ANÁLISE DO PPP EM TEMPO REAL APLICADO A TRAJETÓRIAS CINEMÁTICAS DE AERONAVES

HAROLDO ANTONIO MARQUES¹ JOÃO FRANCISCO GALERA MONICO² JENS PETER WENTZ³ WILLIAM ROBSON SILVA DE QUEIROZ¹

¹ Universidade Federal de Pernambuco - UFPE Departamento de Engenharia Cartográfica, Recife, PE haroldoh2o@gmail.com; willyamqueiroz@hotmail.com

² Universidade Estadual Paulista – UNESP Departamento de Cartografia, Presidente Prudente – SP galera@fct.unesp.br

³ Empresa Brasileira de Aviação, SA - EMBRAER Gavião Peixoto - SP Jens.wentz@embraer.com.br

RESUMO – A disponibilização em tempo real de órbitas e correções dos relógios dos satélites GNSS possibilita atualmente aplicar o método de PPP em tempo real com acurácia decimétrica. As correções podem ser obtidas a partir dos *mountpoints* do IGS/BKG e são transmitidas via protocolo NTRIP no formato RTCM 3.X. Este trabalho apresenta a metodologia envolvida com o PPP em tempo real e a aplicação para trajetórias cinemáticas de aeronaves produzidas no Brasil. Após a produção, as aeronaves passam por ensaios em voo e um dos requisitos é a estimativa de coordenadas em tempo real, tarefa que muitas vezes apresenta dificuldades em função de problemas de comunicação em tempo real, manobras da aeronave com consequentes influências na geometria do posicionamento. As análises foram realizadas considerando o caso simulando tempo real onde as observações GPS coletadas em voos foram armazenados juntamente com as correções de relógios e órbitas para posterior análise. Os processamentos dos dados foram realizados no software RT_PPP. A solução obtida no PPP simulando tempo real foi comparada com a solução PPP pós-processado usando órbitas e correções finais de relógios e estatísticas foram geradas visando avaliar a qualidade do PPP em tempo real para trajetórias cinemáticas de aeronaves.

ABSTRACT – The availability in real time of GNSS satellites orbits and clock corrections provide currently the application of Real Time PPP method with decimeter accuracy. The corrections can be retrieved from *mountpoints* of IGS/BKG and are disseminated via NTRIP protocol in the RTCM 3.X format. This paper presents the methodology concerned to Real Time PPP and application to kinematic trajectories of airplanes manufactured in Brazil. After the production of the airplane it has to be subject to a flight test and one of the requisites is the positioning estimation in real time, task that most of time present difficulties due to problems of communication and maneuvers of the airplane with consequent influence in the positioning geometry. The analyses were accomplished taking account the simulated Real Time PPP where the GPS observables collected in the airplane flight as well as clock correction were stored for posteriori analysis. The data were processed in the RT_PPP software. The solution obtained in the PPP simulating real time were compared against the PPP post processed solution that uses the final clock correction and then statistics were generated in order to analyze the quality of the Real Time PPP applied for kinematic trajectory or airplanes

1 INTRODUÇÃO

O posicionamento a partir do GNSS (*Global Navigation Satellite System*) em tempo real pode ser realizado através do método RTK (*Real Time Kinematic*) ou RTK em rede, do DGPS/GNSS (*Differential GPS/GNSS*) ou através

H. A. Marques; J. F. G. Monico; J. P. Wentz; W. R. S. Queiroz

do RTPPP (*Real Time Precise Point Positioning* - PPP em Tempo Real). A aplicação do RTK e do DGPS requer o uso de dois receptores GNSS e link de comunicação. No caso do RTK em rede, faz-se uso de uma rede de estações GNSS de referência (MONICO, 2008; ALVES, 2008). O PPP em tempo real, diferentemente do RTK e DGPS, requer o uso de somente um receptor ao nível de usuário GNSS, porém todos os erros envolvidos com as observações do GNSS devem ser adequadamente modelados para a obtenção de coordenadas com boa qualidade. Além disto, o RTPPP requer a disponibilidade em tempo real de órbitas precisas e das correções ou erros dos relógios dos satélites (não sincronização do relógio do satélite com o sistema de tempo GNSS) com boa qualidade para posicionamento com acurácia de ordem decimétrica (HAUSCHILD, 2010; MARQUES, 2012).

