucker.

1 INTRODUÇÃO

O processo de generalização envolve análise humana dos dados geográficos e as decisões sobre porque, quando e como generalizar. O objeto de estudo nesta dissertação são fenômenos lineares de uma base de dados espaciais que tem por primitiva gráfica linha, e que quando aplicada uma simplificação filtra elementos desnecessários.

Os problemas advindos da generalização de feições lineares podem ser amenizados com a aplicação da Teoria dos Fractais. Segundo Bernhardt (1992), a análise Fractal trata das propriedades da invariância de objetos irregulares e fragmentados através de uma mudança de escala e foi aplicada frequentemente no desenvolvimento de algoritmos de simplificação de feições lineares.

Os Fractais surgiram para representar objetos geométricos que não respeitavam a geometria clássica esta baseada em: ponto, reta e plano. O matemático francês Mandelbrot conseguiu compreender e representar essa nova geometria com o auxilio da computação e outras ciências, a qual denominou de Geometria Fractal. A dimensão topológica de um objeto geométrico é um inteiro associado a 0 para ponto, 1 para linha, 2 para área e 3 para volume. Objetos que possuem dimensão não inteira, ou seja, diferente destas citadas são chamados de objetos com Dimensão Fractal que é um parâmetro que mede a complexidade do objeto.

A dimensão fractal de uma feição linear é fixa, porém quando aplicado algum algoritmo de simplificação pode sofrer alteração. Este fato justifica-se porque na simplificação serão eliminados pontos a partir de um valor informado de tolerância e assim eliminando os pontos desnecessários. A relevância desta pesquisa está no fato de garantir que os pontos de inflexão das curvas de nível sejam mantidos, após a aplicação do algoritmo de Douglas-Peucker e tendo como parâmetro de tolerância a Dimensão Fractal da curva.

Neste artigo é apresentado um método para generalizar curvas de nível da escala 1:10.000, enfatizando as soluções encontradas no decorrer desta redução, utilizando da Teoria dos Fractais para garantir que os pontos de

inflexão destas curvas sejam mantidos. Para atingir este objetivo, foi estabelecido uma área teste no mapa da Cidade de Ipojuca na escala de 1:10.000 das ortofotos do ano de 1988, onde foi definida a variável altimétrica sobre o qual foi aplicado o algoritmo de Douglas-Peucker e sua Dimensão Fractal.

2 METODOLOGIA

Apoiada em pesquisas bibliográficas sobre a Generalização Cartográfica e no conhecimento da Teoria dos Fractais é proposta a seguinte metodologia: Coleta dos dados, Identificação e seleção dos dados a serem estudados. Para tanto, adquiriu-se junto ao Laboratório LATECGEO do Departamento de Cartografia, curvas de nível de uma área teste no mapa da Cidade de Ipojuca na escala de 1:10.000 das ortofotos do ano de 1988, onde foi definida a variável altimétrica sobre o qual foi aplicado o método proposto.

2.1 Generalização Cartográfica

De acordo com D'Alge (2007) a Generalização Cartográfica é considerada como um processo cartográfico que é capaz de apresentar os dados de um mapa em diferentes escalas, e também por transformações da base de dados, diminuindo desta forma a complexidade de visualização.

Com a generalização cartográfica pode-se abstrair a representação da realidade, apresentando apenas as informações principais, o que varia do grupo de usuários ou a finalidade do mapa, ou seja, realçando as informações relevantes de forma legível para a escala reduzida (LOPES, 2005).

2.1.1 Feições Lineares

Segundo Davis Jr. (2000) as Isolinhas são linhas que representam a interseção de uma superfície com um conjunto de planos dados, paralelos ao plano XY e espaçados de forma conveniente, em geral a intervalos regulares. A importância das isolinhas está ligada principalmente à amplitude de seu uso na Cartografia, na Topografia e na Engenharia.

