

---

## MODELAGEM DO MOVIMENTO DA PLACA TECTÔNICA SUL-AMERICANA USANDO AS VELOCIDADES DAS ESTAÇÕES SIRGAS-CON

WANESSA DE OLIVEIRA SOUZA 1

SÍLVIO JACKS DOS ANJOS GARNÉS<sup>1,2</sup>

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

Centro de Tecnologia e Geociências - CTG

2 Departamento de Engenharia Cartográfica, Recife, PE

1 Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação

wanessa\_ffpnm@yahoo.com.br, [sjgarnes@gmail.com](mailto:sjgarnes@gmail.com)

---

**RESUMO** – Com a evolução do conhecimento, tecnologias como GNSS (*Global Navigation Satellite System*), SLR (*Satellite Laser Ranger*) e VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*), vêm contribuindo, no que diz respeito ao posicionamento de alta precisão. Com isso, a Geodésia incorpora em seus métodos de posicionamento, atualizações periódicas dos referências globais e de monitoramento da crosta terrestre. No tocante ao deslocamento da placa tectônica Sul-americana, alguns modelos de velocidade vêm sendo utilizados desde a virada do milênio, entre eles (MONICO, 2008): NNR-NUVEL-1A; APKIM2000; APKIM8.8; ITRF2000; COSTA, SANTOS e GEMAEL (2003); PEREZ, MONICO e CHAVES (2003); além desses o VEMOS2009 e SOUZA (2013). Como o Sistema Geodésico Brasileiro, SIRGAS2000, foi oficializado para época de referência 2000,4, então alguns posicionamentos atuais podem precisar realizar a redução até essa época de referência, um exemplo disso é o PPP. Fazendo uso de dados de 23 estações RBMC, distribuídas no território brasileiro, das velocidades SIRGAS-CON (<http://www.sirgas.org/index.php?id=148>), gerou-se um novo modelo com base no conceito de polo de Euler e compararam-se os resultados das velocidades com o modelo VEMOS2009 (atualmente utilizado pelo IBGE no serviço PPP online). O modelo VEMOS2009 também foi comparado com o de PEREZ, MONICO e CHAVES (2003) e o de SOUZA (2013). Os resultados mostraram o quão satisfatórios está o modelo gerado com o VEMOS2009, pois ao longo de 15 anos a discrepância máxima resulta em 3cm. Os modelos gerados por PEREZ, MONICO e CHAVES (2003) e SOUZA (2013) também mostram pequenas discrepâncias, chegando à máxima de 5,2cm e 2,5cm, respectivamente, ao longo de 15 anos.

**ABSTRACT** - With the evolution of knowledge, technologies such as GNSS (Global Navigation Satellite System), SLR (Satellite Laser Ranger) and VLBI (Very Long Baseline Interferometry), have contributed, with regard to high accuracy positioning. With this, the Geodesy incorporates in its positioning methods, periodic updates of the overall referrals and monitoring of the Earth's crust. Regarding the shift of the South American tectonic plate, some speed models have been used since the turn of the millennium, including (MONICO, 2008): NNR-NUVEL-1A; APKIM2000; APKIM8.8; ITRF2000; COSTA SANTOS and GEMAEL (2003); PEREZ, MONICO and KEYS (2003); and besides these the VEMOS2009 SOUZA (2013). As the Brazilian Geodetic System, SIRGAS2000, was officialized to the time reference 2000.4, then the current positioning of may need to perform a reduction for the time reference. Making use of data from 23 stations RBMC distributed in Brazilian territory, and with velocities SIRGAS-CON (<http://www.sirgas.org/index.php?Id=148>), we generated a new model based on the concept of Euler Pole and the results were compared with velocities VEMOS2009 model (currently used by IBGE in PPP online service). The VEMOS2009 model was also compared with that of PEREZ, MONICO and CHAVES (2003) and SOUZA (2013). The results indicate how satisfactory the model generated is with VEMOS2009 because in the 15 years results of the discrepancy maximum are of the 3cm. The models generated by PEREZ, MONICO and KEYS (2003) and Souza (2013) also show small discrepancies, reaching the maximum of 5.2 cm and 2.5 cm, respectively, over 15 years.

---



O vetor de velocidades das coordenadas cartesianas geocêntricas pode ser dado em função das seguintes equações (McCARTHY, 1996), (COSTA, SANTOS, GEMAEL, 2003):

$$\left. \begin{aligned} V_x &= \frac{\Delta x}{t} = \Omega_y Z - \Omega_z Y \\ V_y &= \frac{\Delta y}{t} = \Omega_z X - \Omega_x Z \\ V_z &= \frac{\Delta z}{t} = \Omega_x Y - \Omega_y X \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Onde:  $\Omega_x$ ,  $\Omega_y$  e  $\Omega_z$  são as componentes do vetor de velocidade de Euler  $\Omega$ ; e X, Y e Z são as coordenadas cartesianas do ponto P que sofreu a rotação  $\omega$  ao longo do tempo t.

