

# MÉTODOS BASEADOS EM OTIMIZAÇÃO PARA O DELINEAMENTO SEMIAUTOMÁTICO DE RODOVIA

ALUIR PORFÍRIO DAL POZ<sup>1</sup>  
ÉRICO FERNANDO DE OLIVEIRA MARTINS<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Estadual Paulista - UNESP  
Faculdade de Ciências e Tecnologia - FCT  
Departamento de Cartografia, Presidente Prudente, SP

<sup>2</sup> Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT  
Faculdade de Ciências Exatas e da Terra - Faciex  
Departamento de Matemática, Sinop, MT

[aluir@fct.unesp.br](mailto:aluir@fct.unesp.br); [profericomartins@unemat.br](mailto:profericomartins@unemat.br)

**RESUMO** - Neste trabalho são apresentados dois métodos para a extração semiautomática de rodovias em imagens aéreas e de satélite. No primeiro método a curva *snakes* (ou contorno ativo) é usada para modelar o objeto rodovia. Para inicializar o processo de extração é necessário que um operador forneça alguns pontos descrevendo esparsa e grosseiramente as rodovias. O segundo método baseia-se na solução, pelo algoritmo de programação dinâmica, de um modelo matemático baseado nas propriedades geométricas e fotométricas do objeto rodovia. O processo de extração é inicializado de forma semelhante ao primeiro método. Neste artigo são apresentados os fundamentos matemáticos das duas metodologias, bem como os respectivos resultados experimentais.

**ABSTRACT** - This paper presents two semiautomatic road extraction approaches from aerial and satellite images. In the first approach, an active contour (snake) is used to model the road. This active contour is described by an energy functional that contains external and internal image forces. After the initialization, the snake moves until its energy is minimized. In the second approach, a generic road model is formulated using six basic road properties, and is solved sequentially by a dynamic programming algorithm. A few seed points describing coarsely the road need to be provided by the operator. The mathematical fundamentals of the methods and experimental results are presented and discussed in this paper.

## 1 INTRODUÇÃO

A coleta e a atualização de dados espaciais são geralmente realizadas através de imagens aéreas e de satélite. Diversas pesquisas sobre extração automática e semiautomática de rodovias em imagens digitais têm sido realizadas por especialistas das áreas de Visão Computacional e Fotogrametria Digital, desde a década de 70. Trabalhos pioneiros nesta área são encontrados em Bajcsy e Tavakoli (1976) e Quam (1978). O critério mais comum usado para classificar os métodos de extração de rodovias está relacionado com a necessidade ou não de interferência do operador humano com o sistema de extração, dando origem aos denominados métodos automáticos e semiautomáticos. É possível identificar dois esquemas básicos de extração semiautomática de rodovias. Num primeiro, o operador necessita fornecer a posição e a direção da rodovia em um ponto inicial, a partir do qual o restante da rodovia é extraído. Normalmente se empregam algoritmos baseados na análise de consistência de perfis da superfície intensidade (tom de cinza) extraídos transversalmente ao eixo da rodovia (Quam, 1978; Vosselman e De Knecht, 1995; Kim et al., 2004; Lin et al., 2008) ou na análise de bordas anti-paralelas (Nevatia e Babu, 1980; Dal Poz et al., 2000; Zhou et al., 2006) ou na combinação entre ambos princípios (Mckeown e Denlinger, 1988). Num segundo, o operador necessita fornecer alguns pontos sementes descrevendo grosseiramente a forma e a posição da rodovia. O polígono inicial pode então ser refinado através de algoritmos baseados na otimização global por programação dinâmica ou no princípio do contorno ativo ou *snakes* (Merlet e Zerubia, 1996; Gruen e Li, 1997; Neuenchwader et al., 1997; Li, 1997; Dal Poz et al., 2000; Yang e Ke-Ju, 2009; Dal Poz et al., 2010; Göpfert et al., 2011; Dal Poz et al., 2012). Se estes métodos forem combinados com métodos de detecção automática de pontos sementes, como um encontrado em Zlotnick e Carnine (1993), a