As curvas de nível são o exemplo mais comum de isolinhas, em que o valor em cada posição é a cota altimétrica. As curvas de nível possuem pontos de inflexão (ponto em vermelho) na Figura 1, que às vezes dependendo do valor de tolerância e a aplicação do algoritmo de simplificação estes serão eliminados. Por isso, faz-se necessário a escolha de parâmetros que garantam que esses pontos permaneçam.

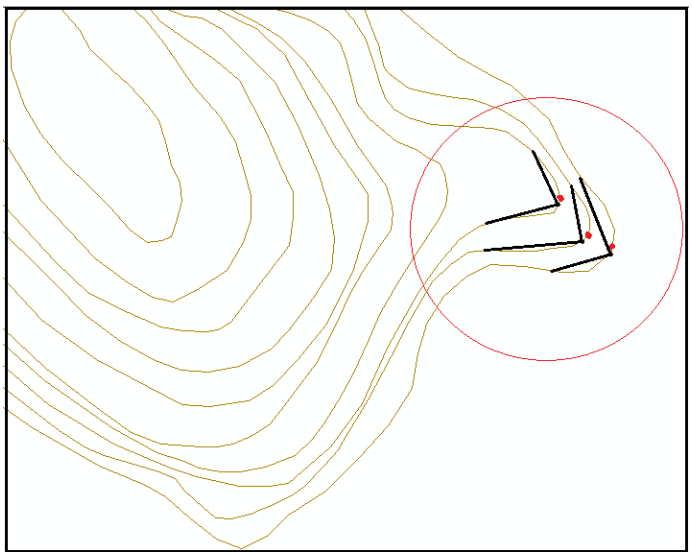

Figura 1 – Curvas de Nível e pontos de Inflexão

2.1.2 Simplificação de Feições Lineares

A simplificação de feições lineares é, em Cartografia e SIG, uma ferramenta largamente utilizada em softwares comerciais de SIG. De acordo com Bernon (2005) a simplificação de linha é um processo de generalização que pode ser definido como eliminação de detalhes não desejados. Este processo pode ser concebido selecionando um conjunto de pontos que melhor represente as propriedades geométricas de uma linha, eliminando os pontos restantes.

A maioria dos algoritmos de simplificação de linhas requer que seja fornecido um valor de tolerância. Visto que todos os algoritmos induzem erros posicionais no conjunto de dados, porque eles produzem discrepâncias entre a linha original e a linha simplificada (SHAHRIARI e VINCENT, 2002).

O algoritmo de Douglas-Peucker (DP) originalmente desenvolvido por Douglas e Peucker (1973) é o algoritmo de simplificação mais comumente usado em Cartografia e SIG que incluem ferramentas de generalização. E foi desenvolvido inicialmente para resolver os problemas de número excessivo de pontos resultantes da conversão de dados gráficos para o formato digital.

2.2 Teoria dos Fractais

A Geometria Euclidiana baseada em postulados de Pitágoras e de Arquimedes, até o inicio do século XX, conseguia explicar e definir objetos com as suas dimensões topológicas, isto é, 0 para ponto, 1 para linhas, 2 para planos e 3 para volumes. Segundo Boyer (1974) alguns cientistas contemporâneos, como Poincaré, Koch, Sierpinski, Hausdorff, Julia, entre outros, descobriram que existiam formas geométricas que não poderiam ser descritas pela geometria euclidiana, mas não conseguiram provar matematicamente.

Contudo, o matemático polonês Benoit Mandelbrot mudou completamente a situação em 1960. Através da utilização de algoritmos numéricos simples, aquelas formas geométricas puderam ser visualizadas. Para tentar descrever os padrões irregulares e complexos da natureza Mandelbrot (1983), propôs uma nova geometria, cuja alternativa era enxergar a natureza, integrando várias áreas científicas, tendo sido denominada Geometria Fractal ou Teoria dos Fractais.

