
ANÁLISE DA ACURÁCIA DE UMA REDE ALTIMÉTRICA LOCAL

LUCIENE FERREIRA GAMA ¹

ERMERSON DE VASCONCELOS SILVA ²

ANDRÉA DE SEIXAS ³

^{1,2} Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba - IFPB
Unidade Acadêmica de Design, Infraestrutura e Meio Ambiente
Curso Superior de Tecnologia em Geoprocessamento – IFPB
Av. 1º de maio, nº 720, Jaguaribe, João Pessoa-PB, 58015-430
{luciene.gama@ifpb.edu.br, ermerson.geoif@gmail.com}

³ Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
Centro de Tecnologia e Geociências – CTG
Departamento de Engenharia Cartográfica, Recife – PE
Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação
Av. Acadêmico Hélio Ramos, s/n Cidade Universitária, Recife-PE, 50740-530
aseixas@ufpe.br

RESUMO - Este trabalho tem como objetivo avaliar a acurácia de uma rede geodésica altimétrica de alcance local, para apóio as atividades de engenharia, utilizando nível analógico de precisão $\pm 2\text{mm/km}$ a partir das análises das Matrizes Variância-Covariância dos resíduos, das observações ajustadas e das altitudes e posteriormente, comparar estas altitudes determinadas com o nível analógico com as altitudes medidas com nível digital de precisão $\pm 0,3\text{mm/km}$. A rede altimétrica local implantada faz parte do projeto de Expansão da Rede Altimétrica da Cidade de João Pessoa e do projeto A contribuição da Geodésia Aplicada na Discretização de Edificações Prediais, em uma iniciativa de pesquisadores dos Laboratórios de Topografia e Geodésia do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB) e da UFPE. Esta rede não integra o SGB, sendo composta por doze Referências de Nível (RRNN), localizadas no Centro Histórico da cidade de João Pessoa. As Referências de Nível foram determinadas pelo método do nivelamento geométrico e ajustadas por Mínimos Quadrados utilizando o modelo dos correlatos. As incertezas resultantes da Matriz Variância-Covariância dos resíduos foram melhores que $0,0002\text{m}$ e melhores que $0,0003\text{m}$ para as Matrizes Variância-Covariância dos valores observados e das altitudes.

ABSTRACT - This study aims to evaluate the accuracy of an altimetric geodetic network of local reach to support engineering activities using an analog level of accuracy $\pm 2\text{mm/km}$ by analyzing variance-covariance matrices of the residual, adjusted heights and altitudes to afterwards compare determined altitudes with an analog level and with the altitudes measured with a digital level of accuracy $\pm 0.3\text{ mm / km}$. The implanted Local Altimetric Network is part of a project named Altimetric Network Expansion of the City of Joao Pessoa in conjunction with Contribution of Applied Geodesy in Discretization of the Construction Buildings project, an initiative of researchers from the Laboratory of Surveying and Geodesy, Federal Institute of Education, Science and Technology of Paraíba (IFPB) and Federal University of Pernambuco (UFPE). This network does not integrates the SGB, being composed of twelve benchmarks (RRNN), located in the historic center of João Pessoa's city. The benchmarks were determined by the method of leveling and adjusted by least squares using correlated models. Resulting uncertainties from the residual variance-covariance matrix were better than 0.0002 m and 0.0003 m for variance-covariance matrices of observed values and altitudes.

1. INTRODUÇÃO

A integração de redes locais a uma rede altimétrica consistente com os Sistemas Globais de Altitudes modernos ainda é um problema no Brasil, porque o conceito de altitude está intimamente relacionado com o problema de valor de Contorno da Geodésia Física. Esta questão precisa ser discutida do ponto de vista geométrico e físico. Em Ferreira (2011) é visto que as altitudes do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) foram obtidas por nivelamento geométrico dissociado de observações gravimétricas. Isto significa que somente a correção ortométrica-normal é aplicada. Um

ajustamento rigoroso para as redes de nivelamento requer a transformação para que os desníveis observados resultem em diferenças de potencial usando gravidade ao longo das linhas de nivelamento. Negligências das correções do efeito da gravidade para os circuitos de nivelamento resultam em grandes erros nas altitudes pertencentes à Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) do IBGE.

O Brasil vem desenvolvendo esforços com o intuito de modernizar seu sistema de referência altimétrico, revisando a definição e realização do mesmo. Outro problema a ser resolvido no Brasil é a não uniformidade na distribuição das referências de nível. Disto, resultam os vazios altimétricos em várias regiões do país, como exemplo, nas regiões Norte, Nordeste e Centro Oeste, onde são encontradas as maiores inconsistências no modelo do geopotencial do Brasil (MAPGEO2010). Estas inconsistências podem estar diretamente ligadas à realização das linhas de nivelamento geométrico nestas regiões.