A. P. Dal Poz, E. F. O. Martins

metodologia resultante poderia ser considerada como automática. Entretanto, uma metodologia originalmente desenvolvida para ser totalmente automática é apresentada em Baumgartner et al. (1997, 1999). Neste método, o contexto (isto é, relações entre as rodovias e outros objetos) e a análise de bordas ao longo do espaço-escala são combinados para extrair automaticamente as rodovias. Outros exemplos de métodos automáticos são encontrados em Barzohar e Cooper (1996), Ruskoné et al. (1994), Hu (2004), Kirthika e Mookambiga (2011).

Neste artigo são comparados dois métodos para extração semiautomática de rodovias em imagens digitais. Estes métodos de extração são brevemente apresentadas na seção 2. O primeiro método baseia-se no princípio de contorno ativo ou *snakes*. Na sequência é apresentado um método baseado num modelo explícito de rodovia. Os resultados experimentais obtidos a partir de dados reais e sintéticos são apresentados na seção 3. Finalmente, as principais conclusões são apresentadas na seção 4.

## 2 MÉTODOS PARA A EXTRAÇÃO DE RODOVIAS

### 2.1 Contorno ativo

O trabalho pioneiro nesta área é encontrado em Kass et al. (1987). Desde então, muito foi feito no campo teórico e prático. O conceito de contorno ativo é baseado na modelagem de contornos e linhas através de uma função de energia que combina energias interna e externa. A solução da função energia é obtida por otimização.

#### 2.1.1 Função de energia

*Snakes* ou modelo de contorno ativo é um modelo deformável de segunda ordem, com parametrização unidimensional (o comprimento  $s$  da curva) e com 2 graus de liberdade de deformação, isto é, as coordenadas cartesianas  $(x(s), y(s))$  de um ponto da curva que modela um dado contorno. Sendo  $\zeta$  uma curva plana que age como um modelo deformável sobre uma imagem digital, representada por uma função vetorial  $v(s) = (x(s), y(s))$ , que mapeia o parâmetro  $s$  pertencente ao intervalo  $[a, b]$  para os pontos  $(x(s), y(s))$  na imagem digital, a energia de deformação da *snakes* é dada na forma (Li, 1997):

$$E(v) = \int_a^b (w_1(s)|v_s(s)|^2 + w_2(s)|v_{ss}(s)|^2) ds + \int_a^b w(s)P(v(s)) ds = \lambda E_{int}(v) + (1-\lambda)E_{ext}(v), \quad (1)$$

onde:

- $|x|$ : significa norma do vetor  $x$ ;
- $v$ : notação simplificada para a função vetorial  $v(s)$ ;
- $E_{int}(v)$ : energia interna da *snakes*;
- $E_{ext}(v)$ : energia externa da *snakes*;
- $\lambda$ : parâmetro que controla a importância relativa dos termos  $E_{int}(v)$  e  $E_{ext}(v)$ ;
- $v_s$ : primeira derivada da função  $v$  em relação ao parâmetro  $s$ ;  $v_s$  é conhecida como termo de 1º ordem e é responsável pelo controle da flexibilidade da *snakes*;
- $v_{ss}$ : segunda derivada da função  $v$  em relação ao parâmetro  $s$ ;  $v_{ss}$  é conhecida como termo de 2º ordem e é responsável pelo controle de rigidez da *snakes*;
- $P(v(s))$ : função penalidade;
- $w_1(s)$  e  $w_2(s)$ : pesos dos termos de 1º e 2º ordem, respectivamente;
- $w(s)$ : peso da função penalidade.

