GEOMETRIA E CONHECIMENTO
Pelo Ensino do Desenho no Brasil.*

Jarbas Maciel**

"Ubi matéria, ibi geometria"
(Johannes KEPLER)

Quando KEPLER escreveu estas palavras, verberando os que então descriam da geometria como o que hoje chamaríamos de "modelo" ideal de explicação do universo, não passava de um rapaz de pouco mais de 20 anos. Recém-nomeado astrônomo de Graz, ele anotava cuidadosamente esta sua descoberta: "(...) Deus, ao criar o universo e fundar a ordem cósmica, tinha em vista os cinco sólidos regulares da geometria, conhecidos desde os tempos de PITÁGORAS e PLATÃO". Este seria, de fato, o tema central de seu primeiro livro, "Mistério Cosmográfico", verdadeiro "best-seller" da chamada Revolução Científica da Renascença, então em plena efervescência. Perto do fim, ele ainda publicaria "As Harmonias do Mundo", onde derivar a "harmonia das esferas celestes" da relação de parentesco entre as armaduras das escalas musicais, os monetários planetários e os cinco poliedros regulares - cubo, tetraedro, dodecaedro, icosaedro, e octaedro (nessa ordem).

Essa intuição de KEPLER é realmente notável. Os paradigmas de interpretação da ordem cósmica têm variado historicamente entre duas posturas-limite, uma que privilegia uma concepção discreta ou aritmética da realidade; outra que dá a primazia a uma interpretação de continuum ou geométrica dos fenômenos. KEPLER, ao introduzir pela via geométrica o seu

---

* Palestra de abertura do XI Simpósio Nacional de Geometria Gráfica, em 09.10.94, no Centro de Artes e Comunicação da UFPE.

** Jarbas Maciel é ex-Professor do Departamento de Filosofia da UFPE.

conceito de "harmonia das esferas", estava antecipando algumas das conclusões mais surpreendentes da Física relativista e da Cosmologia de nossos dias.

É realmente uma intuição de gênio, porque, entre outras coisas, conduz diretamente ao que poderíamos chamar de problema filosófico central da Geometria-uma questão em geral tida como abstrusa, mas cuja solução conduziu rapidamente ao esboroamento da Física Clássica e à superação definitiva do modelo cosmológico newtoneano pela geometrodinâmica de EINSTEIN/WHEELER.

Durante séculos a interpretação filosófica da Geometria permaneceu a mesma. A geometria era considerada a exceção no quadro todo do conhecimento da realidade. Em geral, todo conhecimento do mundo físico não passava, no fundo, de mera opinião. Porque se originava dos sentidos, os quais podem conduzir facilmente ao erro se não controlados permanentemente pela razão. Só a Geometria escapava a esse destino, já que unicamente suas proposições podiam ser demonstradas matematicamente. É de fato por demais conhecido o fascínio que EUCLIDES exerceu sobre a imaginação de filósofos e cientistas sem conta, todos empenhados em expor seus resultados e suas teorias more geométrico, à moda geométrica. Os nomes de SPINOZA, com sua "Ética", e de KANT, com sua "Crítica da Razão Pura", vêm logo à lembrança e servem para salientar o quanto demorou até que este dilema filosófico da Geometria fosse definitivamente superado.

A superação do problema consistiu precisamente na descoberta e desenvolvimento do chamado método axiomático.

Tudo começou com a revivescência, no século XVIII, do método geométrico pelas mãos de Michel CHASLES, que se queixava amargamente da opinião geralmente emitida pelos matemáticos de seu tempo, segundo a qual "(...) a geometria era língua morta que, no futuro, não haveria de ter qualquer utilidade ou influência". CHASLES lhes contrapõe as opiniões de Joseph Louis LAGRANGE, um grande analista que, entretanto, se rendia

à superioridade dos métodos geométricos; Lambert Adolphe QUETELET, astrônomo belga de grande fama que, no desenvolvimento da estatística, valorizava sobremaneira a aplicação da geometria; Gaspar MONGE, o inventor da Geometria Descritiva e seus alunos ilustres, dentre os quais Lazare CARNOT- pai do grande físico Sadi CARNOT - e Jean Victor PONCELET, que muito contribuíram para o desenvolvimento da Geometria Projetiva. A esses nomes ilustres devemos acrescentar os dos matemáticos que iniciaram a crítica aos fundamentos da Geometria, a partir da pesquisa sobre o famoso axioma das paralelas e cujo desfecho todos conhecemos tão bem - a descoberta das geometrias não-euclideanas: Georg KLUGEL, Johann LAMBERT, este mesmo que deu a primeira demonstração rigorosa da irracionalidade do número pi; Carl F.GAUSS, que chamou primeiramente sua nova geometria de "geometria anti-euclideana", depois mudou - pasmem! - para "geometria astral" e, finalmente, geometria não-euclideana; Nikolai I. LOBATCHEVSKY, cuja obra de 1826 foi republicada várias vezes, até que, em 1855, já cego, ele a refunde sob o título de "Pangeometria"; e, finalmente, János BOLYAI, cujas descobertas no que ele chamava de "geometria absoluta" o conduziram às mesmas conclusões de GAUSS e LOBATCHEVSKY.