Grande parte dos levantamentos altimétricos no Brasil é realizada adotando-se referências altimétricas arbitrárias. Esse fato é decorrente da ausência de Referências de Nível (RRNN) pertencentes à Rede Altimétrica de Alta Precisão do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), nas proximidades das áreas onde são realizados os trabalhos. A arbitrariedade das altitudes tem como consequência à realização de redes altimétricas sem vinculação ao Datum Vertical Brasileiro. Essa situação dificulta a realização dos trabalhos relacionados à Engenharia, como, por exemplo, a representação do relevo, geração de modelos geoidais, locação de túneis, redes viárias, redes elétricas, redes de água e esgoto, cotas limítrofes de inundação, construção de estradas, entre outros.

Neste contexto, o Laboratório de Topografia do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba em parceria com o Laboratório de Geodésia da Universidade Federal de Pernambuco vem realizando circuitos de nivelamento geométrico no sentido de reduzir o vazio altimétrico existente na cidade de João Pessoa –PB, atualmente contemplada com três referências de nível pertencente ao Sistema Geodésico Brasileiro.

A implantação de uma rede altimétrica é importante para melhorar a acurácia dos trabalhos de levantamentos, de forma a garantir a integridade e confiabilidade dos mesmos. A realização deste trabalho justifica-se pela necessidade de se ter coordenadas altimétricas referenciadas ao Sistema de Referência Vertical para a realização de trabalhos de Engenharia na cidade de João Pessoa. Na temática apresentada o objetivo deste trabalho consiste em analisar a acurácia de uma rede altimétrica, medida com nível analógico de precisão $\pm 2\text{mm/km}$, localizada no Centro Histórico da Cidade de João Pessoa e posteriormente, comparar com as altitudes medidas com nível digital de precisão $\pm 0,3\text{mm/km}$, anteriormente determinadas por Gama *et al.*,(2013) e Gama *et al.*,(2014), no intuito de expandir a estrutura geodésica altimétrica fundamental da cidade de João Pessoa.

2. CONTROLE DE QUALIDADE DA REDE ALTIMÉTRICA

O controle de qualidade do nivelamento geométrico neste trabalho foi realizado como descrito em Seixas *et al.*,(2014) partir da verificação do nível de luneta empregado; Em loco em função das observações realizadas em campo e seus respectivos desvios; A partir do cálculo do erro de fechamento nos circuitos de nivelamento geométrico e respectivos perímetros realizados e a partir do emprego de visadas equidistantes.

2.1 Método dos Mínimos Quadrados – Modelo dos Correlatos

Ao realizar um nivelamento geométrico ao longo de um circuito fechado, a soma dos desníveis deveria ser teoricamente nula. Os erros de medição proporcionam erros de fechamento, que servem como indicador preliminar da precisão das medidas e devem ser distribuídos no ajustamento (NIEMEIER, 2002).

O controle de qualidade da rede altimétrica será realizado aplicando-se as equações do Método dos Mínimos Quadrados – Modelo dos Correlatos. O Modelo dos Correlatos, também denominado Modelo de Equações de Condição, é o modelo utilizado no ajustamento quando se tratam de observações, sujeitas a equações de condição. O modelo matemático que caracteriza as observações condicionadas é descrito por (GEMAEI, 1994):

$$F(L_a) = 0 \quad (1)$$

A Equação 1 compreende o conjunto de equações de condição a serem satisfeitas pelas observações ajustadas. O Modelo dos Correlatos abrange apenas valores observados ajustados no qual F representa r funções e o vetor L_a tem dimensão $n \times 1$.

Envolvendo os valores observados no modelo, Equação 1, obtêm-se as equações de condição transformadas, acrescidas dos resíduos V_i , Equação 2.

$$L_a = L_b + V \quad (2)$$

Pode-se assim, representar o modelo matemático por:

$$F(L_b + V) = 0 \quad (3)$$

A função $F(L_b)$, dos valores observados, representa um erro de fechamento denominada por:

$$W = F(L_b) \quad (4)$$

Denomina-se por B a matriz das derivadas parciais,

$$B = \frac{\partial F}{\partial L_a} \quad (5)$$

Que corresponde ao modelo linearizado dos correlatos, envolvendo r equações de condição transformadas com n incógnitas, tendo-se as seguintes dimensões:

$$r B_n v_1 + r W_u = 0 \quad (6)$$

Os valores observados ajustados são obtidos a partir do vetor dos resíduos, Equação (8), resultando no vetor L_a Equação (5).

$$V = P^{-1} \cdot B^T \cdot K \quad (7)$$

2.1.2 Análise da qualidade do ajustamento

De acordo com (GEMAEL, 1994) no ajustamento das observações por Mínimos Quadrados (MMQ), os erros grosseiros e sistemáticos devem ser eliminados das observações antes da realização do ajustamento. Entretanto, para verificar se os referidos erros foram eliminados é necessário a verificação da qualidade dos valores ajustados, utilizando-se procedimentos estatísticos.