O primeiro termo (ou primeira integral) da equação 1 está relacionado com a energia interna  $E_{int}(v)$  da *snakes*, responsável pelo controle dos parâmetros de elasticidade e rigidez da curva, através dos termos de primeira e de segunda ordem, respectivamente, cujos pesos  $w_1(s)$  e  $w_2(s)$  controlam a importância relativa de ambos os termos. O termo de primeira ordem sugere um comportamento da *snakes* segundo uma membrana elástica, onde as forças aplicadas sobre o contorno geram deformações que deixam de existir quando estas forças são removidas. O termo de segunda ordem sugere um comportamento semelhante a uma haste ou placa fina, onde a rigidez inerente evita que a *snakes* se dobre. De uma forma geral, à medida que a razão  $w_1(s)/w_2(s)$  varia de zero ao infinito, a curva *snakes* varia de uma *spline* cúbica a uma linha poligonal.

O parâmetro  $\lambda$ , proveniente dos pesos  $w_1(s)$ ,  $w_2(s)$  e  $w(s)$ , é o parâmetro de balanceamento entre as energias interna e externa. O parâmetro  $\lambda$  assume valores no intervalo  $[0;1]$ . Quando  $\lambda \approx 1$ , o modelo produz soluções pouco sensíveis aos ruídos da imagem e, do contrário, quando o valor de  $\lambda$  for próximo ou igual a zero, o modelo produz uma solução que é eficiente na captura das feições de interesse a serem extraídas, mas ao mesmo tempo torna-se também muito vulnerável aos ruídos da imagem.

O termo  $w(s)P(v(s))$  é responsável pela atração da curva *snakes* por parte da feição de interesse utilizando a energia da imagem, isto é, a energia externa ( $E_{ext}(v)$ ).  $E_{ext}(v)$  depende do tipo de feição a ser extraída. Quando a feição a ser extraída tem característica de linha, adota-se a soma dos quadrados dos níveis de cinza  $G(x(s), y(s))$  dos pontos  $v(s)$ , multiplicada por uma constante  $w_{line}$ , isto é (considerando  $G(x(s), y(s))$  contínua):

$$E_{line}(v) = \int_a^b P_{line}(v(s)) ds = w_{line} \int_a^b G^2(x(s), y(s)) ds. \quad (2)$$

Ao contrário, quando a feição de interesse possui características de borda, o termo de energia externa é definido como segue:

$$E_{edge}(v) = \int_a^b P_{edge}(v(s)) ds = w_{edge} \int_a^b |\nabla G(x(s), y(s))|^2 ds \quad (3)$$

onde,  $\nabla G(x(s), y(s))$  é o vetor gradiente na posição  $(x(s), y(s))$  e  $w_{edge}$  é uma constante.

### 2.1.2 Solução da equação de energia

A solução da equação de energia (equação 1) consiste em determinar a função  $v$  que melhor representa o contorno selecionado, correspondendo ao mínimo global da função de energia. Várias técnicas de otimização foram desenvolvidas para esta finalidade. Uma solução comumente utilizada é encontrada em Kass et al. (1987), consistindo na utilização de um método variacional (equação de Euler-Lagrange) para resolver numericamente a função de energia. Este método requer o fornecimento, por parte de um operador, de vários pontos sementes ao longo do contorno selecionado, a exemplo de uma rodovia numa imagem digital.

## 2.2 Modelo explícito de rodovia

Uma modelo explícito de rodovia é encontrado em Li (1997) e Gruen e Li (1997), tendo sido desenvolvido com base em várias propriedades geométricas e fotométricas de rodovia. A solução desse modelo de rodovia é também obtida por otimização, via algoritmo de programação dinâmica. Para inicializar o processo de extração é necessário que um operador forneça alguns pontos sementes descrevendo grosseiramente a rodovia. Este procedimento dá origem a um polígono inicial, a ser refinado através de uma estratégia iterativa. Em cada iteração, novos vértices aproximados são interpolados linearmente entre os pares de vértices preexistentes. O polígono resultante é então refinado resolvendo o modelo geral de rodovia através do algoritmo de programação dinâmica. O processo converge quando os novos vértices inseridos não contribuem mais com o refinamento do polígono descrevendo a rodovia.