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

O vetor de velocidades da equação (2) se relaciona com o versor do pólo de Euler ( $\bar{E} = E/||E||$ ) por meio das expressões (Souza, 2013):

$$\left. \begin{aligned} \Omega_x &= \frac{\bar{E}_x \omega}{t} \\ \Omega_y &= \frac{\bar{E}_y \omega}{t} \\ \Omega_z &= \frac{\bar{E}_z \omega}{t} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

As coordenadas cartesianas do polo de Euler para o modelo esférico são dadas por:

$$E = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \left. \begin{aligned} E_x &= R \cos \psi_0 \cos \lambda_0 \\ E_y &= R \cos \psi_0 \sin \lambda_0 \\ E_z &= R \sin \psi_0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

A longitude do pólo de Euler é obtida dividindo a segunda pela primeira das equações (4):

$$tg \lambda_0 = \frac{E_y}{E_x} \quad (5)$$

A latitude geocêntrica é obtida por:

$$tg \psi_0 = \frac{E_z}{\sqrt{E_x^2 + E_y^2}} \quad (6)$$

Pela suposição de que a placa é rotacionada no polo de Euler e tem o vetor de Euler definindo o eixo de rotação (raio vetor do pólo E ao centro da esfera), o que de fato é uma aproximação, pois o eixo de rotação em que a placa é rotacionada pode estar de fato, definido pela normal geodésica em algum ponto E sobre o elipsoide. Todavia, para a o modelo aproximado (esfera), pode-se relacionar a latitude geocêntrica  $\Psi$  com a latitude geodésica  $\varphi$  usando algum elipsoide de revolução de excentricidade ( $e$ ) mediante a equação (GEMAEL, 1977):

$$tg \varphi_0 = (1 - e^2)^{-1} tg \psi_0. \quad (7)$$

As equações de (1) a (7) definem o modelo que será utilizado nesse trabalho, para isto bastaria determinar o vetor de velocidades de Euler, Equação (2), onde as componentes entrariam como incógnita do modelo funcional paramétrico dado pela equação (1).

Num ponto de coordenadas cartesianas X, Y, Z se forem conhecidas as componentes do vetor de velocidades  $V_x$ ,  $V_y$  e  $V_z$  já seria possível obter o modelo de velocidade (ou também de deslocamento) da placa tectônica. No entanto, as incertezas de um modelo definido com apenas um ponto de velocidades seriam muito significativas, uma vez que qualquer erro em uma das coordenadas X, Y ou Z ou nas próprias velocidades  $V_x$ ,  $V_y$  ou  $V_z$  se propagariam as

incógnitas  $\Omega_x$ ,  $\Omega_y$  e  $\Omega_z$  sem a menor percepção do erro. Então, se um conjunto de pontos com velocidades conhecidas existir, pode-se obter uma estimativa dessas incógnitas (parâmetros do modelo) usando, por exemplo, o método dos mínimos quadrados e assim a confiabilidade no modelo aumentaria, inclusive podendo-se realizar análises estatísticas.

Considerando as equações residuais de mínimos quadrados da equação (1) para  $n$  pontos de velocidades conhecidas, o sistema de equações residuais lineares, ficariam definidos como:

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ r_{3n-2} \\ r_{3n-1} \\ r_{3n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Z_1 & -Y_1 \\ -Z_1 & 0 & X_1 \\ Y_1 & -X_1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & Z_n & -Y_n \\ -Z_n & 0 & X_n \\ Y_n & -X_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{x_1} \\ V_{y_1} \\ V_{z_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{x_n} \\ V_{y_n} \\ V_{z_n} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Na equação (8) a letra  $r$  está denotando os resíduos e  $\mathbf{r}$  em negrito o vetor dos resíduos. Essa notação é para não gerar confusão com as velocidades  $V$ 's que estariam no vetor das observações ( $\mathbf{Lb}$ ). A matriz de coeficientes dos parâmetros esta representada por  $\mathbf{A}$  e o vetor de velocidade de Euler ( $\Omega$ ) representado pelo vetor  $\mathbf{x}$ . Com essas notações, e ainda assumindo uma importante aproximação, de que as coordenadas das estações X, Y, Z não entram como observações no ajustamento, o modelo paramétrico torna-se:

$$\mathbf{r} = \mathbf{Ax} - \mathbf{Lb} \quad (9)$$

O modelo estocástico associado ao modelo funcional (9) na estimação dos parâmetros ( $\mathbf{x}$ ), neste trabalho, teve uma particularidade não muito comum por causa da precisão das velocidades do SIRGAS-CON. Por incrível que pareça para os pontos usados, resultaram todos  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0,0003\text{m/a}$  (ver Tabela 1). Desta forma o modelo estocástico ficou:

$$\mathbf{P} = \sigma_0^2 \Sigma^{-1} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma^2} \mathbf{I} \quad (10)$$