A Análise da Qualidade do Ajustamento é baseada na comparação entre $\hat{\sigma}_0^2$ (variância da unidade de peso a posteriori) e σ_0^2 (variância da unidade de peso a priori). Para esta análise é utilizado o teste Qui-Quadrado (χ^2) conhecido também como Teste Global do Modelo (TGM) ou Teste n-dimensional (MIKHAIL; GRACIE, 1981; FRASER, 2003).

O teste leva a formação de duas hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : E\{\hat{\sigma}_0^2\} = \sigma_0^2 \\ H_1 : E\{\hat{\sigma}_0^2\} > \sigma_0^2 \end{cases} \quad (8)$$

Para a validação de uma das hipóteses, compara-se a estatística calculada (T) dada por:

$$T = \chi_{calculado}^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \times gl \quad (9)$$

Sendo gl o grau de liberdade.

Na qual T tem distribuição χ^2 com graus de liberdade igual a $n-u$, com os valores teóricos da distribuição $\chi_{(S;1-\alpha)}^2$.

A hipótese nula H_0 não é rejeitada ao nível de significância α se $T < \chi_{(S;1-\alpha)}^2$. Caso contrário, $T > \chi_{(S;1-\alpha)}^2$, significando que há problemas no ajustamento, ou seja, a hipótese alternativa é rejeitada ao nível de significância de α . Desta forma, o ajustamento não é aceito, pois existem erros envolvidos.

Caso a hipótese básica seja rejeitada, uma análise criteriosa deve ser realizada para a investigação dos fatores que podem ser a causa da rejeição (GEMAEL, 1994). Uma vez validado o ajustamento são calculadas as matrizes: Variância – Covariância das observações dos resíduos (ΣV), Variância – Covariância dos valores observados ajustados (ΣL_a), Variância – Covariância dos parâmetros ajustados (ΣX_a).

3. MATERIALIZAÇÃO DA REDE ALTIMÉTRICA LOCAL

A metodologia deste trabalho contempla a implantação, medição, ajustamento e análise dos resultados das altitudes das Referências de Nível.

3.1. Área de estudo

A justificativa para adoção do Centro Histórico de João Pessoa como área de estudo é a necessidade da densificação de pontos geodésicos de referência, com coordenadas altimétricas conhecidas para o apoio as obras de engenharia, levantamento topográfico/geodésico e para referenciar os levantamentos cadastrais de representação tridimensional das edificações prediais históricas nesta Área. A Figura 1 mostra a localização da área de estudo e a distribuição das Referências de Nível.

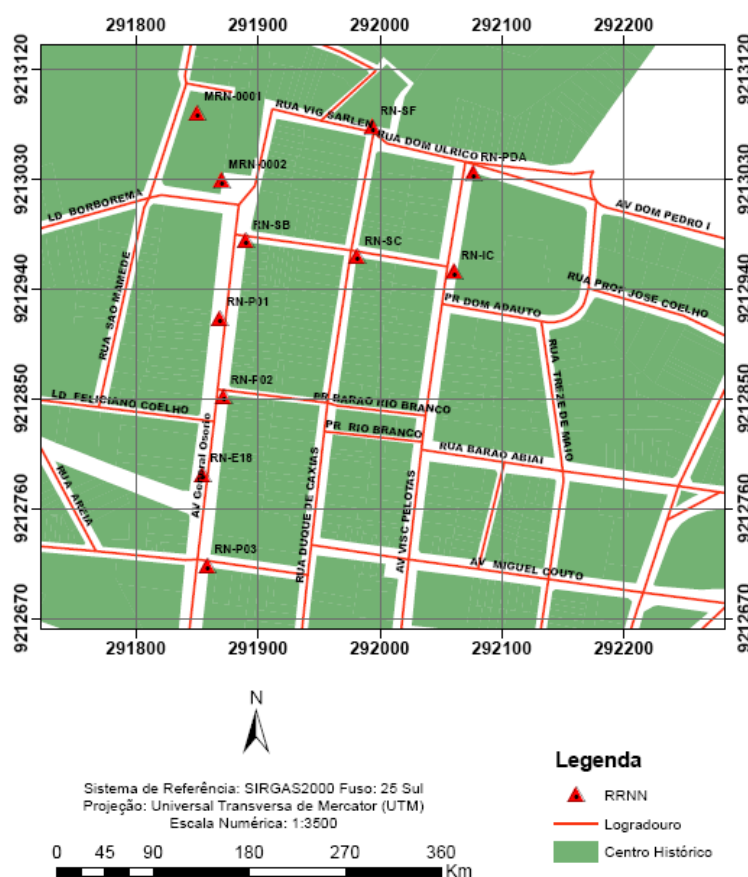


Figura 1 - Área de estudo, Centro Histórico de João Pessoa – PB. Fonte: (GAMA et al., 2014).

3.2. Medição e processamento da rede altimétrica

Para a medição da rede de nivelamento foi utilizado o nível analógico TOPCON (precisão $\pm 2\text{mm/km}$, 1km duplo nivelado) classificado pela NBR 13.133 (ABNT, 1994) como nível de precisão alta, mira de alumínio de 4m de encaixe e sapata. Para o ajustamento das observações foi utilizado o software *Scilab* 5.4.1.