Nas próximas subseções são apresentados o modelo matemático de rodovia e alguns detalhes acerca de sua solução usando o algoritmo de programação dinâmica. Detalhes sobre o método podem ser encontrados em Li (1997) e Gruen e Li (1997).

### 2.2.1 Modelo matemático

O modelo matemático de rodovia pode ser formulado levando em conta propriedades fotométricas e radiométricas do objeto rodovia. Considerando agora que uma rodovia pode ser representada (Figura 1) por um polígono  $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ , onde  $p_i = (x_i, y_i)$  é o  $i$ -ésimo vértice, o seguinte par de equações pode ser usado para modelar a entidade rodovia (LI, 1997; GRUEN e LI, 1997):

$$E = \sum_{i=1}^{n-1} ((Ep_1 - \beta Ep_2 + \gamma Ep_3)[1 + \cos(\alpha_i - \alpha_{i+1})]) / \Delta S_i = \sum_{i=1}^{n-1} E_i(p_{i-1}, p_i, p_{i+1}), \quad (4)$$

$$C_i = |\alpha_i - \alpha_{i+1}| < T, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad (5)$$

onde:

- $E$ : corresponde à função objetivo (equação 4), podendo ser decomposta em funções  $E_i$  dependendo apenas de três pontos vizinhos ( $p_{i-1}, p_i, p_{i+1}$ ) do polígono que representa a rodovia;
- $C_i$ : devido à sua definição (equação 5), também é denominada de injeção de desigualdade e permite limitar o espaço de busca do problema, pois a função  $E$  é apenas avaliada para pontos que satisfaçam  $C_i < T$ ;

- $Ep_1, Ep_2$  e  $Ep_3$ : funções baseadas em propriedades fotométricas e radiométricas do objeto rodovia;
- $\alpha_i - \alpha_{i+1}$ : ângulo de deflexão no vértice  $i$  (Figura 1);
- $\Delta S_i$ : distância entre os vértices  $i-1$  e  $i$  (Figura 1); e
- $\beta$  e  $\gamma$ : constantes positivas.

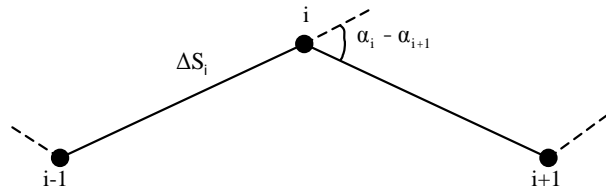


Figura 1 – Polígono representando a rodovia.

O modelo matemático 1 é resolvido sequencialmente através do algoritmo a ser brevemente apresentado na próxima subseção.

### 2.2.2 Solução do modelo matemático de rodovia

Como mostra a equação 1, nem todos os vértices estão inter-relacionados simultaneamente. Nesse caso, a programação dinâmica é um algoritmo eficiente para resolver o problema de otimização (BALLARD e BROWN, 1982).