A estimativa  $\hat{\mathbf{x}}$  por mínimos quadrados pode ser obtida via solução das equações normais (GEMAEL, 1994):

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{Lb}). \quad (11)$$

A matriz de covariâncias dos parâmetros ajustados e os resíduos calculados são obtidos pelas equações (GEMAEL, 1994):

$$\mathbf{E}\hat{\mathbf{x}} = \hat{\sigma}_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \quad (12)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{Lb} \quad (13)$$

A variância da unidade peso estimada a posteriori, é calculada por:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{r}^T \mathbf{P} \mathbf{r}}{3n - \text{posto}(\mathbf{A})}. \quad (14)$$

Neste caso  $\text{posto}(\mathbf{A}) = 3$ , três colunas linearmente independentes na matriz  $\mathbf{A}$ . O denominador da equação (14) representa os graus de liberdade do ajustamento, sendo  $n$  o número de pontos com velocidades e coordenadas conhecidas.

Vinte e três estações bem distribuídas por todo o Brasil, pertencentes à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC/IBGE) e também fazendo parte da rede SIRGAS-CON, foram utilizadas para a modelagem da placa tectônica Sul-Americana (SOAM) no tocante ao território brasileiro. Nas extremidades da placa SOAM as deformações que ocorrem devidas as tensões entre placas com terremotos frequentes, impedem que o modelo usando o pólo de Euler seja uma boa solução (SOUZA, 2013), (GARNÉS e SOUZA, 2013). Essa é a razão para limitação deste tipo de modelagem à parte estável da placa. As estações utilizadas podem ser visualizadas na Figura 2.



Figura 2 – Localização das estações que compõe o modelo de deslocamento da placa tectônica Sul-Americana, para este trabalho.

As velocidades e as coordenadas SIRGAS-CON referentes à época 2005,0 em que foi usada neste trabalho são encontradas no site: < <http://www.sirgas.org/index.php?id=148>>, acesso em jun de 2014. A identificação das estações bem como suas velocidades, precisões e coordenadas seguem nas tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Velocidades e precisões das estações SIRGAS-CON.

Estações	Vx (m/a)	Vy (m/a)	Vz (m/a)	$\sigma_{vx}$ (m/a)	$\sigma_{vy}$ (m/a)	$\sigma_{vz}$ (m/a)
BRAZ	0,0001	-0,0051	0,0118	0,0003	0,0003	0,0003
BELE	-0,0029	-0,0038	0,0129	0,0003	0,0003	0,0003
MSCG	0,0010	-0,0052	0,0114	0,0003	0,0003	0,0003
GOJA	-0,0005	-0,0042	0,0118	0,0003	0,0003	0,0003
TOPL	-0,0006	-0,0048	0,0121	0,0003	0,0003	0,0003
SMAR	0,0025	-0,0064	0,0102	0,0003	0,0003	0,0003
BOMJ	0,0006	-0,0062	0,0121	0,0003	0,0003	0,0003
RNNA	-0,0012	-0,0041	0,0117	0,0003	0,0003	0,0003
BRFT	-0,0002	-0,0043	0,0130	0,0003	0,0003	0,0003
CHPI	0,0026	-0,0070	0,0105	0,0003	0,0003	0,0003
CUIB	0,0010	-0,0049	0,0101	0,0003	0,0003	0,0003
UFPR	0,0005	-0,0065	0,0105	0,0003	0,0003	0,0003
IMBT	0,0006	-0,0068	0,0105	0,0003	0,0003	0,0003
CRUZ	-0,0013	-0,0030	0,0109	0,0003	0,0003	0,0003
POVE	-0,0010	-0,0051	0,0108	0,0003	0,0003	0,0003
RJCG	0,0005	-0,0064	0,0108	0,0003	0,0003	0,0003
VICO	0,0021	-0,0059	0,0114	0,0003	0,0003	0,0003
BOAV	-0,0027	-0,0027	0,0121	0,0003	0,0003	0,0003
RECF	-0,0018	-0,0024	0,0122	0,0003	0,0003	0,0003
POAL	0,0033	-0,0073	0,0097	0,0003	0,0003	0,0003
ROJI	0,0002	-0,0052	0,0110	0,0003	0,0003	0,0003
RIOB	-0,0006	-0,0048	0,0104	0,0003	0,0003	0,0003
PRMA	-0,0005	-0,0056	0,0126	0,0003	0,0003	0,0003

Tabela 2 – Coordenadas das estações SIRGAS-CON.