A rede altimétrica é composta por 12 Referências de Nível (Figura 2) denominadas RN-396A, MRN0002, MRN0001, RN-SB, RN-E18, RN-SC, RN-IC, RN-PDA, RN-SF, RN-P01, RN-P02 e RN-P03. Sendo a Referência de Nível RN-396A pertencente ao circuito de nivelamento da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAP) do IBGE. A Referência de Nível RN-396A, com altitude de $47,2198\text{m} \pm 0,09\text{m}$, com data de cálculo em 15/06/2011, está localizada no lado direito da porta principal da igreja de Nossa Senhora das Neves.

Para a implantação das Referências de Nível foram utilizados pinos de superfícies abolidas esféricas, fixadas no meio fio e envolvidos com adesivos epóxis de alta resistência. Os experimentos foram realizados no entorno de várias quadras urbanas no centro historio de João Pessoa.

A rede altimétrica, composta por 12 (doze) Referências de Nível, foi medida pelo método de nivelamento geométrico. Destas, (9) nove foram medidas com nível digital Leica DNA – 03 (precisão $\pm 0,3\text{mm/km}$, 1km duplo nivelado) classificado pela NBR 13.133/94 como nível de precisão muito alta e 12 referência foram medidas com nível analógico AT-B4 da TOPCON.

As medições do nivelamento geométrico com o nível digital ocorreram durante a realização dos projetos: Expansão da Estrutura Geodésica Fundamental na Cidade de João Pessoa-PB, Edital n° 13/2012 – Pró-Reitora de Pesquisa e Inovação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba e Contribuição da Geodésia Aplicada para a Discretização de Edificações Prediais, edital CNPq/VALE S.A Forma – Engenharia n° 05/2012, processo n° 454844/2012-3 (GAMA et al., 2014). O nivelamento com nível digital foi realizado nos dias 30/05/2013 e 31/05/2013. Este envolve uma rede altimétrica composta por dois marcos de concreto, MRN0001 e MRN0002, localizados na Praça da igreja Nossa Senhora das Neves e 6 (seis) pinos metálicos, RN-SB, localizado próximo à igreja São Bento, RN-E18, localizado próximo ao Edifício 18, RN-SC, localizado entre as igrejas São Bento e Nossa Senhora do Carmo, RN-IC e RN-PDA, localizados na Praça da igreja Nossa Senhora do Carmo e RN-SF, localizado na calçada da Praça da igreja São Francisco. Este nivelamento foi executado partindo do referencial altimétrico do IBGE (RN396A), perfazendo no total 6 (seis) circuitos, compostos por 14 (quatorze) linhas de nivelamento geométrico (GAMA et al., 2014). A Tabela 1 mostra as coordenadas altimétricas ajustadas das Referências de Nível desta rede.

Tabela 1 – Altitudes ajustadas e suas incertezas com nível de confiança de 99,5%. Fonte: (GAMA et al., 2014).

REFERÊNCIA DE NÍVEL	H^a (m)	INCERTEZAS (m)
MRN0002(H_B)	46,82840	$\pm 0,0001$
MRN0001(H_C)	42,69633	$\pm 0,0001$
RN-SB(H_D)	47,03758	$\pm 0,0001$
RN-E18(H_E)	45,56069	$\pm 0,0003$
RN-SC(H_F),	46,43514	$\pm 0,0002$
RN-SF(H_G)	46,28558	$\pm 0,0002$
RN-IC(H_H)	44,34809	$\pm 0,0003$
RN-PDA(H_I)	45,62494	$\pm 0,0003$

O nivelamento geométrico com nível analógico envolve 12 (doze) Referências de Nível (RN-396A, MRN0002, MRN0001, RN-SB, RN-E18, RN-SC, RN-IC, RN-PDA, RN-SF, RN-P01, RN-P02 e RN-P03) formando 9 (nove) circuitos independentes, composto por 20 (vinte) linhas de nivelamento. As referências de Nível RN-P01, RN-P02 e RN-P03A estão localizadas na Avenida General Ozório. A Figura 2 mostra os circuitos realizados da rede de nivelamento geométrico medida com nível analógico.