A definição de Fractal surgiu do adjetivo latino *fractus*, que significa irregular ou quebrado. A primeira definição matemática dada pelo próprio Mandelbrot é que um conjunto é dito Fractal se a dimensão Hausdorff-Besicovitch deste conjunto for maior do que sua dimensão topológica (BARBOSA, 2005). O fato é que essa definição recebeu críticas e também não satisfazia ao próprio Mandelbrot.

Segundo Souza (2006) os fractais são formas geométricas com algumas características especiais que os definem e distinguem de outras formas, como autossemelhança em diferentes níveis de escala (não existente em todos os fractais) e sua dimensão fractal, definida de alguma forma, que é maior que sua dimensão topológica, ou seja, representa o grau de ocupação deste no espaço, que tem haver com seu grau de irregularidade.

2.2.1 Dimensão Fractal

A dimensão fractal expressa o valor pelo qual o comprimento calculado para uma dada linha, depende do tamanho da unidade de medida (LOPES, 2005). Dimensão fractal, pela definição de Hausdorff, é feita a partir de características métricas no espaço. Quando utilizada para dimensionamento de objetos fractais, em que as medidas se relacionam de maneira bem definida com o objeto inicial.

A escala e autossemelhança podem descrever tão bem a dimensão de um objeto quanto à contagem dos eixos necessários à representação do mesmo. Desta forma um segmento dividido em N partes idênticas é autossemelhante a si por uma escala r = 1/N. Portanto, $N.r^1$ reconstituirá o segmento original (BARROS, SILVA e GOMES, 2007) e (ASSIS et al, 2008). A dimensão é definida por:

$$N.r^D = 1 \quad \Rightarrow \quad N = \left(\frac{1}{r}\right)^D \quad \Rightarrow \quad \log N = D\log(1/r) \quad \Rightarrow \quad D = \frac{\log N}{\log(1/r)} \qquad (1)$$

Esta fórmula acima é conhecida como dimensão de Hausdorff. Onde N é a quantidade total de partes e r o fator de redução, definido pela razão entre a medida inicial e a medida final.

2.3 Área de Estudo

A área de estudo situa-se no litoral sul do estado de Pernambuco, na cidade de Ipojuca. A justificativa da escolha desta área foi o fato que, a Cidade possui curvas de níveis nas escalas de 1:10.000 e na 1:25.000. O que garante no fim da aplicação das generalizações fazer a comparação dos dados.