Estação	X (m)	Y (m)	Z (m)
BRAZ	4115014,0809	-4550641,5633	-1741443,9541
BELE	4228139,0387	-4772752,0878	-155761,3050
MSCG	3468912,0697	-4870550,4328	-2213735,4631
GOJA	3761502,4068	-4767352,9918	-1946325,9199
TOPL	4174345,6180	-4690236,7117	-1118921,3605
SMAR	3280748,4118	-4468909,7577	-3143408,6331
BOMJ	4510195,8254	-4268322,3332	-1453035,2259
RNNA	5184572,5152	-3658358,2481	-644238,5761
BRFT	4985393,5300	-3954993,4135	-428426,7079
CHPI	4164613,8796	-4162456,8746	-2445028,8014
CUIB	3430711,3941	-5099641,5809	-1699432,8644
UFPR	3763751,6751	-4365113,8348	-2724404,6483
IMBT	3714771,5529	-4221851,0982	-2999473,8732
CRUZ	1883105,4491	-6035606,2568	-839206,2519
POVE	2774265,6202	-5662060,1295	-959415,9225
RJCG	4450354,2551	-3913332,7924	-2350256,3191
VICO	4373283,3118	-4059639,0606	-2246959,6638
BOAV	3117452,2158	-5555487,8340	314480,8077
RECF	5176588,6267	-3618162,1550	-887363,8491
POAL	3467519,4094	-4300378,5489	-3177517,6738
ROJI	2945010,5671	-5529377,0106	-1194259,2558
RIOB	2373576,7839	-5817088,3659	-1096515,6976
PRMA	3610720,8381	-4611288,4069	-2518636,2872

A fim de verificar se a solução encontrada com a metodologia apresentada tem alguma compatibilidade com os atuais modelos que estão sendo utilizados no Brasil, compararam-se os resultados encontrados com os seguintes modelos (SOUZA, 2013):

W.de O.Souza, S. J .dos A. Garnés

Quadro 1 – Quadro geral dos modelos existentes (parâmetros de rotação da Placa Sul-Americana).

Modelos	$\Omega_x$ (rad/m.anos)	$\Omega_y$ (rad/m.anos)	$\Omega_z$ (rad/m.anos)	$\omega$ (°/M.anos)
NNR-NUVEL 1A	- 0,00104	- 0,00152	- 0,00087	0,1164
APKIM8.8	- 0,00202	- 0,00093	- 0,00069	-
APKIM2000	- 0,00095	- 0,00116	- 0,00060	0,0925
COSTA; SANTOS; GEMAEI (2003)	- 0,00280	- 0,00167	- 0,00108	0,1971
PEREZ; MONICO; CHAVES (2003)	- 0,00090	- 0,00186	- 0,00073	0,1257
ITRF2000	- 0,00105	- 0,00122	- 0,00022	0,1130
VELOS 2009	Usa modelo com grade			
SOUZA 2013	-0,0014218600	-0,0011970247	-0,0005526803	0,1111

Fonte: Adaptado de Monico (2008).

Os modelos citados anteriormente estão implementados no módulo modelo SOAM @ versão 2014.06.29 do software AstGeoTop desenvolvido pelo segundo autor desse trabalho. Nele é permitida a inserção de novos modelos mediante as componentes do vetor de velocidade de Euler. Os parâmetros do vetor de Euler estimados, usando os dados das tabelas 1 e 2, foram obtidos por um dos componentes de modelagem do mesmo software que permite entrar com velocidades das estações e coordenadas. O ajustamento por MMQ é feito pelo modo sequencial, assim se pode analisar os resultados após a entrada de dados de uma nova estação.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com os dados das Tabelas 1 e 2, usando a ferramenta de modelagem de placa Tectônica do módulo SOAM @ versão 2014.06.29 do AstGeoTop, obteve-se os valores mostrados na Figura 3. Cabe aqui uma ressalva, foi observado que as precisões das velocidades estão superestimadas e como isso o teste global Qui-quadrado rejeita a hipótese de normalidade das observações ponderadas. No entanto, em vez de usar 0,0003m/ano como estimativa da precisão das velocidades, usou-se a precisão de 0,0009m/ano, ou seja, 0,9mm/ano, ainda abaixo do milímetro por ano. Isso leva a uma precisão mais realística das velocidades e com isso, para todas as estações utilizadas, a hipótese de normalidade das observações não foram rejeitadas, conforme mostra o relatório do ajustamento do programa AstGeoTop, no Quadro 02.