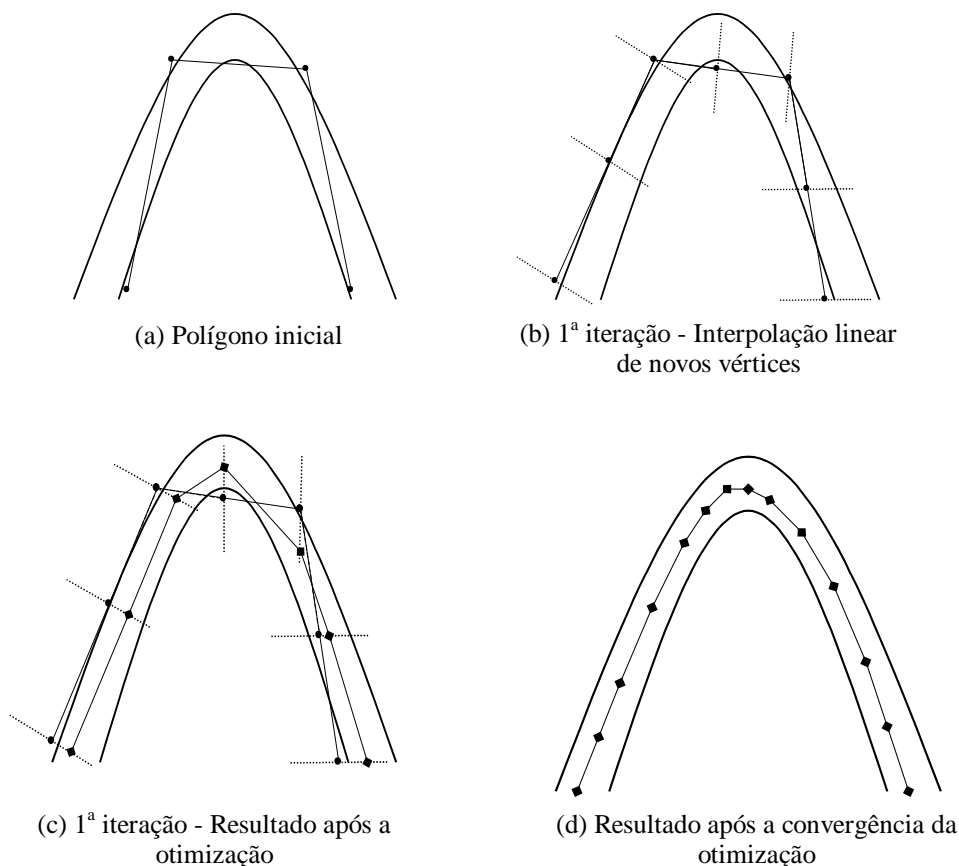


Figura 2 – Ilustração do processo de otimização.

À primeira vista, a descrição de uma rodovia através de um polígono pode ser realizada com vértices equidistantes. Como nesse caso as posições dos vértices não estão relacionadas com a forma da curva, a quantidade de pontos é geralmente bem maior que a necessária para descrevê-la. Uma solução mais adequada é apresentada em LI (1997). A Figura 2 ilustra o princípio do processo de otimização usando programação dinâmica. Inicialmente, são fornecidos vários pontos sementes, cujas localizações e distribuição são grosseiras (Figura 2(a)). Ligando-se estes

pontos, obtém-se a primeira aproximação para a rodovia. O processo de refinamento do polígono inicial é iterativo, como segue:

- 1ª iteração: entre cada par de pontos sementes é inserido um novo ponto através de interpolação linear (Figura 2(b)). As linhas tracejadas (Figuras 2(b) e 2(c)) representam as janelas de busca. O procedimento de otimização através da programação dinâmica gera uma nova aproximação para a rodovia (Figura 2(c)); e
- demais iterações: procedimentos idênticos são repetidos nas demais iterações.

O processo converge quando, numa determinada iteração, a otimização de todos os novos pontos inseridos linearmente gera apenas pontos colineares aos preexistentes, sendo também estes últimos pontos, alvo do mesmo processo global de otimização. O resultado após a convergência é ilustrado na Figura 2(d).

#### 4 RESULTADOS

Os métodos apresentados na seção 2 foram implementados em linguagem Borland C++ para o ambiente Windows-PC. Visando à avaliação dos métodos apresentados, foram realizados experimentos com dados reais e sintéticos. Uma imagem sintética (642x350 *pixels*) de média resolução foi gerada, na qual pode ser observada uma rodovia de largura média de 5 *pixels* e com forma relativamente ondulada. Essa imagem foi corrompida com o ruído *salt & pepper*. Foi utilizada uma imagem real (500x500 *pixels*) de média resolução, sendo que cada *pixel* corresponde à aproximadamente 2m no terreno.