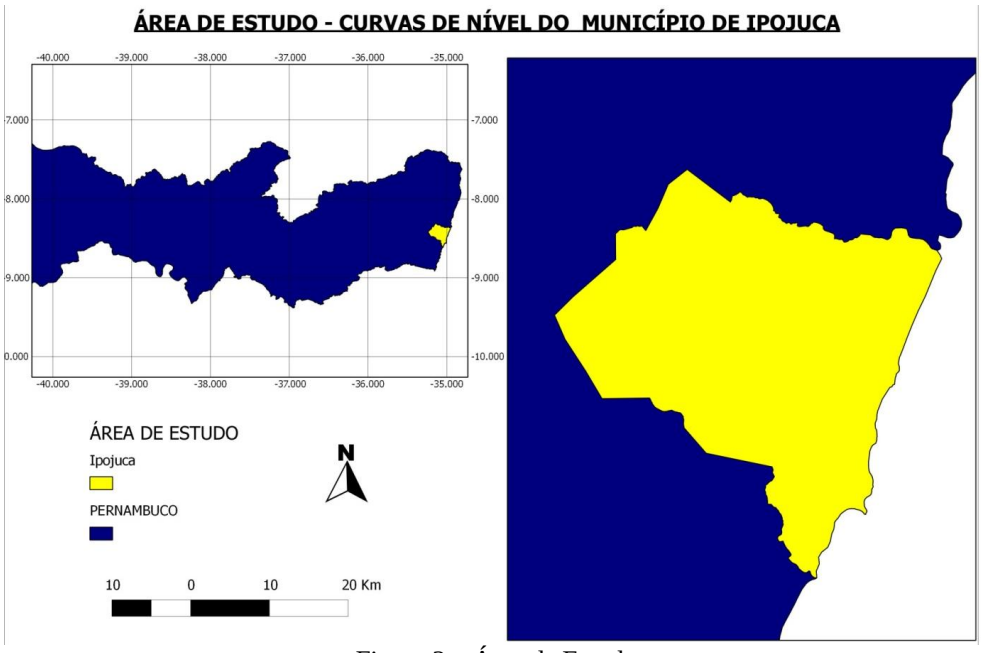

Figura 2 – Área de Estudo

Quando aplicado a generalização nestas curvas de nível e a simplificação na escala 1:25.000 será feita a comparação com as curvas de nível na escala de 1:25.000 da Carta da SUDENE.

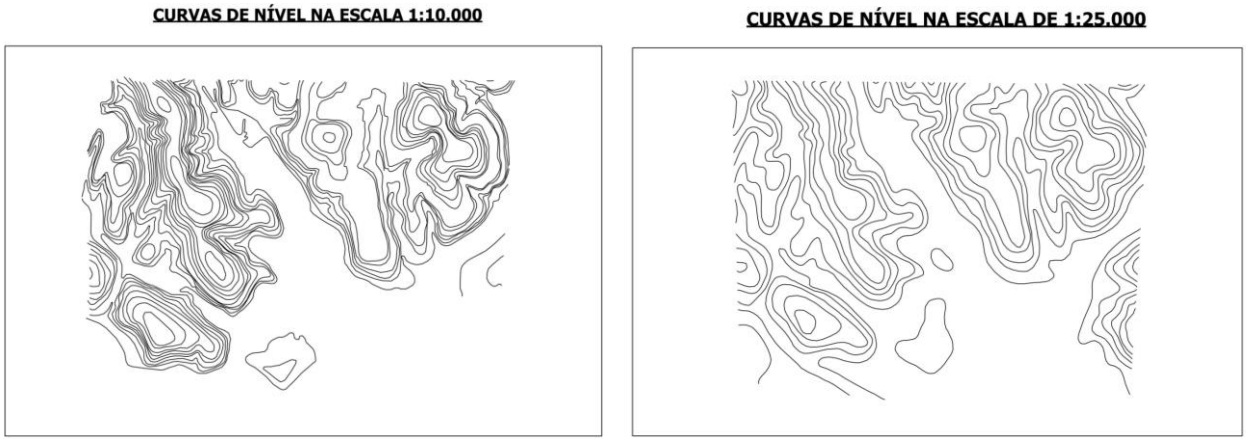

Figura 3 - Curvas de Nível Carta da SUDENE

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir de agora serão apresentados alguns resultados da simplificação das curvas de nível com o algoritmo Douglas-Peucker no QuantumGIS 1.8.0. A Figura 4 mostra a aplicação do algoritmo de simplificação das curvas de nível na escala 1:10.000 e com tolerância de 1,0001m (vermelho), e 5,0001m (verde).