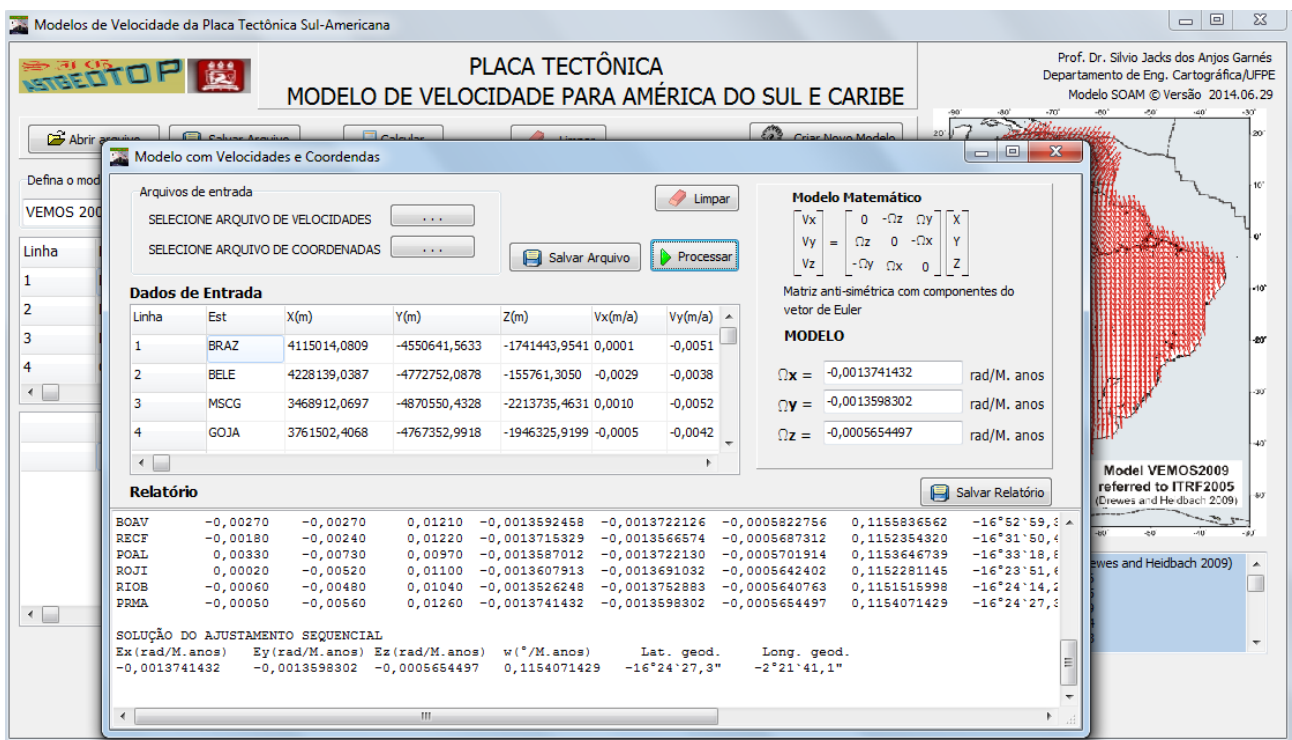


Figura 3 – Processamento da modelagem da placa tectônica Sul-Americana.

Fonte: Software AstGeoTop, modelo SOAM @ versão 2014.06.29.



Quadro 2 - ajustamento do parâmetro do vetor de Euler para velocidade da placa SOAM.

AstGeoTop Módulo: SOAM @ versão 2014.06.29  
 RELATÓRIO DA MODELAGEM  
 Vetor de velocidade e vetor de rotação de Euler determinados por ajustamento sequencial