A Figura 4 mostra os resultados obtidos usando a imagem sintética. Em ambos os casos os pontos sementes usados para inicializar o processo de extração são mostrados sobre as imagens. Todos os pontos sementes são fornecidos por um operador, que faz uso de sua habilidade natural em reconhecer na imagem os objetos de interesse (rodovias) e em identificar alguns pontos sementes descrevendo aproximadamente as rodovias. A tarefa tediosa e precisa de delinear é então deixada a cargo dos algoritmos computacionais de extração, cujos resultados mostram-se bastante satisfatórios. Contudo, tendo por referência o eixo central da rodovia, pode ser observado que o método baseado em programação dinâmica propiciou um resultado ligeiramente inferior.

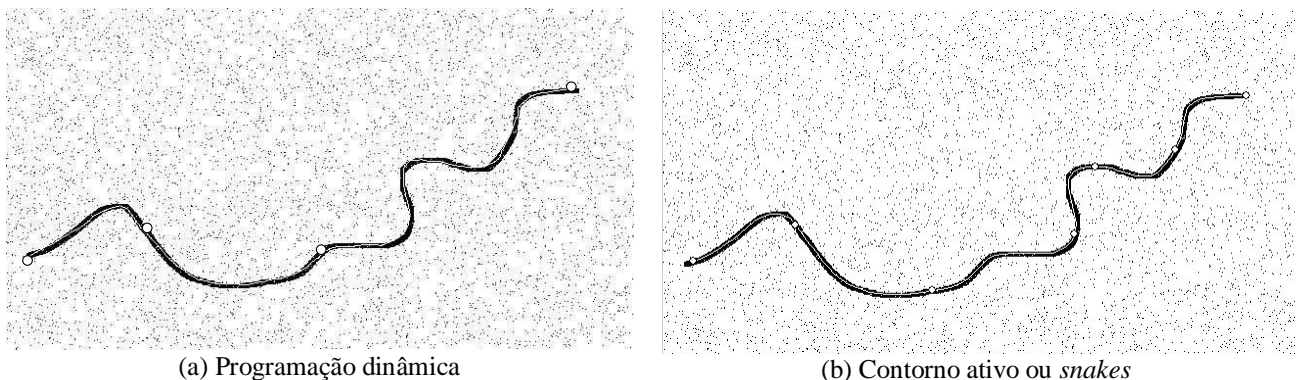
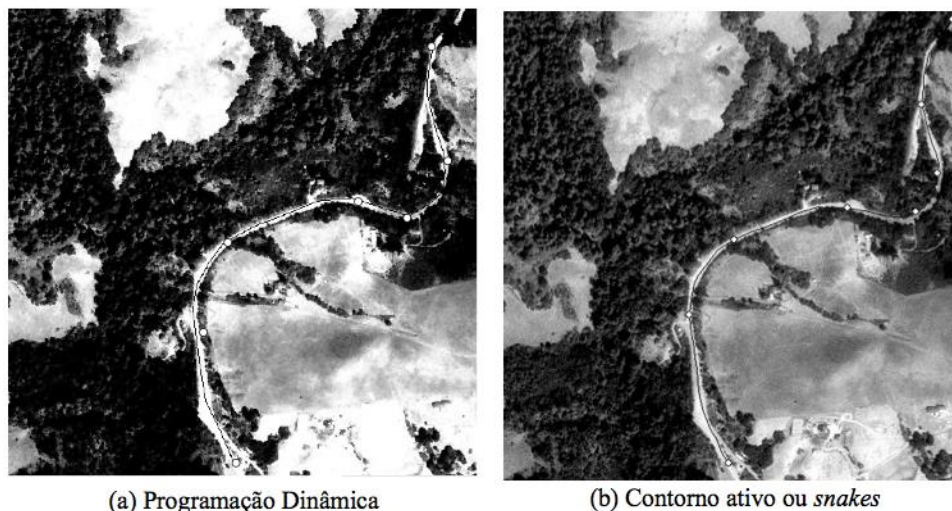


Figura 4 – Resultados usando a imagem sintética.