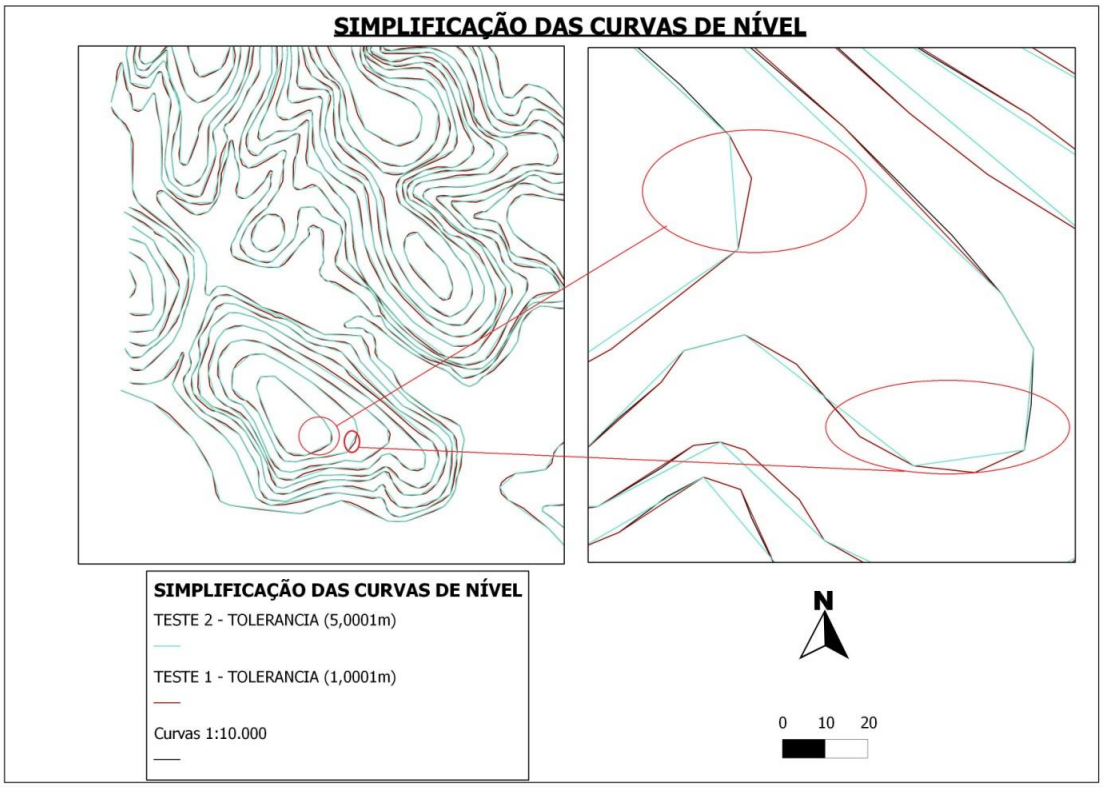

Figura 4 – Curvas de Nível Simplificada na escala 1:10.000

Estes valores de tolerância, por sua vez, apresentam problemas em algumas áreas da simplificação das curvas que se encontram em destaque na Figura 4. Não garantindo o valor do ponto de inflexão da curva. O mesmo acontece com a Figura 5.

A simplificação das curvas de nível com tolerância de 5,0001m satisfaz em algumas partes, mas em outra deixa a desejar, como é o caso em destaque na Figura 5. Por isso, é necessário a generalização e a simplificação com o valor de tolerância menor, e que quando for aplicado a dimensão fractal, não ocorrerá grande discrepância.