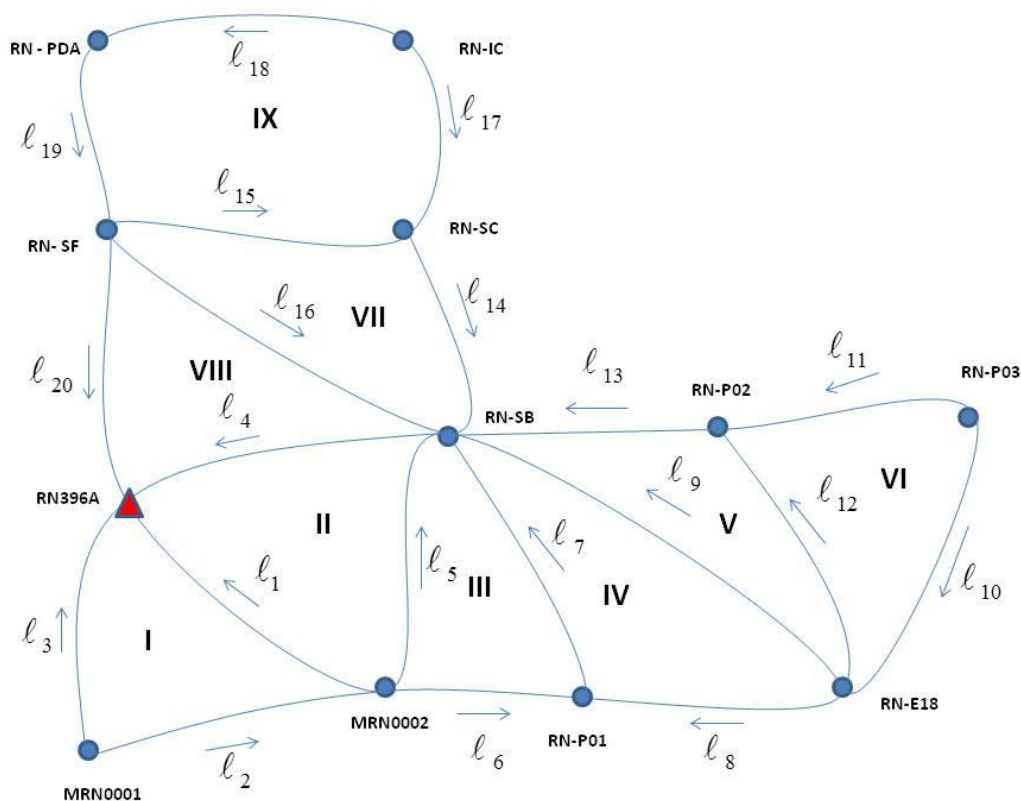


Figura 2 - Rede de nivelamento geométrico medida com nível analógico.

Para o controle das leituras realizadas nas miras foi calculada a média entre as leituras dos fios estadimétricos superior e inferior, comparando-a em seguida com a leitura do fio estadimétrico médio lido, sendo tolerável uma diferença de leitura inferior a 0,002m entre a média das leituras dos fios superior e inferior e a leitura do fio médio.

A Tabela 2 apresenta o erro de fechamento e o perímetro para cada circuito independente formado. Todos os erros de fechamento foram inferiores a 0,002 m.

Tabela 2. Linhas niveladas, perímetro e seus respectivos erros de fechamento para cada circuito.

Circuito	Linhas	Perímetro (Km)	Erro de fechamento (m)
I	l_1, l_2 e l_3	0,1449	0,002
II	l_1, l_4 e l_5	0,1591	0,000
III	l_5, l_6 e l_7	0,2432	- 0,001
IV	l_7, l_8 e l_9	0,4058	- 0,001
V	l_9, l_{12} e l_{13}	0,4037	- 0,001
VI	l_{10}, l_{11} e l_{12}	0,2906	0,002
VII	l_{14}, l_{15} e l_{16}	0,4198	0,000
VIII	l_9, l_{16} e l_{20}	0,5635	0,000
IX	l_{13}, l_{17}, l_{18} e l_{19}	0,3994	0,001

Para o ajustamento da rede de nivelamento utilizou-se como observações as diferenças de nível (ΔH) apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Diferenças de nível entre as RRNN.

SAÍDA	CHEGADA	Linha Nivelada	ΔH (m)	COMPRIMENTO DA LINHA(Km)
RN-396A	MRN0002	l_1	0,391	0,023
MRN0002	MRN0001	l_2	4,120	0,060
RN-396A	MRN0001	l_3	4,513	0,061
RN-396A	RN-SB	l_4	0,182	0,080
RN-SB	MRN0002	l_5	0,209	0,055
RN-P01	MRN0002	l_6	0,022	0,114
RN-SB	RN-P01	l_7	0,186	0,074
RN-P01	RN-E18	l_8	1,291	0,129
RN-SB	RN-E18	l_9	1,476	0,202
RN-E18	RN-P03	l_{10}	2,376	0,078
RN-P02	RN-P03	l_{11}	3,507	0,139
RN-P02	RN-E18	l_{12}	1,129	0,073
RN-SB	RN-P02	l_{13}	0,346	0,129
RN-SB	RN-SC	l_{14}	0,604	0,092
RN-SC	RN-SF	l_{15}	0,149	0,126
RN-SB	RN-SF	l_{16}	0,753	0,202
RN-SC	RN-IC	l_{17}	2,086	0,092
RN-PDA	RN-IC	l_{18}	1,277	0,082
RN-SF	RN-PDA	l_{19}	0,661	0,097
RN-396A	RN-SF	l_{20}	0,935	0,160

As coordenadas altimétricas da rede de nivelamento foram ajustados pelo Método dos Mínimos Quadrados com emprego das equações de condição, ao nível de 95% de confiança. Seguindo - se com a análise da qualidade com o Teste Global do Modelo (TGM).