O método RTPPP tem-se tornado cada vez mais comum em função da disponibilização de correções de órbitas e relógios dos satélites, os quais são transmitidos em tempo real pelo IGS/BKG (*International GNSS Service/Federal Agency for Cartography and Geodesy*). Esta tarefa começou com o projeto piloto do IGS denominado *IGS-Pilot Projetct* (www.rtigs.net) em meados de 2006. Tem-se ainda o projeto GNSS em tempo real da EUREF (*European Reference Frame*) para as correções dos relógios dos satélites (<u>http://www.epncb.oma.be/euref_IP/</u>). Dentro deste contexto um trabalho vem sendo desenvolvido no Brasil, o qual visa realizar PPP em tempo real (MARQUES, 2012). Para tanto foi desenvolvido um *software* denominado RT_PPP, o qual é capaz de obter as medidas GNSS em tempo real, seja a partir de um *caster* ou a partir de um receptor conectado a um laptop. O PPP também pode ser realizado no modo pós-processado, o que permite avaliar o método para o caso simulando tempo real desde que as correções geradas em tempo real sejam armazenadas para posterior processamento.

Neste trabalho será apresentado o método de PPP em tempo real envolvendo a modelagem matemática para o ajustamento dos dados e a análise da acurácia do método aplicada para ensaios em voo de aeronaves produzidas no Brasil pela empresa EMBRAER (Empresa Brasileira de Aviação - SA). As aeronaves passam por uma bateria de ensaios após sua produção e um dos requisitos é a estimativa da posição em voo em tempo real. Esta tarefa apresenta muitos desafios em função da trajetória da aeronave, o que muda constantemente a geometria do posicionamento. Além disto, têm-se os problemas de comunicação em tempo real, visto que as correções de órbitas e relógios são transmitidas via internet.

Os dados GPS coletados no receptor embarcado na aeronave foram armazenados (formato RINEX) e as correções de relógios dos satélites geradas em tempo real foram obtidas a partir dos valores disponibilizados pelo IGS. A análise envolveu a comparação da solução PPP simulando tempo real com a solução pós-processada, a qual utiliza órbitas e correções finais de relógios dos satélites. As correções finais são disponibilizadas com taxa de dados de 30 segundos e com latência de até duas semanas. Com base nas discrepâncias obtidas estatísticas foram geradas visando avaliar a acurácia do método RTPPP aplicado a trajetória cinemática da aeronave.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Posicionamento Por Ponto Preciso

A determinação da posição e do erro do relógio do receptor a partir do método PPP pode ser realizada utilizando as observações de pseudodistância e de fase com base na combinação *ion-free* (SEEBER, 2003; LEICK, 2004; MONICO, 2008; MARQUES, 2012). As equações de código e fase da ion-free, para o receptor r e satélite s, parametrizadas com o atraso troposférico úmido na direção vertical, são apresentadas a seguir:

$$PD_{IFr}^{s} = \rho_{r}^{s} + c\left(dt_{r}\left(t_{r}\right) - dt^{s}\left(t^{t}\right)\right) + m_{f}Zwd + \varepsilon_{PD_{r}^{s}}$$
(1)

$$\lambda_{\mathrm{IF}} \phi_{\mathrm{IFr}}^{s} = \rho_{\mathrm{r}}^{s} + c \left(dt_{\mathrm{r}} \left(t_{\mathrm{r}} \right) - dt^{s} \left(t^{\mathrm{t}} \right) \right) + \lambda_{1} N_{\mathrm{IF}} + m_{\mathrm{f}} Zwd + \varepsilon_{\phi_{\mathrm{r}}^{s}}$$
(2)

em que:

 PD_{IFr}^{s} e $\lambda_{IF}\phi_{IFr}^{s}$ - representam a pseudodistância e fase da *ion-free* (metros);

 $\rho_r^s\,$ - distância geométrica entre receptor r e o satélite s;

 $dt_r(t_r)$ - correção do relógio do receptor no instante de recepção t_r ;

 $dt^{s}(t^{t})$ - correção do relógio do satélite no instante de transmissão t^{t} ;

N_{IF} - ambiguidade da fase (*ion-free*);

Zwd - atraso troposférico úmido na direção do zênite;

m_f - função de mapeamento do Zwd para a direção receptor-satélite.

