O ARGUMENTO CLÁSSICO DE UMA FILOSOFIA DA MATEMÁTICA A PARTIR DOS MODELOS GEOMÉTRICOS

Washington Luiz Martins da Silva*

O Autor pergunta se há um confronto entre a Filosofia e a Matemática, ou se é mais racional falar em Filosofia da Matemática, já que, desde a Antiguidade a maioria dos filósofos também foram matemáticos, e os verdadeiros matemáticos sempre foram de alguma forma filósofos. O A. se decide por uma Filosofia da Matemática, mostrando como a Filosofia e a Matemática sempre andaram de mãos dadas no processo do crescimento da racionalidade na civilização humana. A Filosofia e a Matemática dão consistência às outras ciências, possibilitando a compreensão do mundo como um todo e a medição de todo o mundo material geometricamente.

Existe uma histórica controvérsia de intelectuais a respeito da origem das ciências, especificamente a que poderia ter surgido em primeiro lugar. Esses confrontos teóricos ocorrem especialmente entre a História da Filosofia e a História da Matemática.

Diversos pesquisadores dessas áreas asseguram-nos que a História da Matemática começou no Oriente, certamente no segundo milênio a.C., atribuindo-se aos babilônios as primeiras contribuições no campo da Aritmética e da Álgebra. Os hindus, os chineses e os egípcios, também contemporâneos dos babilônios, podem ser identificados como os precur-

* *Washington Luiz Martins da Silva é professor do Departamento de Filosofia da UFPE.*

sores da Matemática. Porém, tais civilizações assemelharam-se no estudo dessa ciência, desenvolvendo uma matemática fundamentalmente empírica, onde os cálculos eram formalmente direcionados para o uso na agricultura e na estética arquitetônica.

De certa forma, sendo o sentido formal da Filosofia uma ciência indagadora das últimas causas, propondo, no sentido mais ortodoxo da palavra, dar respostas sobre a origem e o destino do homem, ela levanta a hipótese de que qualquer questionamento matemático foi anteriormente filosófico.

Se de um lado a Matemática, naquele período, era puramente empírica, do outro lado a Filosofia, também originária do Oriente, confundia-se com religião.

Surge assim a pergunta, com base na estrutura genealógica das ciências: Filosofia e Matemática ou Filosofia-Matemática?

A matemática é uma ciência racional tal como é a Filosofia, além de ser essencialmente idéia, usando como pontos básicos a lógica, advinda de Euclides, e a intuição Platônica, atingindo, por conseguinte, uma harmonia na sua análise e construção, caracterizando, sobremodo, generalidade e particularidade.

Como ciência de investigação, a Filosofia participa de um processo científico lento, considerando sua propriedade de assumir um comportamento indagador, não possuindo os preceitos de avançar tal como as demais ciências, especialmente definidas como exatas, as quais, pelas suas naturezas, prometem um imediato retorno de seus resultados à sociedade.

No intuito de fazer minimizar tais controvérsias de raízes, podemos pressupor uma junção epistemológica das duas

ciências em tela, fundamentando uma Filosofia Matemática, a qual pode ser nomeadamente cronometrizada a partir da época helenística quando Thales de Mileto e seu discípulo Anaximandro, no século VI a.C., fundaram a Escola Jônica, começando a fazer uso do pensamento nas investigações científicas, desenvolvendo o primeiro período naturalista, reconhecendo como o elemento originário de todas as coisas o ÁPEIRON indefinido e contínuo.

Esse perpétuo movimento serviu como fundamento básico para que no século V a.C. Pitágoras defendesse a tese de que a essência, o princípio primordial da realidade, fosse representado pelo número e pelas relações matemáticas. Pitágoras, como discípulo de Thales e fundador da Escola Itálica, deu impulso a uma Filosofia Matemática, tentando explicar a multiplicidade e o vir-a-ser pelos números pares e ímpares, como se fosse uma permanente luta dos opostos a justificativa harmônica da matéria e do espírito.

A descoberta, por Pitágoras, dos números incomensuráveis, foi marco necessário na história da humanidade para o reconhecimento de um novo grupo de números no universo matemático, ou seja, os números irracionais. Neste mesmo período, os gregos Eudóxio de Cnido e Zenão de Eléia já começavam a desenvolver um racioncínio intuitivo no cálculo Infinitesimal, pressentindo a resolução de Equações polinomiais de terceiro e quarto graus.

Os números pitagóricos serviram também para que Pierre de Fermat, em pleno Renascimento francês, desenvolvesse uma teoria dos números, a exemplo da sucessão dos números primos, a qual serviu por muito tempo como referencial de estudo para Karl Friederich Gauss e o enciclopedista Euler.

Mas, a fundamentação básica que estabeleceu, no decurso da História, uma Filosofia Matemática somente veio surgir, numa feição nitidamente idealista, através de Platão

imaginando números ideais que se encontravam além dos números. O idealismo platônico fez surgir a primeira geometria puramente racional através de Euclides, quando fez publicar no século III a.C. o tratado de Matemática, composto por treze volumes, intitulado "STOIKEIA" (Elementos).