Est	- Velocidades Observadas -			- Componentes Estimados do Vetor de Euler -			Parâmetros do Pólo de Euler no Elipsoide - Quadrática do ajustamento			A.Estatística		
	Vx	Vy	Vz	Ex(rad/M.anos)	Ey(rad/M.anos)	Ez(rad/M.anos)	w(°/M.anos)	Lat. geod.	Long. geod.	VTFV	sig_pos	Qui2 prob.95%
BRAZ	0,00010	-0,00510	0,01180	-0,0064810878	0,0042676976	0,0015868730	0,4538169627	11°37'59,0"	2°33'33,4"	0,286	não def.	não def.
BELE	-0,00290	-0,00380	0,01290	-0,0009914863	-0,0018687966	-0,0007520026	0,1286408730	-19°41'25,7"	-2°03'30,9"	0,935	0,312	OK
MSCG	0,00100	-0,00520	0,01140	-0,0009958737	-0,0018884376	-0,0007443674	0,1295447791	-19°20'29,6"	-2°03'21,9"	1,426	0,238	OK
GOJA	-0,00050	-0,00420	0,01180	-0,0009944683	-0,0018718051	-0,0007478001	0,1287795336	-19°33'15,1"	-2°03'33,0"	2,237	0,249	OK
TOPL	-0,00060	-0,00480	0,01210	-0,0010117288	-0,0018410840	-0,0007321977	0,1274660329	-19°20'07,4"	-2°04'23,8"	3,595	0,300	OK
SMAR	0,00250	-0,00640	0,01020	-0,0010899517	-0,0017453959	-0,0007104737	0,1247308774	-19°10'01,3"	-2°07'44,5"	4,418	0,295	OK
BOMJ	0,00060	-0,00620	0,01210	-0,0010848407	-0,0017513168	-0,0007190848	0,1250187212	-19°21'42,5"	-2°07'31,4"	8,571	0,476	OK
RNNA	-0,00120	-0,00410	0,01170	-0,0012133825	-0,0015708518	-0,0006552496	0,1197635894	-18°23'01,4"	-2°13'42,6"	10,142	0,483	OK
BRFT	-0,00020	-0,00430	0,01300	-0,0012320398	-0,0015629348	-0,0006387164	0,1197556607	-17°54'20,7"	-2°14'18,1"	14,183	0,591	OK
CHPI	0,00260	-0,00700	0,01050	-0,0012272242	-0,0015610626	-0,0006379367	0,1194992587	-17°55'22,1"	-2°14'13,3"	20,494	0,759	OK
CUIB	0,00100	-0,00490	0,01010	-0,0011603656	-0,0016116561	-0,0006434848	0,1196090592	-18°04'00,1"	-2°11'41,3"	26,615	0,887	OK
UFPR	0,00050	-0,00650	0,01050	-0,0012215761	-0,0015333090	-0,0006357300	0,1180826617	-18°04'48,4"	-2°14'36,7"	29,172	0,884	OK
IMBT	0,00060	-0,00680	0,01050	-0,0012936578	-0,0014461180	-0,0006216512	0,1167380664	-17°52'36,9"	-2°18'02,2"	31,708	0,881	OK
CRUZ	-0,00130	-0,00300	0,01090	-0,0013520812	-0,0013870336	-0,0005877094	0,1159781542	-16°59'08,2"	-2°20'36,4"	34,119	0,875	OK
POVE	-0,00100	-0,00510	0,01080	-0,0013374551	-0,0013991816	-0,0005932400	0,1159928821	-17°08'52,7"	-2°20'01,1"	41,761	0,994	OK
RJCG	0,00050	-0,00640	0,01080	-0,0013570641	-0,0013675070	-0,0005910921	0,1154632651	-17°09'53,0"	-2°21'08,5"	42,920	0,954	OK
VICO	0,00210	-0,00590	0,01140	-0,0013445104	-0,0013867140	-0,0005899443	0,1157136193	-17°05'32,1"	-2°20'26,7"	45,461	0,947	OK
BOAV	-0,00270	-0,00270	0,01210	-0,0013592458	-0,0013722126	-0,0005822756	0,1155836562	-16°52'59,3"	-2°21'05,2"	48,853	0,958	OK
RECF	-0,00180	-0,00240	0,01220	-0,0013715329	-0,0013566574	-0,0005687312	0,1152354320	-16°31'50,4"	-2°21'41,9"	53,922	0,999	OK
POAL	0,00330	-0,00730	0,00970	-0,0013587012	-0,0013722130	-0,0005701914	0,1153646739	-16°33'18,8"	-2°21'04,5"	58,596	1,028	OK
ROJI	0,00020	-0,00520	0,01100	-0,0013607913	-0,0013691032	-0,0005642402	0,1152281145	-16°23'51,6"	-2°21'11,3"	67,025	1,117	OK
RIOB	-0,00060	-0,00480	0,01040	-0,0013526248	-0,0013752883	-0,0005640763	0,1151515998	-16°24'14,2"	-2°20'52,4"	74,235	1,178	OK
PRMA	-0,00050	-0,00560	0,01260	-0,0013741432	-0,0013598302	-0,0005654497	0,1154071429	-16°24'27,3"	-2°21'41,1"	78,804	1,194	OK

SOLUÇÃO DO AJUSTAMENTO SEQUENCIAL

$\Omega_x$ (rad/M.anos)	$\Omega_y$ (rad/M.anos)	$\Omega_z$ (rad/M.anos)	$w$ (°/M.anos)	Lat. geod.	Long. geod.
-0,0013741432	-0,0013598302	-0,0005654497	0,1154071429	-16°24'27,3"	-2°21'41,1"

Os parâmetros resultado do ajustamento foram:  $\Omega_x = -0,0013741432$  rad/Milhões de Anos;  $\Omega_y = -0,0013598302$  rad/Milhões de Anos; e  $\Omega_z = -0,0005654497$  rad/Milhões de Anos. Em Souza (2013) ficou demonstrado que os modelos VEMOS 2009, PEREZ; MONICO; CHAVES (2003) e SOUZA (2013) apresentam menores discrepâncias entre si. Desta forma o modelo atual com os parâmetros encontrados por esse trabalho será comparado apenas com esses três modelos. A Tabela 3 traz os valores das velocidades em latitude e longitude em m/ano dos quatro modelos.

Tabela 3 – Velocidades em latitude e longitude em m/ano das estações da RBMC estimadas pelos modelos.