A realização do PPP requer o conhecimento da órbita $(X^s, Y^s e Z^s)$, erro do relógio do satélite no instante de transmissão do sinal, além da correção ou estimativa dos efeitos sistemáticos envolvidos com nas medidas. A distância geométrica é calculada a partir da diferença das coordenadas do satélite (no instante de transmissão) e do receptor $(X_r, Y_r e Z_r)$ no instante de recepção a partir de:

$$\rho_{\rm r}^{\rm s} = \sqrt{\left(X^{\rm s}(t^{\rm t}) - X_{\rm r}(t_{\rm r})\right)^2 + \left(Y^{\rm s}(t^{\rm t}) - Y_{\rm r}(t_{\rm r})\right)^2 + \left(Z^{\rm s}(t^{\rm t}) - Z_{\rm r}(t_{\rm r})\right)^2} \ . \tag{3}$$

Então, a linearização da equação de pseudodistância e de fase (Equações 1 e 2), considerando o receptor r e o satélite s_i é dada por:

$$E\left\{\begin{bmatrix}\Delta PD_{IFr}^{s_{i}}\\\Delta\lambda_{IF}\phi_{IFr}^{s_{i}}\end{bmatrix}\right\} = AX = \begin{bmatrix}-\frac{X^{s_{i}} - X_{r}^{0}}{\left(\rho_{r}^{s_{i}}\right)^{0}} & -\frac{Y^{s_{i}} - Y_{r}^{0}}{\left(\rho_{r}^{s_{i}}\right)^{0}} & -\frac{Z^{s_{i}} - Z_{r}^{0}}{\left(\rho_{r}^{s_{i}}\right)^{0}} & 1 \quad M_{f} \quad 0\\ -\frac{X^{s_{i}} - X_{r}^{0}}{\left(\rho_{r}^{s_{i}}\right)^{0}} & -\frac{Y^{s_{i}} - Y_{r}^{0}}{\left(\rho_{r}^{s_{i}}\right)^{0}} & -\frac{Z^{s_{i}} - Z_{r}^{0}}{\left(\rho_{r}^{s_{i}}\right)^{0}} & 1 \quad M_{f} \quad \lambda_{IF}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta X_{r}\\\Delta Y_{r}\\\Delta Z_{r}\\Cdt_{r}\\Z_{wd}\\N_{IF}^{s_{i}}\end{bmatrix},$$
(4)

em que:

 $\Delta PD_r^{s_i}$ - diferença entre a pseudodistância observada e a calculada (vetor L para pseudodistância);

 $\Delta \lambda_{IF} \phi_{IFr}^{s_i}$ - diferença entre a fase observada e a calculada (vetor L para fase);

 $\left(\rho_{r}^{s_{i}}\right)^{0}$ - distância geométrica calculada em função dos parâmetros aproximados;

E{.} - representa o operador de esperança matemática.

Os termos (ΔX_r , ΔY_r , ΔZ_r , dt_r , Zwd e N_{IF}) na Equação 4 são as correções aos parâmetros incógnitos, ou seja, as coordenadas da estação, erro do relógio do receptor, troposfera e ambiguidade, respectivamente.

Para a realização do PPP em tempo real foi desenvolvido o software RT_PPP, cujos dados GPS podem ser processados no modo PPP estático ou cinemático e o ajustamento a partir do Filtro de Kalman com controle de qualidade a partir do método DIA (Detecção, Identificação e Adaptação) (TEUNISSEN, 1998). Além da parametrização conforme a Equação 4, diversos outros efeitos são modelados matematicamente. A Tabela 1 apresenta a modelagem matemática possível de ser realizada com o software RT_PPP.