Estamos aqui diante de um momento grandioso da História da Matemática. Por um lado, ganhava-se a consciência de que não só as geometrias métricas, mas também as geometrias não-euclideanas constituíam, no fundo, especializações da Geometria Projetiva, a qual, portanto, se revelava como a mais fundamental. Quer dizer, a Geometria Projetiva é logicamente anterior à geometria euclideana, porque lida com propriedades qualitativas e descritivas que estão presentes na própria formação das figuras geométricas, além do que não utiliza a medida das linhas e dos ângulos. Por outro lado, ficava muito claro que as geometrias eram, no fundo, criações da mente humana, embora com fundamentos nas propriedades físicas (portanto objetivas) do

espaço, mas sem constituírem idealizações exatas dele. Este será um tema central, daí por diante, em toda pesquisa de Fundamentos da Matemática, sendo retomado particularmente por Kurt GÖDEL principalmente em sua produção mais recente. Toda essa elaboração impunha uma completa revisão da base axiomática da Geometria. Moritz PASCH iniciaria essa revisão, que só terminaria com os trabalhos de Felix KLEIN e David HILBERT, na transição para o século atual.

PASCH começou pela crítica de noções tipicamente euclideanas como "ponto", "linha" e "plano", que não são, a rigor, definidas nos "elementos". Por exemplo, definir "ponto" como aquilo que não tem "partes" meramente transfere a questão do âmbito da Geometria - portanto da Matemática - para o âmbito da Ontologia, pois que é aí, e somente aí, que se pode definir noções como "todo", "parte", "coisa", "propriedade", "relação", etc. Assim, na medida em que EUCLIDES se circunscrevia ao domínio da Geometria, nessa mesma medida suas definições resultavam incompletas. PASCH foi levado, assim, paulatinamente, à mesma concepção de "ciência dedutiva" de ARISTÓTELES, quando, nos Analíticos Posteriores, ele observa que pelo menos alguns conceitos devem permanecer indefinidos, sob pena de se cair numa regressão infinita, ou de se fazer a Geometria fundar-se em conceitos de outra ciência (a Física, por exemplo). Em Geometria, assim, "ponto", "linha", "plano" devem ser escolhidos como termos indefinidos. Tudo o que se pode dizer deles deverá estar já dito unicamente pelos axiomas. Da mesma maneira, nem todo enunciado poderá ser demonstrado em Geometria - por exemplo, mesmos axiomas. Todos os demais enunciados estarão, implícita ou explicitamente, referidos a esses axiomas, os quais, em si mesmos, dispensam demonstração.

Por que esses enunciados particularíssimos dispensariam demonstração? A resposta usual - "porque são evidentes" - pode parecer uma solução, mas na verdade suscita um problema mais difícil ainda: que significa ser "evidente"?

Esta pergunta leva de volta à Ontologia. O significado de um conceito, ou a verdade de uma proposição podem ser ''evidentes'' porque são referidos à experiência. Tudo bem - mas isto, do ponto de vista lógico (que é o que interessa à Matemática) não tem relevância. Em seu Vorlesungen über neuere Geometrie, de 1882, PASCH afirma clara e desassombradamente: "(...) Se a geometria tiver de ser uma ciência dedutiva" (note-se como ele usa a mesma expressão de ARISTÓTELES), "é essencial que o modo em que as inferências são feitas deve ser independente do significado dos conceitos geométricos, como também das figuras; tudo o que é preciso considerar são as relações entre os conceitos geométricos estabelecidos nas definições e teoremas". Por isso PASCH é considerado um divisor de águas na História da Geometria. A partir de Vorlesungen, os matemáticos aprenderam a formular cuidadosamente suas definições e seus axiomas. Foram alertados, também, para o fato de que um sistema completo de axiomas para a Geometria terá de ser algo bem mais complexo do que o sistema de EUCLIDES.

Apesar disso, a solução definitiva do problema filosófico da Geometria ainda teria de esperar pelo Grundlagen der Geometrie de David HILBERT, que é de 1899.

É notável a maneira (filosoficamente corretíssima) com que HILBERT coloca as coisas nos seus devidos lugares: "(...) wir denken uns (...) - "Nós imaginamos três tipos de coisas (...) chamadas 'pontos' (...), 'linhas' (...), 'planos' (...) Nós imaginamos pontos, linhas e planos em certas relações (...) denominadas 'sobre', 'entre', 'paralelo a', 'congruente' (...)". Em seguida, HILBERT enumera os axiomas a serem obedecidos por esses entes e essas relações "imaginadas".

Ao "imaginar" essas coisas e relações, HILBERT cortou de uma vez o cordão umbilical que, durante séculos, ligava a Geometria à experiência real. A partir daí a Geometria deixa de ser Física, para tornar-se Matemática pura. Quer dizer, os axiomas não constituem necessariamente a expressão de

verdades evidentes. Eles nem sequer precisam ser "verdades". Os conceitos fundamentais da Geometria são, assim, estabelecidos implicitamente pelos axiomas. E é tudo o que importa à Geometria. Se a Geometria lida ou não com as propriedades físicas do espaço, às quais nós só teríamos acesso através dos sentidos, eis o que não vem ao caso para HILBERT. Com seus Grundlagen ele separa definitivamente a Geometria do espaço sensorial.