Estação	TRAB. ATUAL		SOUZA 2013		PEREZ <i>et al.</i> 2003		VEMOS 2009	
	V(lat)	V(long)	V(lat)	V(long)	V(lat)	V(long)	V(lat)	V(long)
BRAZ	0,01232	-0,00332	0,01185	-0,00351	0,01221	-0,00313	0,01235	-0,00377
BELE	0,01231	-0,00359	0,01185	-0,00353	0,01216	-0,00453	0,01250	-0,00449
MSCG	0,01217	-0,00269	0,01181	-0,00297	0,01155	-0,00217	0,01200	-0,00253
GOJA	0,01225	-0,00301	0,01185	-0,00324	0,01185	-0,00268	0,01196	-0,00314
TOPL	0,01231	-0,00344	0,01185	-0,00353	0,01217	-0,00370	0,01202	-0,00369
SMAR	0,01219	-0,00225	0,01182	-0,00268	0,01164	-0,00101	0,01215	-0,00185
BOMJ	0,01232	-0,00360	0,01178	-0,00374	0,01256	-0,00363	0,01262	-0,00406
RNNA	0,01214	-0,00381	0,01147	-0,00381	0,01300	-0,00441	0,01140	-0,00332
BRFT	0,01224	-0,00370	0,01162	-0,00368	0,01286	-0,00445	0,01180	-0,00359
CHPI	0,01233	-0,00336	0,01181	-0,00364	0,01244	-0,00264	0,01164	-0,00334
CUIB	0,01211	-0,00286	0,01178	-0,00306	0,01138	-0,00272	0,01200	-0,00361
UFPR	0,01230	-0,00290	0,01185	-0,00325	0,01209	-0,00197	0,01200	-0,00290
IMBT	0,01230	-0,00284	0,01184	-0,00323	0,01214	-0,00170	0,01200	-0,00260
CRUZ	0,01095	-0,00283	0,01093	-0,00289	0,00901	-0,00335	0,01165	-0,00106
POVE	0,01169	-0,00297	0,01150	-0,00305	0,01037	-0,00338	0,00995	-0,00441
RJCG	0,01230	-0,00367	0,01172	-0,00393	0,01269	-0,00303	0,01213	-0,00384
VICO	0,01232	-0,00356	0,01176	-0,00381	0,01260	-0,00299	0,01230	-0,00354
BOAV	0,01189	-0,00376	0,01164	-0,00363	0,01081	-0,00502	0,01155	-0,00319
RECF	0,01213	-0,00388	0,01145	-0,00392	0,01301	-0,00432	0,01170	-0,00311
POAL	0,01226	-0,00250	0,01184	-0,00293	0,01191	-0,00123	0,01227	-0,00193
ROJI	0,01181	-0,00288	0,01159	-0,00300	0,01064	-0,00312	0,01167	-0,00256
RIOB	0,01139	-0,00274	0,01128	-0,00285	0,00980	-0,00307	0,01209	-0,00098
PRMA	0,01224	-0,00275	0,01184	-0,00307	0,01183	-0,00198	0,01213	-0,00241



Outra tabela comparativa em termos da discrepância do vetor resultante das velocidades em latitude e longitude foi elaborada para verificar o comportamento dos modelos entre si. Usando o modelo VEMOS 2009 como referência, pelo fato de ser o modelo atualmente utilizado no IBGE para corrigir as coordenadas das épocas atuais à época de referência do SIRGAS2000, adotada para ser a época do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB): época 2000,4.

Tabela 4 – Discrepância na resultante horizontal entre os modelos em m/ano.

	VEMOS - T. ATUAL D. RESULT. (m/a)	VEMOS - SOUZA 2013 D. RESULT. (m/a)	VEMOS - PEREZ et al. 2003 D. RESULT. (m/a)
	0,00045	0,00056	0,00066
	0,00092	0,00055	0,00034
	0,00023	0,00097	0,00058
	0,00032	0,00073	0,00047
	0,00038	0,00055	0,00015
	0,00040	0,00121	0,00098
	0,00055	0,00057	0,00043
	0,00089	0,00088	0,00194
	0,00045	0,00074	0,00136
	0,00069	0,00056	0,00106
	0,00076	0,00091	0,00108
	0,00030	0,00072	0,00093
	0,00038	0,00074	0,00091
	0,00190	0,00167	0,00349
	0,00226	0,00111	0,00111
	0,00024	0,00065	0,00098
	0,00003	0,00059	0,00063
	0,00066	0,00072	0,00197
	0,00088	0,00091	0,00178
	0,00057	0,00098	0,00079
	0,00035	0,00108	0,00117
	0,00189	0,00141	0,00310
	0,00036	0,00087	0,00052
Máxima =	0,00226	0,00167	0,00349
Mínima =	0,00003	0,00055	0,00015
Média =	0,00069	0,00086	0,00115
D.padrão =	0,00058	0,00029	0,00083

A tabela 4 de discrepâncias mostra o quão satisfatórios estão os modelos em relação ao VEMOS 2009, e o contrário também seja dito, ou seja, o modelo VEMOS 2009, pelo menos para o território brasileiro tem uma consistência muito boa em relação aos dados da RBMC/SIRGAS-CON, pois ao longo de 15 anos daria um erro de no máximo 3cm na atualização da coordenadas a época do SGB. O modelo por PEREZ; MONICO; CHAVES (2003) também mostra boa consistência com resultados obtidos com os dados mais recentes. A comparação dos resultados do trabalho desse artigo com o de Souza (2013) mostra que nesses pontos a máxima discrepância foi de 0,68 mm/ano e uma mínima discrepância de 0,06mm/ano. Isso significa que ao longo de 15 anos daria uma diferença de no máximo 1cm na correção das coordenadas, por um dos dois modelos.