Foram realizadas 20 linhas de nivelamento geométrico, representando os desníveis medidos, considerados neste modelo de ajustamento como 20 observações (l_b). As linhas de nivelamento geométrico envolveram 12 (doze) RRNN, sendo a altitude da RN396A considerada fixa, com uma altitude de 47,2198 m, e as demais consideradas incógnitas. Resultam assim, as equações de condição. Sendo $n = 20$ (vinte) o número de observações e $u = 11$ (onze) o número de incógnitas, resultando o grau de liberdade (gl) igual a 9 (nove). A precisão da Referência de Nível RN396A não foi considerada no ajustamento.

As equações de condição utilizam os valores das diferenças de nível (ΔH) entre as RRNN, apresentadas na Tabela 3. As equações de condição transformadas são escritas de acordo com a Equação (2):

Resultando na Equação (6):

$$\begin{aligned}
 l_1 + l_2 - l_3 + v_1 + v_2 - v_3 &= 0 \\
 -l_1 + l_4 + l_5 - v_1 + v_4 + v_5 &= 0 \\
 -l_5 + l_6 + l_7 - v_5 + v_6 + v_7 &= 0 \\
 -l_7 - l_8 + l_9 - v_7 - v_8 + v_9 &= 0 \\
 -l_9 + l_{12} + l_{13} - v_9 + v_{12} + v_{13} &= 0 \\
 -l_{10} + l_{11} - l_{12} - v_{10} + v_{11} - v_{12} &= 0 \\
 -l_{14} - l_{15} + l_{16} - v_{14} - v_{15} + v_{16} &= 0 \\
 -l_4 - l_{16} + l_{20} - v_4 - v_{16} + v_{20} &= 0 \\
 l_{15} - l_{17} + l_{18} + l_{19} + v_{15} - v_{17} + v_{18} + v_{19} &= 0
 \end{aligned} \tag{10}$$

Definidas as matrizes dos coeficientes (B) e vetor de fechamento (W), obtém-se a matriz dos pesos. A matriz dos pesos traz uma importante influência na qualidade do ajustamento.

3.3. Análise da qualidade da rede altimétrica

Para o cálculo da matriz variância da unidade de peso a priori foi utilizada a precisão do nível AT-B4 $\sigma_i = \pm 2mm \sqrt{k_i}$, tendo-se assim,

$\sigma_0^2 = 4 \times 10^{-6} \times k_i$, obtém-se:

$$P_{20 \times 20} = k_i^{-1} \tag{11}$$

Com base nestes experimentos, obteve-se a variância da unidade de peso unitário *a posteriori* ($\hat{\sigma}_0^2$): $\hat{\sigma}_0^2 = 6,8 \times 10^{-6}$.

Para a validação de uma das hipóteses compara-se o valor do χ^2 calculado, com os valores teóricos da distribuição $\chi_{(gl, 1-\alpha)}^2$.

Utilizando-se o teste Qui-Quadrado, χ^2 , apresentado no item 2, com 9 (nove) graus de liberdade tem-se:

$$\chi_{\text{calculado}}^2 = \frac{6,8 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-6}} \times 9$$

$$\chi_{\text{calculado}}^2 = 15,3$$

Com $\chi_{(9;0,025)}^2 = 2,700$ e $\chi_{(9;0,975)}^2 = 19,023$, o teste é aceito, pois a hipótese nula H_0 não foi rejeitada ao nível de significância de $\alpha = 5\%$ e o valor calculado para a forma quadrática $V^T P V$ de distribuição Qui-Quadrado: $\chi_c^2 = 15,3$ está dentro da região de aceitação.

Com o teste aceito são calculadas as Matrizes Variância-Covariância dos resíduos, das observações ajustadas e das altitudes.

Os resíduos com suas respectivas incertezas são dados na Tabela 4.

Tabela 4 – Resíduos e suas respectivas incertezas.

Resíduos	Valores dos resíduos (m)	Incertezas (m)	Resíduos	Valores dos resíduos (m)	Incertezas (m)
v_1	0,0002	$\pm 0,0002$	v_{11}	-0,0008	$\pm 0,0007$
v_2	0,0009	$\pm 0,0004$	v_{12}	0,0007	$\pm 0,0004$
v_3	-0,0009	$\pm 0,0004$	v_{13}	0,0006	$\pm 0,0006$
v_4	0,0003	$\pm 0,0005$	v_{14}	0,0000	$\pm 0,0004$
v_5	-0,0001	$\pm 0,0004$	v_{15}	-0,0003	$\pm 0,0007$
v_6	0,0008	$\pm 0,0006$	v_{16}	-0,0002	$\pm 0,0009$
v_7	0,0001	$\pm 0,0004$	v_{17}	0,0002	$\pm 0,0004$
v_8	-0,0008	$\pm 0,0006$	v_{18}	-0,0002	$\pm 0,0003$
v_9	0,0003	$\pm 0,0009$	v_{19}	-0,0003	$\pm 0,0004$
v_{10}	0,0005	$\pm 0,0004$	v_{20}	0,0001	$\pm 0,0008$

As observações ajustadas são dadas na Tabela 5.