Esse extraordinário "turning point" na História da Geometria terá uma repercussão devastadora na Epistemologia Científica, na Ontologia moderna e no próprio arraial da ciência. Numa conferência hoje tornada clássica, de 1921, sob o título significativo de Geometrie und Erfahrung, EINSTEIN afirmava e confidenciava: "Na medida que os teoremas matemáticos se referem à realidade, eles não são seguros, e na medida que eles são seguros, eles não se referem à realidade (...) O progresso resultante da axiomática consiste na nítida separação da forma lógica e dos conteúdos intuitivo e real (...) Os axiomas são criações voluntárias da mente humana (...) A esta interpretação da geometria eu atribuo grande importância, pois se eu não a tivesse conhecido, eu jamais podia teria podido desenvolver a teoria da relatividade".

A aplicação do método axiomático a praticamente todos os ramos da matemática parecia confirmar o sonho de HILBERT de formalizar não só a Geometria, mas também a aritmética e a análise. De fato, no final do século XIX a matemática parecia estar se reduzindo a uma vasta coleção de estruturas, cada uma das quais construída logicamente em cima de seu próprio sistema de axiomas. A crença na universalidade do método axiomático, entretanto, estava apoiada sobre uma base muito frágil, que GAUSS, RIEMANN e o próprio HILBERT tinham se encarregado de destruir - a idéia de que a matemática tem que ver com a verdade dos fenômenos naturais. Essa idéia é muito antiga, afundando raízes no século VI A.C., quando os gregos pré-socráticos começam a conhecer a natureza como algo

racionalmente estruturado, de modo que todo o fenômeno natural na verdade obedecia a um plano preciso e invariável, em última análise um plano matemático. N'A República PLATÃO afirma claramente que a realidade por traz da aparência dos fenômenos, ou seja, aquilo que lhe é essencialmente verdadeiro, é matemático. A matemática se apresenta, assim, como o verdadeiro fundamento do real. O que nós percebemos através dos sentidos, dizia PLATÃO, não passa de uma representação imperfeita do mundo real. A realidade e a inteligibilidade do mundo físico só podem ser compreendidas com o auxilio da matemática, pois "Deus geometriza eternamente". A Geometria era, assim, aos olhos de PLATÃO, a chave para a compreensão do universo. Como se vê, é a mesma idéia de KEPLER, com sua "música das esferas". É a mesma idéia, também, de GALILEO, quando afirmava que o livro da natureza está "escrito em língua matemática -os símbolos dessa linguagem são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, sem cujo auxilio é humanamente impossível compreender uma única "palavra" desse livro (...) A natureza é simples e ordenada; seu funcionamento é regular e necessário. Ela age de acordo com leis matemáticas perfeitas e imutáveis (...) A razão divina é a fonte da racionalidade da natureza. Deus colocou no universo uma necessidade matemática rigorosa (...) o conhecimento matemático é, portanto, não somente a verdade absoluta, mas é também tão sacrossanto quanto qualquer linha das escrituras". É a mesma idéia, ainda, que move o pensamento de NEWTON, ao conceber o universo como algo controlado por algumas leis matemáticas - as leis da gravitação universal, - leis essas por sua vez deduzidas a partir de um conjunto de princípios físicos capazes de serem expressados matematicamente. Visão grandiosa, esta, que decifra desde os mistérios da queda de uma maçã e das marés oceânicas, passando pelas trajetórias dos planetas e de seus satélites, até a aparição dos cometas e a "dança de Shiva" das estrelas e das galáxias mais longínquas.

Foi essa idéia, antiga quão venerável, que os geômetras a partir do século XVIII revolucionaram, mostrando, com o auxílio do método axiomático, como construir diferentes mundos geométricos.

Uma vez resolvido o velho problema filosófico da Geometria, a ciência de nossos dias se encarregaria de revelar como fenômenos aparentemente tão díspares quanto a gravidade, o tempo e a matéria tornando-se, juntamente com o espaço, meros aspectos da estrutura geometro-dinâmica do universo físico.

O princípio de ordem do universo pode assim bem ser o princípio de ordem de nossa própria razão. Isto explica o poder da teoria matemática de captar essa ordem e essa estrutura da realidade.

Mas, como tudo deve ter o seu preço, o trabalho desses geômetras levou, também, à constatação desconcertante de que nossa razão é essencialmente limitada, como apregoavam todos os antigos códices religiosos.

O sonho de HILBERT, afinal - o de formalizar toda a matemática -, jamais poderia ser realizado integralmente. E o que é mais irônico ainda: o golpe desfechado sobre o programa da escola formalista sairia das mãos de dois matemáticos contemporâneos, Kurt GÖDEL e Alonso CHURCH que, com a demonstração de um punhado de teoremas poderosíssimos, estabeleceram definitivamente a natureza das limitações internas de todo sistema formal (sistema lógico de base axiomática).

Para que o sonho de HILBERT pudesse ser realizado, seria preciso que os sistemas formais construídos para axiomatizar as teorias fossem consistentes, isto é, livres de contradição. A demonstração da consciência de um sistema formal, portanto, passaria a constituir a preocupação central dos matemáticos.

Até 1930 julgava-se que o conjunto das proposições que são demonstráveis em um sistema formal consistente incluía todas as proposições verdadeiras desse sistema. Em 1931

GÖDEL demonstrou alguns teoremas que nos dizem que não é assim. O primeiro teorema de GÖDEL, por exemplo, convenientemente parafraseado, afirma que "dado um sistema formal adequado (quer dizer, consistente), existem proposições indecidíveis nesse sistema, isto é, proposições P tais que nem P nem não-P são demonstráveis".