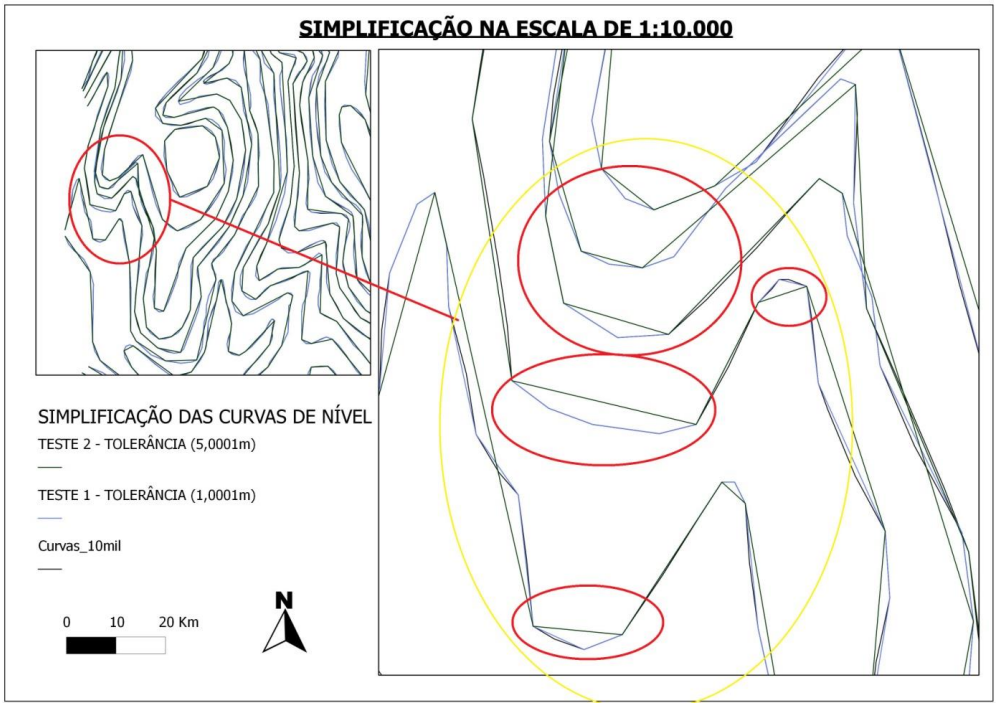

Figura 5 – Curvas de Nível Simplificada 2 na escala 1:10.000

A Tabela 1 representa a quantidade de pontos simplificados antes e depois da aplicação do algoritmo de Douglas- Peucker e o cálculo da dimensão fractal geral da simplificação de todas as curvas.

Tabela 1 – Variação de pontos depois da Simplificação

	Tolerância	Pontos Iniciais	Pontos Finais	Variação	Dimensão Fractal
Teste 1	1,0001	5526	3957	1569	1,040319731
Teste 2	5,0001	5526	1760	3766	1,15310315

As dimensões fractais foram determinadas calculando-se o quociente entre Logaritmo (Pontos Iniciais) pelo Logaritmo (Pontos Finais). Quanto menor for à tolerância, menor será a quantidade de pontos eliminados. Suponha que seja aplicado novamente o algoritmo de Douglas-Peucker nas curvas de nível, agora com tolerância de 3m.