Tabela 5 - Desníveis ajustados e respectivas incertezas.

Observações	ΔH^a (m)	Incertezas (m)	Observações	ΔH^a (m)	Incertezas (m)
l_1^a	0,391	$\pm 0,0003$	l_{11}^a	3,506	$\pm 0,0007$
l_2^a	4,121	$\pm 0,0004$	l_{12}^a	1,130	$\pm 0,0005$
l_3^a	4,512	$\pm 0,0004$	l_{13}^a	0,347	$\pm 0,0007$
l_4^a	0,182	$\pm 0,0004$	l_{14}^a	0,604	$\pm 0,0006$
l_5^a	0,209	$\pm 0,0004$	l_{15}^a	0,149	$\pm 0,0006$
l_6^a	0,023	$\pm 0,0005$	l_{16}^a	0,753	$\pm 0,0006$
l_7^a	0,186	$\pm 0,0005$	l_{17}^a	2,086	$\pm 0,0007$
l_8^a	1,290	$\pm 0,0007$	l_{18}^a	1,277	$\pm 0,0006$
l_9^a	1,476	$\pm 0,0006$	l_{19}^a	0,661	$\pm 0,0007$
l_{10}^a	2,376	$\pm 0,0006$	l_{20}^a	0,935	$\pm 0,0007$

As altitudes ajustadas das RRNN são obtidas, somando-se os respectivos desníveis ajustados.

$$\begin{aligned}
 MRN0002 &= RN396A - \ell^a_1 \\
 MRN0001 &= RN396A - \ell^a_1 - \ell^a_2 \\
 RN - SB &= RN396A - \ell^a_4 \\
 RN - P01 &= RN396A - \ell^a_4 - \ell^a_7 \\
 RN - E18 &= RN396A - \ell^a_4 - \ell^a_9 \\
 RN - P03 &= RN396A - \ell^a_4 - \ell^a_9 - \ell^a_{10} \\
 RN - P02 &= RN396A - \ell^a_4 - \ell^a_{13} \\
 RN - SC &= RN396A - \ell^a_4 - \ell^a_{14} \\
 RN - IC &= RN396A - \ell^a_4 - \ell^a_{14} - \ell^a_{17} \\
 RN - PDA &= RN396A - \ell^a_4 - \ell^a_{14} - \ell^a_{17} + \ell^a_{18} \\
 RN - SF &= RN396A - \ell^a_{20}
 \end{aligned}$$

A Matriz Variância – Covariância das altitudes ajustadas é obtida a partir da Equação (8):

$$\sum H = G * \sum L_a * G' \quad (12)$$

As altitudes ajustadas e suas respectivas incertezas são apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 – Altitudes ajustadas e suas incertezas com nível de confiança de 95%.

Referência de Nível	H ^a (m)	Incertezas (m)
MRN0002	46,829	±0,0003
MRN0001	42,708	±0,0004
RNSB	47,037	±0,0004
RN-P01	46,851	±0,0006
RNE18	45,561	±0,0008
RN-P03	43,185	±0,0009
RN-P02	46,691	±0,0008
RNSC	46,433	±0,0007
RNIC	44,347	±0,0009
RNPDA	45,624	±0,0009
RNSF	46,285	±0,0007

As incertezas provenientes da Matriz Variância – Covariância das altitudes ajustadas (Tabela 6) são inferiores a 0,0010mm.

As altitudes das Referências de Nível MRN0002, MRN0001, RN-SB, RN-E18, RN-SC, RN-IC, RN-PDA, RN-SF, calculadas a partir da realização do nivelamento geométrico com nível digital (Tabela 1) foram comparadas com as altitudes das Referências de Nível determinadas com nível analógico (Tabela 6), obtendo-se as discrepâncias mostradas na Tabela 7.

Tabela 7 – Discrepâncias das altitudes ajustadas das RRNN obtidas com nível digital Leica DNA 03 e nível analógico Topcon AT-B4.

Referências de Nível	Discrepância (m)
MRN0002	0,0006
MRN0001	0,0117
RN-SB	0,0006
RN-E18	0,0003
RN-SC	0,0021
RN-IC	0,0006
RN-PDA	0,0011
RN-SF	0,0010

Analisando a Tabela 7, a maior discrepância encontrada refere-se à Referência de Nível MRN0001 com valor igual a 0,0117m e o menor valor para a Referência de Nível RNSB com valor igual a 0,0003m. Estas estão condizentes com a incerteza esperada quando se utiliza nível analógico na realização de redes de nivelamento geométrico.

Tomando as discrepâncias da Tabela 7 pode-se dizer que o nível digital pode ser empregado para a determinação de altitudes para apoio as atividades de Engenharia.