As implicações filosóficas deste teorema são terríveis.

Como P e não-P constituem proposições contraditórias, uma delas deve exprimir uma sentença verdadeira. Conseqüentemente, haverá no sistema formal - a Geometria adequadamente axiomatizada -, uma proposição que exprime uma frase verdadeira e que, no entanto, não pòde ser demonstrada. O sistema é, assim, irremediavelmente incompleto. Suponhamos que, na tentativa de contornar a dificuldade, o sistema formal seja enriquecido com novos axiomas. Inútil: o novo sistema conterá ao menos uma proposição que sabemos ser verdadeira, mas que não poderá ser demonstrada no sistema - e assim ad infinitum. Esse resultado nada tem de abstruso. Ao contrário, tem conseqüências práticas altamente relevantes. A Aritmética, por exemplo, contém proposições que sabemos serem verdadeiras, mas não há método de demonstrá-las verdadeiras sem que saiamos do âmbito da Aritmética. Um exemplo clássico é a chamada "conjectura de GOLDBACH", que afirma que todo número par é a soma de dois números primos. Até hoje nunca se encontrou um número par que não fosse a soma de dois primos - mas até agora ninguém conseguiu demonstrar um teorema garantindo que a "conjectura de GOLDBACH" seja válida sem exceção para todos os números pares. A conjetura, assim, pode ser verdadeira - e de fato parece que é -, mas não é demonstrável na Aritmética tal como pode ser hoje axiomatizada.

A situação torna-se ainda mais desconcertante quando levamos em conta o segundo teorema de GÖDEL, que estabelece não haver seguramente nenhum método efetivo mediante o qual

se possa demonstrar a consistência de um sistema formal dado, no âmbito desse mesmo sistema.

Essa incompletude, bem como essa incapacidade de demonstrar a consistência dos sistemas formais é uma sua característica essencial, quer dizer, nada tem de acidental, e isto é demonstrado matematicamente por GÖDEL.

Numa palavra: nenhum sistema formal pode ter a pretensão de esgotar o conjunto das proposições verdadeiras mesmo de domínios puramente ideais do conhecimento, como é o caso da Aritmética e da Geometria, que dirá de domínios tremendamente mais complexos, como o da realidade física, biológica ou social.

O teorema de CHURCH conduz a resultados semelhantes aos de GÖDEL, mas estabelecendo uma curiosa relação entre os sistemas formais e os computadores. CHURCH está em busca de uma "regra de decisão" para o sistema formal envolvendo um determinado domínio da matemática que tornasse automática a solução de qualquer problema nesse domínio capaz de ser expressa com um "sim" ou "não". Mesmo para computadores ideais, teóricos, como a máquina de TURNING, portanto com memória infinita e inquebráveis, CHURCH demonstra que não há regra de decisão possível, capaz de decidir quais são as funções matemáticas que podem ser computadas (ou efetivamente calculadas).

Os computadores atuais possuem um conjunto de instruções armazenadas em sua memória, que correspondem em tudo às "regras de inferência" que compõem a estrutura axiomática de um dado sistema formal. Os resultados de GÖDEL e CHURCH nos dizem que haverá problemas no âmbitos desse sistema formal que os computadores jamais poderão resolver completamente, por mais poderosas e complexas que sejam essas máquinas. Não é possível construir um computador capaz de resolver todos os problemas contidos no domínio de referência dos axiomas de um sistema formal.

Muito bem - e como fica a Geometria e o nosso conhecimento da realidade exterior, depois de todas essas voltas e reviravoltas de vinte e tantos séculos de História da Matemática?

Se, como vimos, a divisão da realidade pela razão humana sempre deixa resto; se as idealizações do espaço levadas a efeito pela Geometria - ou não seria melhor escrever: pelas geometrias? - serão sempre irremediavelmente inexatas, como fazer para que a matemática continue a nos ajudar a desvendar os segredos da natureza?

Que não há razão para nos desesperarmos, é o que podemos concluir da leitura desta passagem de EINSTEIN em um belo livro ("The World as I see It") : "Nossa experiência até aqui justifica a nossa crença de que a natureza é a realização das mais simples idéias matemáticas concebíveis. Estou convencido de que nós podemos descobrir por meio de construções puramente matemáticas os conceitos e as leis que os ligam entre si, o que pode nos fornecer a chave para a compreensão dos fenômenos naturais (...) Naturalmente, a experiência permanece o único critério da utilidade física de uma construção matemática. Mas o princípio criativo reside na matemática. Em certo sentido, portanto, afirmo ser verdade que o pensamento puro é capaz de captar a realidade, tal como sonhavam os antigos".

Poderíamos completar: tal como sonhava ARISTÓTELES, no momento mesmo (século III A. C.) em que codificava em bases lógicas definitivas o que poderíamos chamar de tradição racional européia.

O ponto de partida da teoria do conhecimento de ARISTÓTELES é o mesmo da metafísica: se o conhecido científico é gerado de modo dedutivo a partir de certos princípios irredutíveis (os axiomas), resta saber qual a verdadeira origem desses princípios.