A Figura 5 mostra os resultados obtidos para a imagem real. Como no exemplo anterior, as rodovias extraídas e os pontos sementes usados estão sobrepostos na imagem de entrada. O conteúdo dessa imagem é bastante desfavorável, notando-se que a rodovia é bastante irregular e há várias árvores obstruindo a rodovia. Analisando-se os resultados, verifica-se que o desempenho foi satisfatório para ambos os métodos. Provavelmente, o mecanismo de controle destes dois métodos, que são baseados num conjunto de pontos sementes distribuídos ao longo das rodovias, devem ter favorecido os respectivos desempenhos no processamento desse caso bastante desfavorável.



(a) Programação Dinâmica

(b) Contorno ativo ou *snakes*

Figura 5 – Resultados usando a imagem real

#### 4 CONCLUSÕES

Neste artigo foram apresentados dois métodos para extrair rodovias de imagens aéreas e de satélite. Estes métodos podem ser utilizados na captura semiautomática de dados espaciais. O operador realiza a tarefa de reconhecimento dos objetos de interesse e identifica e mede alguns pontos sementes sobre os mesmos, ficando a cargo dos algoritmos computacionais a tarefa demorada e precisa de delineamento. Os resultados obtidos, embora tenham sido baseados em poucos experimentos, evidenciam que ambos os métodos foram eficientes na tarefa de delineamento de rodovias.

#### AGRADECIMENTOS

Este artigo contou com apoio do CNPq, FAPESP e FAPMAT, na forma de projetos de auxílios à pesquisa e bolsas de estudo.

#### REFERÊNCIAS

- AMINI, A.; WEYMOUTH, T.; JAIN, R. Using dynamic programming for solving variational problems in vision, **IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, N. 12, p. 855-867, 1990.
- BAJCSY, R.; TAVAKOLI, M. Computer recognition of roads from satellite pictures, **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, N. 6, p. 76-84, 1976.
- BALLARD, D. H.; BROWN, C. M. **Computer Vision**, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- BARZOHR, M.; COOPER, D. Automatic finding of main roads in aerial images by using geometric-stochastic models and estimation, **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, N. 18, p. 707-721, 1996.
- BAUMGARTNER, A.; STEGER, C.; MAYER, H.; ECKSTEIN, W.; EBNER, H. Update of road in GIS from aerial imagery: verification and multi-resolution extraction. In: **International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**. V. 31, p. 53-58, 1996.
- BAUMGARTNER, A.; STEGER, C.; MAYER, H.; ECKSTEIN, W. Multi-resolution, semantic objects, and context for road extraction. In: **Workshop on Semantic Modeling for the Acquisition of Topographic Information from Images and Maps**. Basel, p. 140-156, 1997.
- BAUMGARTNER, A.; STEGER, C.; MAYER, H.; ECKSTEIN, W.; EBNER, H. **Automatic road extraction in rural areas**. In: **International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**. V.32, Munique, p. 107-112, 1999.

DAL POZ, A. P.; GYFTAKIS, S.; AGOURIS, P. Semi-automatic road extraction: Comparison of methodologies and experiments, In: **DC 2000 ASPRS Annual Conference**, Washington, 2000.

DAL POZ, A. P.; GALLIS, R. B. A.; SILVA, J. F. C. Three-dimensional semiautomatic road extraction from a high-resolution aerial image by dynamic programming optimization in the object-space. **IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters**. V. 7, N. 4, p. 796-800, 2010.

DAL POZ, A. P.; GALLIS, R. B. A.; SILVA, J. F. C.; MARTINS, E. F. O. Object-space road extraction in rural areas using stereoscopic aerial images. **IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters**. V. 9, N. 4, p. 654-658, 2012.

FISET, R.; CAVAYAS, F.; MOUCHOT, M. C.; SOLAIMAN, B.; DESJARDINS, R. Map-image matching using a multi-layer perceptron: the case of the road network, **ISPRS journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, N. 53, p. 76-84, 1998.

GÖPFERT, J.; ROTTENSTEINER, F.; HEIPKE, C. Using snakes for the registration of topographic road database objects to ALS features. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**. V. 66, N. 6, p. 858-871, 2011.