Efeito	Estratégia
Ionosfera – 1 ^ª ordem	Combinação ion-free
	Estimativa da ionosfera como processo estocástico
Troposfera	Modelo de Hopfield
	VMF1/GMF + ZTD a partir de modelos de previsão numérica do tempo
	Estimando ZTD (random walk)
Carga de marés oceânicas	Aplicado (coeficientes no formato HARPOS)
Marés de corpos terrestres	Modelos descritos pelo IERS 2003 (McCARTHY; PETIT, 2003)
PCV receptor e satélite	Variação absoluta do centro de fase das antenas (PCO e PCV)
Efemérides precisas	IGS ou IGU Predita
Correção do erro do relógio do satélite	Pós-processado ou tempo real (em desenvolvimento - RT_SAT_CLOCK)
Differential Code Bias (DCB)	Valores mensais estimados pelo CODE
Efeitos de relatividade	Aplicado
Ambiguidades	Solução float
Fase windup	Aplicado

Tabela 1 - Modelagem matemática dos efeitos sistemáticos no GNSS implementada no software RT_PPP

Para o caso do PPP, a MVC (Matriz de Variância e Covariância) das observações (Lb) é uma matriz na forma diagonal, visto que, geralmente, não se consideram as correlações entre as medidas. Então, para o uso da combinação *ion-free* de código e fase, a MVC de Lb pode ser escrita da seguinte forma:

H. A. Marques; J. F. G. Monico; J. P. Wentz; W. R. S. Queiroz



em que, $\sigma_{PD_{1F}^{s_i}}^2$ e $\sigma_{\phi_{1F}^{s_i}}^2$ (i = 1, 2, ..., n) representam, respectivamente, as variâncias para a combinação *ion-free* do código e da fase.

A MVC das observações geralmente é calculada considerando ponderação em função do ângulo de elevação do satélite (E_r^s) ou outros (SILVA, 2009). Dessa forma, a incerteza de cada medida varia em função do tempo e a matriz peso (P) do ajustamento se torna mais rigorosa. Para o caso deste trabalho aplicou-se a seguinte função de ângulo de elevação (WANG, 1999):

$$f(E_r^s(t)) = \frac{1}{\operatorname{sen}(E_r^s(t))}.$$
(6)

O ângulo de elevação do satélite, geralmente, é calculado a partir de um Sistema Geodésico Local (SGL) centrado no receptor, com eixos definidos nas direções Leste (E), Norte (N) e Up (Normal) conforme exemplificado a seguir:



Figura 1 - SGL e ângulo de elevação do satélite

No caso da trajetória da aeronave o cálculo do ângulo de elevação é realizado considerando sua trajetória com o sistema cartesiano local centrado na aeronave assim como se faz para o caso de um sistema centrado no satélite, cujos eixos são identificados como *Radial* (aponta para o centro da Terra), *Along-Track* (sentido do movimento) e *Cross-Track* conforme exemplificado na Figura 2.

H. A. Marques; J. F. G. Monico; J. P. Wentz; W. R. S. Queiroz



A obtenção dos eixos (normalizados) no sistema centrado na aeronave pode ser feita a partir do vetor coordenadas (\mathbf{r}) e vetor velocidades ($\dot{\mathbf{r}}$) da aeronave, ambos referenciados a um sistema centrado na Terra.

Radial:

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{r}} \\ \hat{\mathbf{Y}}_{\mathbf{r}} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{\mathbf{r}} \end{bmatrix},\tag{7}$$

Cross-Track:

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{r}\mathbf{X}\dot{\mathbf{r}}}{\left\|\mathbf{r}\mathbf{X}\dot{\mathbf{r}}\right\|} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{\mathbf{n}} \\ \hat{\mathbf{Y}}_{\mathbf{n}} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{\mathbf{n}} \end{bmatrix},$$
(8)

Along-Track:

$$\hat{\mathbf{t}} = \frac{\hat{\mathbf{n}} \mathbf{X} \mathbf{r}}{\left\| \hat{\mathbf{n}} \mathbf{X} \mathbf{r} \right\|} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{t} \\ \hat{\mathbf{Y}}_{t} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{t} \end{bmatrix},$$
(9)

Nas equações de 7 a 9, o produto vetorial é representado por X e ||.|| representa a norma do vetor. Assim o ângulo de elevação do avião pode ser calculado com base nos eixos do sistema centrado no receptor a bordo da aeronave.