ARISTÓTELES faz referência aqui à estrutura lógica do argumento dedutivo utilizado tipicamente pela "ciência dedutiva": um string, ou seqüência, de enunciados referidos a um

subconjunto de enunciados que dispensam qualquer demonstração, por serem evidentes por si mesmos (os axiomas); referidos também a outro subconjunto de enunciados que também dispensam demonstração, por já terem sido demonstrados como teoremas em outro contexto (as premissas); um subconjunto de enunciados elementares universalmente válidos cuja função é relacionar sucessivamente os enunciados da seqüência entre si e também com as premissas e os axiomas; e, finalmente, o enunciado final da seqüência, que coincide justamente com a tese que se quer demonstrar (a conclusão).

Segundo o Estagirita, a tentativa de fundar dedutivamente os axiomas conduziriam imediatamente a uma regressão infinita incontornável. Se a verdade da conclusão tira sua autoridade de cada um dos enunciados que lhe antecedem na seqüência, de onde finalmente derivaria a verdade das premissas? A resposta evidentemente será: dos axiomas. Mas então impõe-se nova pergunta: e de onde derivaria a verdade desses axiomas? Eis o problema.

Numa palavra: o que ARISTÓTELES queria dizer é que, em ciência, não se pode pretender demonstrar tudo. E diante do problema da fundamentação dos axiomas - que marca o verdadeiro momento histórico em que são discutidas pela primeira vez questões de Fundamentos da Matemática na tradição cultural ocidental -, o que ele fez foi admitir, também pela primeira vez, a limitação da razão, colocando o fundamento último dos axiomas numa instância superior à razão - uma certa visão intuitiva, ligada à intuição sensível através de um processo de indução.

ARISTÓTELES antecipou, assim - só para salientar a enorme importância filosófica do seu pensamento - grande parte da crítica fenomenológica de Edmund HUSSERL, em sua obra póstuma "A Crise das Ciências Européias e a Fenomenologia Transcendental" (1954). Sem abandonar a razão, ARISTÓTELES lhe coloca um degrau acima a intuição.

Não limita, como depois fariam os modernos a partir de GALILEO, a racionalidade a este seu subdomínio, que é a racionalidade científica típica da visão do mundo da Revolução Científica do século XVII.

E não o faz porque a visão do mundo que ele herdou de seu mestre PLATÃO era muito diferente do racionalismo naturalista que animava os grandes mestres da Renascença. Em sua visão teológico-antropológica, o Estagirita considera os fenômenos sensíveis como manifestações de uma "razão cósmica", à qual o espírito humano está aparentado. Em razão desse parentesco mesmo, a mente, partindo da intuição sensível, consegue penetrar a essência e as causas mais profundas dos fenômenos através da intuição intelectual. Nisto consiste a verdadeira "indução" aristotélica. Não é indução, como a entendemos hoje, senão num sentido secundário: é intuição mesmo - e só ela pode nos fornecer um conhecimento imediato da verdade dos axiomas.

É como se tivéssemos duas "razões", ou melhor, dois ideais de racionalidade convivendo lado a lado no leito da grande tradição racional ocidental - a razão naturalista, não raras vezes positivista, geralmente cientifista, própria do modo de pensar da comunidade científica e técnica européia ou europeizada; e a razão iluminada pela intuição (intelectual e sensível), por isso mesmo mais próxima da vida e da História, aberta à arte e às chamadas Humanidades.

Aí está a raiz histórica do fosso (aliás, desnecessário) que terminou por se abrir entre as chamadas "duas culturas" que caracterizam o pensamento ocidental contemporâneo. De um lado, as ciências chamadas exatas, aliadas à técnica; do outro, as Humanidades, relegadas à periferia da comunidade científica.

É nesse contexto justamente que desejamos colocar a análise filosófica da Geometria contemporânea. Há que distinguir também neste campo a presença de duas correntes, se não de duas "culturas geométricas" pelo menos de duas atitudes bastante diferenciadas.

A primeira, fiel à grande tradição racional ocidental, segue a vertente histórica iniciada por PLATÃO e ARISTÓTELES com a invenção do método hipotético-dedutivo, de que a geometria euclidiana será talvez a melhor expressão e que, com o passar dos séculos e pelas mãos de PASCH e HILBERT, liberta não só a geometria mas toda a matemática de uma excessiva vinculação à realidade natural, tornando-se inclusive o modo de pensar típico da grande maioria dos matemáticos de hoje em seu trabalho de rotina.

A outra vertente, sem deixar de ser fiel à evolução histórica que leva de EUCLIDES a HILBERT, procura justamente preservar essa vinculação do pensamento matemático ao real, correspondendo, assim, ao modo de pensar de uma comunidade menos numerosa, talvez, de matemáticos puros, mas, sem dúvida alguma, também ao modo de pensar e à rotina de trabalho de uma comunidade bem mais ampla de especialistas que laboram em campos cujas fronteiras vão se interpenetrando cada vez mais, acompanhando os progressos do conhecimento, como é o caso do "design" da arquitetura e da comunicação visual em geral, todos tributários da Geometria Gráfica (Geometrografia e suas várias subdivisões e especializações) e das novas disciplinas que vão surgindo com o extraordinário desenvolvimento das aplicações do computador à Geometria Projetiva ("computacional Geometry", "Discrete Geometry", "Computer Aided Design", "Computer Vision", "Computer Graphics", "Pattern Recognition", "Image Algebra", "Image Processing", etc.). São geometrias mais próximas da vida, voltadas para a solução de problemas físicos que requerem um conhecimento detalhado de entes fundamentais como as curvas e as superfícies, uma vez que, no mundo real, as trajetórias dos objetos em movimento são curvas e os próprios objetos que nos cercam são corpos tridimensionais limitados por superfícies. Não menos importante: são geometrias abertas à vida econômica, social e cultural do homem. Por conseguinte, geometrias mais

abertas à intuição, à arte, à comunicação, vale dizer, geometrias com uma elevada carga semiológica.