GRUEN, A.; LI, H. Semi-automatic linear feature extraction by dynamic programming and LSB-Snakes, **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, N. 63, p. 985-995, 1997.

HU, X.; TAO, C. V.; HU, Y. Automatic road extraction from dense urban area by integrated processing of high resolution imagery and Lidar data. In: **International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, 2004.

KASS, M.; WITKIN, A.; TERZOPOULOS, D. Snakes: Active contour models. In: **1st International Conference on Computer Vision**, London, p. 259-268, 1987.

KIM, T.; PARK, S. R.; KIM, M. G.; JUNG, S.; KIM, K. O. Tracking road centerlines from high resolution remote sensing images by least squares correlation matching. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 70, N. 12, p. 1417-1422, 2004.

KIRTHIKA, A.; MOOKAMBIGA, A. Automated Road Network Extraction using artificial neural network. In: **IEEE International Conference on Recent Trends in Information Technology**, p. 1061-1065, 2011.

LI, H.: Semi-automatic road extraction from satellite and aerial images. **PhD thesis**, Institute of Geodesy and Photogrammetry, ETH-Zurique, Suíça, 1997.

LIN, X.; ZHANG, J.; LIU, Z.; SHEN, J. Integration method of profile matching and template matching for road extraction from high resolution remotely sensed imagery. In: **International Workshop on Earth Observation and Remote Sensing Applications**, 2008.

MCKEOWN, D. M.; DENLINGER, J. L. Cooperative methods for road tracking in aerial imagery. In: **Workshop of Computer Vision and Pattern Recognition**, p. 662-672, 1998.

MERLET, N.; ZERUBIA, J. New prospects in line detection by dynamic programming. **IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, V. 18, N. 4, 426-431, 1996.

NEUENSCHWADER, W. M.; FUA, P.; IVERSON, L.; SZEKELY, G.; KUBLER, O. Ziplock snakes. **International Journal of Computer Vision**, V. 25, N. 6, p. 191-201, 1997.

NEVATIA, R.; BABU, K. R. Linear feature extraction and description, **Computer Graphics and Image Processing**, N. 13, p. 257-269, 1980.

PLIETKER, B. Semiautomatic revision of street objects in ATKIS database DLM 25/1. In: **International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, V. 30, p. 311-317, 1994.

QUAM, L. H. Road tracking and anomaly detection in aerial imagery. In: **Image Understanding Workshop, Proceedings**, p. 51-55, 1978.

RUSKONÉ, R.; AIRAULT, S.; JAMET, O. A road extraction system using the connectivity properties of the network, **Zeitschrift für Photogrammetrie und Fernerkundung**, N. 5, p. 174-180, 1994.

VOSELMAN, G.; DE GUNST, M. Updating road maps by contextual reasoning. In: **2<sup>nd</sup> Workshop on Automatic Extraction of Man-Made Objects from Aerial and Space Images**, Ascona, 1997.

VOSELMAN, G.; DE KNECHT, J. Road tracing by profile matching and Kalman filtering. In: **Workshop on Automatic Extraction of Man-Made Objects from Aerial and Space Images**, p. 265-274, 1995.

WILLIAMS, D. J.; SHAH, M. A fast algorithm for active contours and curvature estimation, **CVGIP: Image Understanding**, N. 55, p. 14-26, 1992.

YANG, H.; KE-JU, K. Road extraction from remote sensing imagery based on road tracking and ribbon snake. In.: **Pacific-Asia Conference on Knowledge Engineering and Software Engineering**, p. 201-204, 2009.

ZHOU, J.; BISCHOF, W. F.; CAELLI, T. Road tracking in aerial images based on human - computer interaction and Bayesian filtering. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**. V. 61, N. 1, p. 108- 124, 2006.

ZLOTNICK, A.; CARNINE, P. D. Finding roads seeds in aerial images, **CVGIP: Image Understanding**, N. 57, p. 243-260, 1997.