4. CONCLUSÕES

O trabalho teve como objetivo avaliar a acurácia de 11(onze) Referências de Nível implantadas e medidas por nivelamento geométrico utilizando o nível analógico TOPCON AT-B4 de precisão alta, localizadas no centro histórico de João Pessoa. Para isto foi utilizada como referencia altimétrica a Referência de Nível RN-396A (altitude de 47,2198m ±0,09 m) da Rede Altimétrica de Alta precisão do Sistema Geodésico Brasileiro.

O ajustamento das coordenadas altimétricas das Referências de Nível foi realizado pelo Método dos Mínimos Quadrados, utilizando o modelo dos correlatos. Não foram detectados erros grosseiros nas observações realizadas. O ajustamento foi aceito pelo Teste Global do Modelo. De acordo com os testes de hipóteses realizados, verificou-se que o ajustamento destes pontos está dentro do intervalo de confiança estabelecido pela distribuição Qui-Quadrado ao nível

de significância igual a 5% em 95% de confiança. O maior e o menor resíduo foram encontrados para as observações l_2, L_3 e l_{20} com valores, respectivamente, de 0,0009m; -0,0009m e 0m.

Os valores das discrepâncias entre as altitudes determinadas com nível digital e com nível analógico são inferiores a 0, 0117m. A linha de nivelamento l_2 realizada com nível analógico apresenta um desnível de 4,120m, enquanto que esta mesma linha medida com nível digital tem desnível de 4,13190. Esta linha de nivelamento é localizada terreno íngreme, podendo as observações realizadas com nível analógico apresentar maior confiabilidade, o que justifica esta diferença. De maneira geral pode-se afirmar que o nível analógico pode ser empregado para trabalhos de Engenharia que não requerem maiores precisão, tornado-se desnecessário o emprego do nível digital de precisão muito alta para esta finalidade.

As altitudes das Referências de Nível apresentadas auxiliarão em trabalhos que envolvem estudos de reconstrução tridimensional de objetos, levantamentos topográficos/geodésicos e levantamentos cadastrais de patrimônios históricos, localizados no Centro histórico de João Pessoa. Estas Referências de Nível beneficiarão estudos desenvolvidos por instituições como: IFPB, Prefeitura Municipal de João Pessoa, Defesa Civil e IPHAN.

AGRADECIMENTO

A Pró-Reitoria de Pesquisa e Inovação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), Edital n° 13/2012, pela concessão de bolsa para a realização do projeto de Pesquisa, Expansão da Estrutura Geodésica Fundamental na Cidade de João Pessoa-PB, Edital n° 13/2012. E à Coordenação de Transportes pela concessão de veículo para a realização dos trabalhos de campo.

Ao CNPQ/VALE S.A. pela realização do Projeto A Contribuição da Geodésia Aplicada para a Discretização de Edificações Prediais, edital CNPq/VALE S.A Forma – Engenharia n° 05/2012, processo n° 454844/2012-3, pelo recurso financeiro disponibilizado e pelas bolsas ITI-B e ATP-B.

Aos alunos do Curso Superior de Tecnologia em Geoprocessamento do IFPB, Marcio Petterson Marques Oliveira e Michelle Gomes de Araújo pelo auxílio na realização do nivelamento geométrico.

REFERÊNCIAS

ABNT: NBR-13.133. **Normas Técnicas para a Execução de Levantamentos Topográficos.** 1994.

FRASER, C. S. *Least-Squares & Network Analysis.* Class Notes. University of Melbourne. Australia, 2003.

FERREIRA, V.G. **Solução do Tipo Brovar para o Segundo Problema de Valor de Contorno da Geodésia com Vistas à Modernização de Sistemas de Altitudes.** Tese de Doutora apresentado ao Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas. UFPR. 2011.

GAMA, L. F.; SEIXAS, A.; SILVA, E. V.; MARQUES, M. P.; ARAUJO, M. G. Implantação e Análise de Estruturas Geodésicas Altimétricas Medidas com Nível Digital. **IN: VIII COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS,** 2013, CURITIBA.

GAMA,L.F.; SEIXAS,A.; NAVES, J.M.; SILVA, E.V. **Controle de Qualidade De Levantamentos Cadastrais para a Homogeneização de Parcelas Territoriais Urbanas.** Trabalho Aceito para Revista Brasileira de cartografia. 2014.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas.** Curitiba: Editora da UFPR, 1994. 319p.

NIEMEIER, W. *Ausgleichsrechnung.* New York: De Gruyter Lehrbuch. 2002.

MIKHAIL, E. M.; GRACIE, G. *Analysis and adjustment of survey measurements.* New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1981.

SEIXAS,A.; GAMA,L.F.; NAVES, J.M.; SOUZA, A.M. **O Estabelecimento de Padrões de Referência Altimétrica Utilizando o Nivelamento Geométrico Para A Definição de Alvos Altos e Inacessíveis.** Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 20, n°2, p.388-410, abr-jun, 2014.