E aí chegamos a um importantíssimo ponto de articulação no desenvolvimento histórico da matemática, mormente da geometria, com implicações práticas de médio e longo prazos, em especial, para o futuro do Desenho no Brasil.

Trata-se realmente de um ponto de articulação, de um nodo no longo processo histórico que levou o pensamento matemático dos paradigmas gregos clássicos da Academia de PLATÃO e da escola de ALEXANDRIA, passando pela Idade Média, Renascença e Mundo Moderno, até o paradigma vigente em nossos dias, bem ilustrado pela revolução operada por CANTOR, HILBERT e pela escola de BOURBAKI.

Poderíamos até chamá-lo de um nodo ascendente, à maneira do que marca a intersecção da órbita de nosso planeta com o plano da eclíptica em sua viagem anual em volta do sol - só que um nodo ascendente histórico. Um "ponto de ruptura", se se quiser, em que deverão ocorrer mudanças qualitativas profundas, dado o grande alcance cultural - ou deveríamos dizer civilizatório? - deste processo particular.

Nessa mudança a mediação entre o "novo", que já vem há coisa de uma década se insinuando nos artigos das revistas especializadas e em alguns livros seminais publicados, e o "velho", que não deixa de ser importante mas já é uma forma histórica esgotada, está justamente a cargo da Geometria - e, não por acaso, nesta sua segunda e mais "humana" vertente. O que investe o ensino do Desenho, principalmente em nosso país, de uma missão histórica.

Referimo-nos à Geometria enquanto morfologia teórica, no sentido de René THOM - geometria gráfica, se voltada para a "figura" na análise e explicação da forma geométrica enquanto aspecto externo que os objetos apresentam no espaço; e morfodinâmica, se voltada para a análise e explicação da estrutura interna e da dinâmica subjacente a um fenômeno ou a toda ordem de fenômenos.

Esta é, de fato, a palavra-chave - morfologia - para a compreensão da mudança que está ocorrendo neste vasto quão difícil campo que é o da descrição matemática da figura e da forma. Por que a morfologia, embora hoje lembre imediatamente nomes de grandes matemáticos como René THOM, E.C. ZEEMAN, Jean PETITOT, V. ARNOLD, S. SMALE, H. MATHER e M. MORSE, possui uma longa história que passa, obrigatoriamente, pelo nome de GOETHE :

"(...) A morfologia ainda deve ser legitimada como ciência particular, tendo por objetivo principal aquilo que em outras ciências é tratado apenas ocasionalmente e de passagem, recolhendo o que nelas se encontra disperso e estabelecendo um novo ponto de vista que permita fácil e comodamente examinar as coisas da natureza. Os fenômenos dos quais se ocupa são da maior importância; as operações mentais por meio das quais compara os fenômenos são conformes à natureza humana e lhe são agradáveis, de modo que tal (ciência), mesmo que resultasse malograda, reuniria utilidade e beleza" (citado por V.I. PROPP, "Morfologia do Conto Maravilhoso", Forense, Rio, 1984).

A morfologia não malogrou, além de constituir uma encruzilhada para onde convergem muitos saberes além dos diversos campos da Matemática - Física, Biologia, Psicologia, Lingüística, Arquitetura, "Design", Escultura, etc. A ciência da forma, ou simplesmente morfologia teórica - ou ainda mais compactamente : geometria - interessa-se pela análise, descrição e explicação dos princípios profundos e em geral invisíveis de geração e sucessão das formas. Pode assumir toda uma variedade de aspectos exteriores - por exemplo, ela pode aparecer aqui como a geometria das singularidades de aplicações diferenciáveis, ali como a geometria das chamadas catástrofes elementares de THOM ou como a geometria da bifurcação de uma cáustica numa família de aplicações lagrangianas; ou ainda como a geometria dos sistemas de representação das simetrias cristalográficas; ou como a topologia de atratores na dinâmica

mental responsável pela formação do significado dos conceitos, etc.

É este o sentido profundo do atual momento no desenvolvimento histórico da Geometria: o pensamento geométrico deve romper as antigas fronteiras que o mantinham confinado e partir para aprofundar toda a gema inesgotável de interações com os demais saberes e domínios da experiência humana.

Do ponto de vista do conhecimento humano, onde quer que esteja presente a forma - e ela está em tudo, porque a própria vida é forma, como dizia BALZAC, o grande romancista francês -, pois bem, onde quer que esteja presente a forma aí estará posto um problema ao espirito humano, cuja geometria lhe dará o significado profundo dessa forma.

Poderíamos, ou melhor, deveríamos glosar KEPLER e afirmar: - Ubi forma, ibi geometria!

Muito bem - e como ficam o Desenho e o ensino do Desenho, uma vez decifrado o sentido histórico dessas mudanças de paradigma em nossa maneira de entender a Geometria vis-à-vis dos enigmas da natureza, que são, em última análise, enigmas da forma?