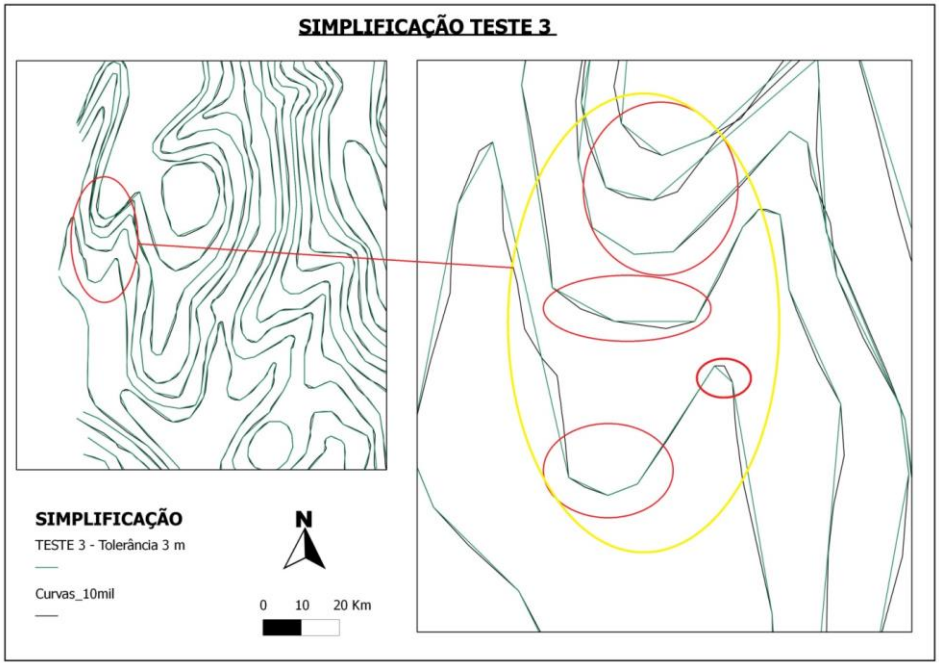

Figura 6 – Simplificação com tolerância 3m na escala 1:10.000

Ao se fazer uma análise visual da Figura 5 e Figura 6 percebe-se a diferença que existe nas áreas destacas em vermelho. Mostrando que a tolerância tem uma característica forte nos resultados finais. A Tabela 2 representa a quantidade de pontos simplificados antes e depois da aplicação do algoritmo de Douglas-Peucker e o cálculo dimensão fractal geral da simplificação de todas as curvas com a tolerância de 3m.

Tabela 2 – Variação de pontos depois da Simplificação com tolerância de 3m.

	Tolerância	Pontos Iniciais	Pontos Finais	Variação	Dimensão Fractal
Teste 3	3	5526	2390	3136	1,107747219

4. CONCLUSOES

A simplificação de feições lineares e os estudos envolvendo os algoritmos de simplificação em Generalização Cartográfica é uma pesquisa que exige um tempo considerável e que precisa ser pesquisado com maior riqueza de detalhes. O resultado desta pesquisa utilizou o cálculo da dimensão fractal das curvas de níveis após a aplicação do Algoritmo de Simplificação de Douglas-Peucker. Verificou-se que o ponto de inflexão será mantido quanto menor o a dimensão fractal.

O objetivo deste artigo não foi totalmente atingido, visto que faltou uma análise dos resultados gerados na escala 1:10.000 após a aplicação da metodologia, com os dados da escala 1:25.000 do mapa original da carta da SUDENE. Além disso, faz-se necessária uma avaliação estatística e visual dos resultados encontrados, e assim, realizar uma análise da qualidade métrica e semântica dos documentos cartográficos construídos antes e depois de generalizados.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação da UFPE, à bolsa CAPES. A Professora Simone Sato por ter nos cedido os dados para o processamento da área teste.

REFERÊNCIAS

ASSIS, T. A. et al. **Geometria Fractal:** propriedades e características de fractais ideais. Revista Brasileira de Ensino de Física**,** v. 30, n. 2, pag. 2304.1 – 2304.10, 2008.

BARBOSA, R. M. **Descobrindo a Geometria Fractal** - para a sala de aula. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BERNHARDT, M.C. **Quantitative Characterization of Cartographic Lines for Generalization.** Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, 1992.

BARROS, K. N. N. O.; SILVA, C. J.; GOMES, J. O. M. **Abordagem Algébrica, Geométrica e Computacional da Construção dos Fractais.** In: IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, SBEM, Minas Gerais, 2007.

BERNON, N. **Web-Based demonstrations of line simplification algorithms**. Project Report, 2005.

DAVIS JR., C. A. **Múltiplas representações em sistemas de informação geográficos.** Tese de doutorado (Pós-Graduação em Geociências), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2000.

D'ALGE, J. C. L. **Generalização cartográfica em sistemas de informação geográfica: aplicação aos mapas de vegetação da Amazônia Brasileira.** São Paulo, 2007. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**.**

Douglas, D. H.; Peuker, T. K. Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digitized line or its caricature. **Canadian Cartographer**, 1973.

LOPES, J. **Generalização Cartográfica**. Lisboa, 2005. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Lisboa.

MANDELBROT, B. B. **Fractals: Form, Chance, and Dimension**, W. H. Freeman, San Francisco, 1983.

SHAHRIARI, N. **A new approach for simplification of Linear Vector data for Internet_based GIS applications.** These (Master of Science- Departament of Geomatics Engineering), University of Calgary, Alberta, 2002.

SOUSA, E. P. M. **Identificação de Correlações usando a Teoria dos Fractais.** São Carlos, 2006. Tese (Doutorado). Instituto de Ciências Matemáticas e da Computação – ICMC – USP, Universidade de São Paulo.