Nesse período sistemático grego, a Geometria Euclideana distanciou-se das geometrias ortodoxas, principalmente por estas fundamentarem, basicamente, aspectos práticos e utilitaristas, relacionando-se com áreas e volume sem atingir qualquer tipo de ordenação lógica e demonstrativa.

Ao contrário, "Os Elementos" de Euclides comportavam uma profunda análise sobre Axiomas ou Postulados, separando o conjunto das proposições não-provadas das susceptíveis de prova (teoremas). Essa análise euclideana deu lugar para que no século XVIII Kant desenvolvesse sua teoria axiomática do "a priori".

Com a Geometria Euclideana obtivemos os primeiros presupostos de uma teoria de modelos, onde um modelo se encerra como uma estrutura de teorias de interpretação legítima composta por sentenças válidas. Um modelo evidencia, consequentemente, a característica programada, sistemática, metódica, orgânica e genérica das ciências que, por sua vez, se consolidam na certeza das leis demonstradas.

Em termos de lógica simbólica, poderíamos assim explicar: Dado um conjunto A de Sentenças de linguagem formalizada e um Sistema S. S será um modelo de A se qualquer sentença de A for verdadeira em S.

O Sistema da Geometria Euclideana fundamenta-se, basicamente, em seu conjunto de sentenças identificadas como postulados, estabelecendo os termos básicos não definidos, ou sejam, o ponto, a reta e o plano.

No Racionalismo cartesiano, o seu método de Geometria se identifica como um prologamento da Geometria de Euclides, fazendo obedecer aos seus cinco postulados através de um modelo em que as grandezas de figuras são transformadas em equações algébricas. Agora, dois grandes segmentos da matemática, ou sejam, a Álgebra e a Análise tornaram-se subsídios à Geometria.

Se por um lado Descartes introduziu um Sistema de Eixos denominados de Coordenadas Cartesianas (abscissa e ordenada), levando implicitamente a noção de dimensão, ordem e número, podemos reconhecer que a Geometria permitiu exprimir uma nova linguagem dos fenômenos materiais conjuntamente com os progressos da Álgebra e da Análise, e com o desenvolvimento da Cibernética, chegando ao ápice com a Teoria da Relatividade de Einstein quase dois séculos depois.

Nessa perspectiva podemos, sem dúvida alguma, entender a afirmação de Pitágoras de que "tudo são números", numa diversidade fundamental entre o comprimento, tempo e massa com a Lei da Relatividade, dando a Energia do Universo como constante, como se fosse uma grande Geometria.

Com a Geometria Analítica, encerra-se a fase da Geometria Grega. Se na Filosofia do Empirismo, no tocante às grandes descobertas científicas e à instalação da Química como Ciência, o modelo atribuído aos fenômenos naturais estariam reservados à conservação da Matéria e das Massas por Lavoisier e Proust, várias décadas depois, a Teoria da Relatividade atribuía à humanidade o modelo da Conservação da Energia.

A verdade é que René Descartes defendeu sua Geometria como sendo um grande modelo encaminhado para um discurso lógico, introduzindo a idéia de deduzir as soluções da própria suposição do problema resolvido, como se pretendesse submeter todo conhecimento a uma comparação de grandezas.

O Racionalismo Cartesiano não é propriamente uma filosofia, mas um sistema de idéias de tal modo relacionadas que atinge um fim ordenado. Estas idéias, afirma Paul Valéry, "já estão, sem dúvida, implícitas na geometria pura, onde é preciso supor, para se estabelecer que os sólidos não se alteram nos seus deslocamentos. Pode-se dizer que, a partir de Descartes, não se fez outra coisa senão mudar o que é imutável". A exemplo da conservação da quantidade de movimento, conservação da força viva, conservação da massa e da conservação da energia.

O "COGITO ERGO SUM", que muitos vêem como um postulado do Sistema Cartesiano e outros entendem como um puro silogismo, nada mais é do que uma relação de verdades onde o "Ver" não tem mais sentido, considerando que os fenômenos poderão ser percebidos diferentemente por uma ou outra parte. Do mesmo modo como se pode ver uma figura geométrica em sua imagem real ou vê-la através de pares ordenados de números.

Essa dicotomia entre o Ver e o Ser, do "penso, logo existo" ficou mais acentuada no fim do século XVIII, quando o francês Gaspard Monge instalou a Geometria Descritiva, tendo por fim a representação num plano, das figuras do espaço, de tal maneira que, nesse plano, se pudessem resolver todos os problemas relativos a essas figuras, fazendo obedecer ao modelo da Geometria Euclideana.

Em suma, Euclides trabalhou com o ponto, a reta e o plano. Descartes com o ponto e a reta num Sistema de Eixos em um plano, criando os pares ordenados. Monge trabalhou com o ponto, a reta e dois planos perpendiculares projetados num terceiro plano.