A missão histórica do Desenho hoje no Brasil nos parece uma dupla missão: a de elemento transmissor do enorme patrimônio de conhecimento geométrico acumulado ao longo de todos esses séculos de história da matemática e a de elemento mediador da conversão desse conhecimento geométrico strictu sensu em conhecimento geométrico lato sensu.

Ora, geometria lato sensu é morfologia teórica. "Teórica", porque a morfologia de THOM/PETITOT constitui, no fundo, uma teoria geral de modelos.

Portanto, ao Desenho, como à morfologia teórica, está reservado o papel de centro para onde convergem todos os saberes interessados na forma: Matemática, Física, Biologia, Psicologia, Lingüística, Arquitetura, "Design", etc. - e, por que não dizer, as Humanidades em geral? - como se a ele, ao

Desenho, coubesse a missão de proclamar às consciências: Ubi forma, ibi geometria!

E agora vamos tentar mostrar por que.

O atual momento histórico é um tempo de ruptura. Vivemos algo como uma "catástrofe" histórica, no sentido de THOM. Entre muitas outras coisas, do ponto de vista do conhecimento, estamos vivendo um acerto de contas de tudo aquilo que a Renascença (onde, por sinal, estão fincadas as raízes de nossa crise atual) ficou a nos dever.

A Revolução Científica dos séculos XVI e XVII cometeu e nos legou dois grandes erros: primeiro, a ilusão (aliás cômoda para a maioria) de que a razão discursiva, ou razão científica, esgota todo o domínio da razão humana; e segundo, a cegueira diante do fato inegável de que o homem não vive apenas em um universo físico, mas também - senão principalmente - em um universo simbólico, que é uma criação sua. Por sobre ser um animal racional, como bem o observa CASSIRER, o homem é um animal simbólico.

A razão humana, contrariamente ao que pensavam os mestres da Revolução Científica, parece ser um poliedro de mil faces.

E o universo simbólico que ela criou e em que o homem está totalmente mergulhado é tão infinitamente rico e variado quanto o universo físico em que ele vive.

Os mistérios insondáveis da linguagem - pensem, por exemplo, na linguagem poética -, do mito, da religião, da arte, da própria ciência, da filosofia, enfim, toda essa enorme massa de cultura que o homem produziu ao longo das sucessivas civilizações que se sucederam no panteão da História, nada disso pode ser ignorado se trata de participar ativa e conscientemente da vida da sociedade. Mais particularmente: àquele que labora no arraial da ciência, se ele é realmente um cientista consciente, de espírito aberto, a sua perspectiva diante das coisas e daquilo que é o seu problema não poderá deixar de ser a perspectiva morfológica, portanto, não uma visão isolada, mas uma visão integrada das coisas e daquilo que é o seu problema. Se ele é um matemático, a história do seu problema certamente o fará sensível ao "espírito do tempo" em que os embriões questões surgiam e se entrelaçavam com os problemas físicos, ou de engenharia, ou da vida privada da época. Se ele é um crítico de arte, os problemas técnicos relacionados ao meio sensível da pintura, da escultura, da música, etc. Certamente o colocarão em contacto com a tecnologia e, daí, com a ciência de uma determinada época - e assim por diante.

Porque o homem é um animal simbólico, toda a cultura será, em última análise, um processo de comunicação, ou o produto de um tal processo. A informação que flui através desse processo tem uma significação, além de ser ordenada por um código, porque o universo simbólico que o homem criou é, antes de tudo, um universo do sentido. As "coisas" desse universo - entes de cultura - são significantes ou significados, estão sempre prenhes de conotações e denotações que, por sua vez, vão se entrelaçando em estruturas (as chamadas "estruturas-código" da semiologia), de modo a veicular as mensagens que fluem incessantemente através do sistema. Essas mensagens podem ser de tipos diversos, como a mensagem estética, a mensagem meramente persuasiva (como na publicidade), a mensagem ideológica, política, ética etc. Como também todos esses elementos do sistema podem pertencer a um domínio circunscrito a uma única forma de nossa percepção, por exemplo, poderemos estar interessados apenas nos códigos visuais.

Pois bem, afirmamos que a Geometria – a Geometria Gráfica principalmente – entendida numa perspectiva morfológica, tenderá a revolucionar profundamente o ensino do Desenho, revelando-lhe toda a riqueza semiológica, explicitando rigorosamente seus pontos de articulação com as diversas manifestações culturais que lhe são mais próximas, integrando-o, enfim, aos demais saberes, técnicos ou humanísticos, no sentido de alcançar aquelas sínteses que são a marca da educação

voltada, antes de tudo, para a formação do verdadeiro cidadão, consciente e participativo.