Se forem determinados os 'erros' ou discrepâncias da posição do avião em termos de coordenadas geodésicas cartesianas (Δx , $\Delta y e \Delta z$) pode-se transforma-los para o sistema local na aeronave a partir da matriz (3x3) formada a partir dos elementos das equações 7 a 9:

$$\begin{bmatrix} \Delta \text{cross} \\ \Delta \text{along} \\ \Delta \text{radial} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{X}_n & \hat{Y}_n & \hat{Z}_n \\ \hat{X}_t & \hat{Y}_t & \hat{Z}_t \\ \hat{X}_r & \hat{Y}_r & \hat{Z}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}.$$
(10)

Na expressão (10), cross, along e radial representam a separação na Normal (cross-track), tangencial (along-track) e radial, respectivamente.

3 RESULTADOS E ANÁLISES

Os experimentos foram realizados considerando dados GPS coletados em um ensiao em voo (Voo 810) realizado pela EMBRAER em março de 2014. O período de coleta de dados na aeronave foi de aproximadamente das 17:35 h até às 20:52 h. Os dados foram coletados a taxa de 2 Hz (0,5 s) com um total de aproximadamente 23574 épocas. O dados foram processados no RT_PPP utilizando combinação *ion-free* para corrigir os efeitos da ionosfera, estimativa da

H. A. Marques; J. F. G. Monico; J. P. Wentz; W. R. S. Queiroz

troposfera, órbitas finais precisas dos satélites e todas as outras correções conforme descritas na Tabela 1. Com relação às correções de relógios dos satélites duas estratégias foram adotadas, sendo a primeira com correção final do IGS (*Clock* IGS) e a segunda usando correções de relógios geradas em tempo real pelas agências IGS/BKG e armazenadas para posterior utilização. Os arquivos de correções de relógios estimadas em tempo real resultam de uma combinação de diversos centros, são denominados de IGC (*Clock* IGC) e podem ser encontrados no endereço: ftp://igscb.jpl.nasa.gov/igscb/product/rtppp. Para o processamento dos dados, foi utilizado máscara de elevação de 10 graus, e precisões das medidas de código e fase adotadas com valores de 0,8 m; 1,0 m; 0,008 m; 0,01m; respectivamente para pseudodistância CA, fase L1, pseudodistância P2 e fase L2. Baseado na solução do RT_PPP a trajetória da aeronave pode ser vista na Figura 3.



Figura 1 - Voo 810 – março de 2014. Situação sem escala. **Fonte da imagem**: Google Earth

A Figura 4 mostra a série temporal da altitude para o voo 810.



Figura 4 – Altitude da aeronave no voo 810

A altura máxima atingida pelo voo 810 foi de aproximadamente 15000 metros com pode ser visto na Figura 4. A Figura 5 mostra a série temporal das precisões estimada das coordenadas no caso de aplicar correções finais (*Clock* IGS) e tempo real (*Clock* IGC) no PPP.

H. A. Marques; J. F. G. Monico; J. P. Wentz; W. R. S. Queiroz



Figura 5 - Precisão das coordenadas estimadas para o voo 810

Nota-se na Figura 5 que o número de satélites, ao usar correções IGS e IGC, apresentou pequena diferença no início do processamento. A série temporal das precisões apresentou reinício no momento da subida do avião (aproximadamente 18:30 h) com rápida convergência e permanecendo estável com valores na ordem de poucos centímetros durante o restante da coleta de dados GPS no voo. Os 'erros' 2D e 3D ao comparar as duas soluções são apresentados na Figura 6.



Figura 6 – Erro 2D e 3D para o voo 810 ao usar correções de relógios em tempo real a pós processada

Os erros 2D e 3D durante o voo ficam na ordem de 0,10 e 0,20 m, respectivamente como pode ser observado na Figura 6. No caso deste voo um salto na precisão da série temporal das coordenadas pode ser observado próximo das 18:25 h que coincide com a subida do avião e possível manobra. Contudo, a convergência do ajustamento após o salto ocorreu em poucos minutos. No restante do voo, os resultados se mostraram estáveis.

A Tabela 2 apresenta o EMQ (Erro Médio Quadrático) considerando todo o período do voo para as componentes do sistema centrado na aeronave e também o EMQ resultante 2D e 3D.