Os Modelos Geométricos a partir de Gaspard Monge somente surgiram em consequência do 5º postulado de Euclides, o que permitiu duas novas alternativas lógico-matemáticas, nomeadamente as Geometrias não-Euclideanas, através de Nicolai Ivanovich Lobatchewski e Riemann.

"Os Elementos" de Euclides propõe que deva existir uma relação entre uma grandeza que pode exceder-se mutuamente por multiplicação. Numa perspectiva axiomática, podemos verificar que esta sentença identifica-se com o postulado de Arquimedes assim definido: "Dados dois segmentos, existe um múltiplo do menor, que excede o maior".

Esta variação de grandezas nos garante a existência de Geometrias não euclideanas e não-arquimedeanas, levando a Filosofia Matemática à conquista de novos espaços.

Na Geometria Euclideana, o teorema de Thales nos mostra que a soma dos Ângulos internos de qualquer triângulo é sempre igual a 180 graus. Esse teorema é completamente obedecido pela Geometria Analítica de René Descartes e pela Geometria Descritiva de Gaspard Monge, considerando que os três modelos geométricos reduziam-se ao estudo das figuras em um único plano.

Na Geometria Lobatchewskiana, os ângulos internos de um triângulo têm sua soma inferior a 180 graus. O modelo geométrico por ele utilizado era o côncavo e não o plano.

Na Geometria Riemaneana, a soma dos Ângulos internos de um triângulo é maior do que 180 graus. Consequentemente, seu modelo geométrico empregado foi o convexo.

No início do século XIX, todos acreditavam que a unicidade das paralelas era simplesmente um fato, tanto na geometria como na Física. Lobatchewsky, na Rússia, levou a um novo tipo de Geometria que matematicamente era tão

boa quanto a conhecida Geometria de Euclides, provando que, por um ponto externo a uma reta dada, passa mais de uma paralela. Essa nova geometria veio a ser de grande utilidade à Física, a partir da Teoria da Relatividade de Einstein e com o advento da era Atômica.

Saccheri, na primeira metade do século XVIII, fundamentou a questão de que o 5º postulado de Euclides era uma proposição da Geometria e não da lógica, e em 1854, na Alemanha, Riemann surge com uma outra geometria não-euclideana, estabelecendo que por um ponto dado fora de uma reta dada, não se pode traçar nenhuma paralela.

Dentro das considerações feitas, podemos concluir que todas as geometrias são corretas, valendo ressaltar que é a grande característica de uma ciência racional seu elevado grau de abstração propondo à natureza humana para pensar ilimitadamente.

A História da Filosofia demonstra a existência de um variado número de correntes filosóficas cujas pretensões baseiam-se em um determinado sistema de um saber sobre o destino do mundo, do homem e o sentido de sua vida. Por conseguinte, cada corrente filosófica baseia-se numa dada reflexão intuitiva ou pragmática examinando a realidade por inteiro. A Filosofia, entendida como o conjunto global dessas correntes filosóficas, identifica-se como o grande sistema universal do saber.

Por sua vez, a Matemática examina apenas uma parte da realidade onde cada modelo, nascido da Razão humana, serve de caminho demonstrativo para a interpretação da realidade.

Mas, as correntes filosóficas e os modelos matemáticos que compõem seus respectivos sistemas, podem conduzir a um determinado ceticismo entre si, visto que, para cada um

compreende uma determinada interpretação. Se de um lado a verdade matemática se caracteriza pela sua exatidão e pelo rigor de suas previsões, do outro lado a verdade filosófica ultrapassa a verdade matemática, colocando-se numa perspectiva de uma ciência em que se busca uma ética humana.

Se no modelo do Racionalismo Cartesiano foi considerado o universo como uma grande Geometria, no Relativismo Einsteineano foi considerado o universo como a concentração de toda Energia. Não obstante, a Filosofia Pragmática, por exemplo, já atribuia em seu modelo o universo como uma grande experiência, obedecendo, por sua vez, às suas raízes empiristas. Finalmente, na Álgebra Linear identificamos um Corpo Numérico como um modelo de números complexos, fechado em relação às quatro operações.

Poderíamos então separar o Universo Matemático do Universo Filosófico? Como justificaríamos a questão dos modelos de um Universo como verdade teórica do outro Universo?

É necessária, pois, uma advertência contra qualquer tipo de equívoco que possa incidir nas concepções de heterogeneidade de modelo para as ciências, valendo ressaltar que o pressuposto de uma classificação formal das ciências possui sua relevância apenas nos aspectos metodológicos para uma pesquisa científica delimitada, não devendo, por conseguinte, ser pretendido um entendimento de suas áreas de concentração e abrangências numa perspectiva puramente Racional, mas necessariamente lógica.

Neste sentido, podemos considerar que as concepções isoladas das ciências recaindo, por conseguinte, em um sentido dogmático ou até mesmo estóico faz urgir a necessidade de refletir as origens das duas ciências em tela a partir de uma filosofia Matemática, haja vista que seus estabelecimentos como ciências somente iniciaram a partir da criação das

Geometrias as quais pretenderam, através do Racionalismo, estabelecer modelos que possibilitassem a consistência de novas ciências.