É esse o caminho para um ensino do Desenho que o tire da situação de mero (embora fiel) depositário de construções gráficas não importa quão belas e corretas, de problemas geralmente isolados cuja história ou se perdeu por completo ou não pode mais oferecer qualquer interesse teórico ou prático. Esse Desenho, como está, morrerá de inanição cultural. E matará de inanição, também. Qualquer jovem saudável e inteligente, exposto aos atuais vendavais da revolução eletrônica, da revolução da mídia, da revolução dos computadores e por aí vai, dificilmente deixará de considerar o ensino tradicional de Desenho como pouco mais, talvez, do que o aprendizado de uma língua morta. Sairá do seu curso perplexo, cheio dos "comos" (que ele certamente terá dificuldade de memorizar ou guardar e que, de qualquer modo, terminará perdendo mesmo) e sem nenhum dos "porquês" que a atual organização do ensino é incapaz de prover. Talentos são, assim, desencorajados no nascedouro, numa nação que necessita deles cada vez mais avidamente. O que é pior: além de se desperdiçar uma das melhores chances de ensinar a flor da juventude a pensar de maneira integrada o seu assunto de interesse, ou a considerar os problemas da sua especialidade na articulação correta com os demais campos do saber, de modo a dar-lhe a necessária perspectiva, maturidade e independência, o que se está conseguindo fazer, a longo prazo, é ensiná-lo a se dispensar de pensar. Veneno mortal para a sua criatividade, já se vê.

Não há como eludir esta constatação: os verdadeiros explicadores do "métier" do desenhista, do arquiteto, do "designer" não serão encontrados pura e simplesmente na Geometria, em qualquer de suas especialidades, até que se adote a perspectiva morfológica e se integre o ensino do Desenho a partir da valorização e da exploração do seu conteúdo semiológico.

Existe uma "sintaxe geométrica", única capaz de revelar as relações lógicas, epistemológicas, ontológicas, estéticas, históricas, econômicas, sociais, culturais enfim, que compõem a trama e a urdidura do verdadeiro espaço sobre que o desenhista, o "designer" ou o arquiteto realmente trabalham. É um erro melancólico – e cada vez mais proibitivo – ensinar que esse espaço é meramente o espaço físico da velha geometria, do tempo em que, antes do advento das geometrias não-euclideanas e da física relativista, se pensava ser a geometria de fato a ciência que estudava as propriedades do espaço físico. O espaço do desenhista, do arquiteto, do "designer" é um objeto infinitamente mais complexo – um misto, composto do espaço físico, mais tantos espaços puramente geométricos ou topológicos quanto a solução de seus problemas particulares exigir e – last, but not least – do espaço simbólico da cultura em que eles estão e(por certo deveriam estar!) integrados.

É este o salto qualitativo que a comunidade de Desenho está sendo historicamente chamada a dar. Missão grandiosa, pelas imensas dificuldades que ela certamente encontrará pela frente. Destas, infelizmente, a não menor está representada pela própria Universidade, cuja organização do ensino encontra-se há décadas engessada, com os seus diversos saberes confinados em compartimentos estanques - os Centros e os Departamentos -, com pouca ou nenhuma interação, o que conduz a uma visão burocrática e cartorial da cultura, à miúde dominada por interesses subalternos que só tendem a corromper o projeto inicial da universidade brasileira. A revolução morfológica da Geometria não pode ser a obra isolada de um único Departamento, ou de um único Centro, porque é da própria essência da idéia de universidade que o desenvolvimento real de todos os demais ramos. Porque, do contrário, não se terá uma verdadeira universidade, mas antes uma pluriversidade, cujo destino fatal só poderá ser a dispersão dos esforços e a desintegração de toda uma visão de mundo e de sua correspondente atitude diante da vida.

Por isso mesmo este salto pode ser dado, ainda que à custa de muito "sangue, suor e lágrimas".

Temos confiança em que ele será dado.

Referências Bibliográficas.

ARNOLD, V. Catastrophy Theory, Springer-Verlag, N.York, 1983.

ARNOLD, V., VARCHENKO, A., GOUSSEIN-ZADÉ,S. - singularités des applications différentiables, I, Éditions MIR, Moscou, 1982.

CASSIRER, E. Antropologia Filosófica – Introducción a una Filosofia de La Cultura, Fondo de Cultura Económica, México, 1944.

CASSIRER, E. Filosofia de las Formas Simbólicas, Fondo de Cultura Económica, México, 1964.

CASTI, J.L. Alternate Realities: Mathematical Models of Nature and Man, Wiley-Interscience, N. York, 1994.

CASTI, J.L. Reality Rules: Picturing the World in Mathematics, Vols. 1 and 2, Wiley-Interscience, N. York, 1994.

ECO, U. Tratado Geral de Semiótica, Perspectiva, S. Paulo, 1991.

LORD, E.A., WILSON, C.B. The Mathematical Description of Shape and Form, Ellis Horwood/John Wiley, N. York, 1986.

PETITOT, J. Les Catastrophes de la Parole, Moloine-Doin, Paris, 1985.

PETITOT, J. Morphogénèse duens, P.U.F., Paris, 1986.

SAUNDERS, P.T. An Introduction to Catastrophe Theory, Cambridge University Press, Cam., 1980.

SOTOMAYOR, J. Singularides de Aplicações Diferenciáveis, IMPA, Rio de Janeiro, 1976.

THOM, R. Parábolas e Catástrofes, Dom Quixote, Lisboa, 1985.

THOM, R. Stabilité structurelle et morphogénèse, Essai d' une théorie générale des modèles, W.A. Benjamin, Mass., 1972.

THOMPSON, D'Arcy. On growth and form (abridged edition), Cambridge University Press, Cam., 1961.

ZEEMAN, E.C. Catastrophy Theory, Selected Papers, 1972-1977, Addison-Wesley Advanced Book Program, Mass., 1977.