#### 4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram utilizadas 23 estações SIRGAS-CON espalhadas pelo Brasil e realizado a determinação dos parâmetros do vetor de Euler pelo método dos mínimos quadrados. As observações tiveram que ter a precisão aumentada de 0,3mm/ano para 0,9mm/ano para que o teste de hipótese não rejeitasse a normalidade das observações ponderadas ao nível de significância de 5%, isso mostra que existe uma superestimação na precisão das velocidades das estações. As coordenadas e velocidades das estações se referem à época 2005 conforme indicadas no endereço eletrônico do SIRGAS-CON <<http://www.sirgas.org/index.php?id=148>>, mas os resultados são totalmente consistentes com os encontrados por Souza (2013), com dados do processamento semanalmente pelo SIRGAS-CON, usando os anos de 2008, 2009, 2010 e 2011. O modelo encontrado mostrou também o quão consistente está o VEMOS 2009 com os dados de velocidades da placa Sul-Americana no território brasileiro.

Na ausência de um algoritmo interpolador das velocidades do VEMOS 2009, o modelo desenvolvido nesse trabalho é mais uma alternativa para uso na correção das coordenadas horizontais latitude e longitude para uma determinada época de referência, a exemplo, na redução da posição do Posicionamento por Ponto Preciso (PPP) para a época 2000,4 do SIRGAS 2000, atual SGB.

## AGRADECIMENTOS

Ao Programa de Pós-Graduação em Ciência Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação e ao Departamento de Engenharia Cartográfica da UFPE por proporcionar a infraestrutura para o desenvolvimento da Pesquisa. A Capes pelo apoio financeiro através da Bolsa de estudo concedida via pós-graduação. Ao CNPq pelo apoio concedido ao projeto: processo 487489/2012-08, MCI/CNPq – n.º14/2012.

## REFERÊNCIAS

COSTA, S.M.A.; SANTOS, M. C.; GEMAEL, C.. **A velocity field estimation of the Brazilian portion of the SOAM plate**. GPS solutions, (2003), 7, 186 – 193.

COSTA, S. M. A., DA SILVA, A. L. e LAGO, G. N. **Primeiro ano de atividades do Centro de Processamento SIRGAS – IBGE**. XXIII Congresso Brasileiro de Cartografia, Rio de Janeiro, RJ, 2007.

GARNÉS, S. J. A. AstGeoTop. **Software**. Recife-PE: Departamento de Engenharia Cartográfica. Universidade Federal de Pernambuco. Compilação nov. 2011.

GARNÉS, S. J. A.; SOUZA, W. O. **Comparação de modelos de velocidade da placa Tectônica sul-americana para redução de Coordenadas atuais à época do SGB**. VIII Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, Curitiba, 2013.

GEMAEL, C.: **Introdução a Geodésia Geométrica**: 1ª parte, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 1977.

GEMAEL C. (1994). **Introdução ao Ajustamento de Observações – Aplicações Geodésicas**. Editora da Universidade Federal do Paraná. Curitiba.

Greiner, B. (1999). Euler rotations in plate-tectonic reconstructions. Computers & Geosciences, 25(3): 209–216.

IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). **Resolução da Presidência n.º 1, de 25/02/2005 (R.PR 01/05)**. Rio de Janeiro: IBGE, 2005. 8p.

McCARTHY, D., (Ed.), **IERS Conventions, IERS Tech. Note 21**, Obs. de Paris, Paris, 1996.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: Descrição, fundamentos e aplicação**. 2ª ed. São Paulo: UNESP, 2008. 476p.

PEREZ, J. A. S., MONICO, J. F. G., CHAVES, J. C. **Velocity Field Estimation Using GPS Precise Point Positioning: The South American Plate Case**. Journal of Global Positioning systems. Vol. 2, nº 2, 2003.

SIRGAS. (2014). **Sistema de Referencia Geocêntrico para las Américas, Rede SIRGAS-CON**, <http://www.sirgas.org/index.php?id=148>, último acesso: 25/06/2014.

SOUZA, W. O. **Modelagem do movimento da placa tectônica sul-americana por meio de dados VLBI e GNSS**. Recife – PE, 2013. 177 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação), programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Pernambuco.