Tabela 2 – EMQ para todo o período do voo							
	Cross-Track	Along-Track	Radial	2D (m)	3D (m)		
EMQ (m)	0,066	0,035	0,145	0,075	0,163		

O EMQ ao longo do período geralmente é maior para a componente Radial. O EMQ na componente planimétrica (2D) apresentou valor 0,075 m para e para o caso 3D foi de 0,163 m. Nesta análise, o período de convergência da solução também faz parte do cálculo do EMQ, o que provoca influência na análise, uma vez que nos 30 minutos iniciais aproximadamente, a qualidade da solução (em especial as ambiguidades) ainda não foi estabilizada.

H. A. Marques; J. F. G. Monico; J. P. Wentz; W. R. S. Queiroz

4 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou o método de PPP em tempo real com desenvolvimento de software e análise da acurácia do método para trajetórias cinemáticas de aeronaves. As correções de relógios dos satélites geradas para tempo real são atualmente armazenadas pelo IGS de forma que foram utilizadas para processar os dados no modo simulando tempo real, o que permite avaliar os resultados do posicionamento contra uma solução mais precisa, a qual utiliza correções finais de relógios dos satélites.

Os experimentos foram realizados para um voo realizado pela EMBRAER em março de 2014, cujos dados GPs coletados a uma taxa de 0,5 segundos foram armazenados permitindo a realização dos processamentos e análises. Os resultados do processamento PPP com correções geradas em tempo real (*Clock* IGC) foram comparados com os resultados usando correções finais (*Clock* IGS), considerando o resultado desta última solução como valores de referência.

A série temporal dos erros 2D e 3D apresentou valore na ordem de apoximadamente 0,10 m e 0,20 m, respectivamente. Nota-se um salto na série temporal próximo do momento de subida da aeronave, o que pode estar relacionado com manobras da aeronave ou com falta de dados de correções de relógios derivadas em tempo real. O EMQ considerando todo o ériodo do voo foi de 0,066 m; 0,035 0 m; e 0,145 m, respectivamente para as componentes *cross-track*, *along-rack* e *radial* do sistema centrado na aeronave. Para o caso 2D e 3D, o EMQ para todo o período foi, respectivamente de 0,075 m e 0,163 m, de forma que pode-se concluir que é possível realizar PPP em tempo real com acurácia da ordem de aproximadamente 0,20 m. contudo, outros experimentos deverão ser realizados para comprovar a acurácia do método PPP em tempo real aplicado a trajetória das aeronaves.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a EMBRAER pelo fornecimento dos dados GPS.

REFERÊNCIAS

ALVES, D. B. M. **Posicionamento Baseado em Redes de Estações de Referência GPS Utilizando o Conceito de Estação Virtual**. 2008. 160 f. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente. 2008.

HAUSCHILD, A. Precise GNSS Clock-Estimation for Real-Time Navigation and Precise Point Positioning. 2010. PhD Thesis - Technical University of Munich. Munique, Alemanha. 2010.

LEICK, A. GPS satellite surveying.New York: John Wiley & Sons, 2004. 435p.

MARQUES, H. A. **PPP em Tempo Real com Estimativa das Correções dos Relógios dos Satélites no Contexto de Rede GNSS**. 2012. 245 f. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente. 2012.

McCARTHY D. D.; PETIT G.IERS Conventions (2003), **IERS Technical Note 32**, Central Bureau of IERS-Observatorie de Paris.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS:** descrição, fundamentos e aplicações. São Paulo: Editora Unesp, 2008, 433 p.

SEEBER, G. Satellite Geodesy: foundations, methods, and applications.2. ed. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2003. 589p

SILVA, H. A. **Avaliação de modelos estocásticos no posicionamento GNSS**. 2009. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente. 2009.

TEUNISSEN, P. J. G. **Quality control and GPS**. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBER, A. **GPS for Geodesy**, 2nd. Ed. Berlin: Springer-Verlag, 1998. p.271-318

WANG, J. Modelling and quality control for precise GPS and GLONASS satellite positioning. 1999. 171 p. PhD Thesis - School of Spatial Sciences, Curtin University of Technology.