# SEGMENTAÇÃO DE FACES DE TELHADOS EM DADOS DE VARREDURA A LASER UTILIZANDO O MÉTODO RANSAC

#### MICHELLE SAYURI YANO<sup>1</sup>

## ALUIR PORFÍRIO DAL POZ<sup>2</sup>

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP Faculdade de Ciências e Tecnologia – FCT <sup>1</sup>Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas, Presidente Prudente, SP <sup>2</sup>Departamento de Cartografia, Presidente Prudente, SP michelle.yano@gmail.com, aluir@fct.unesp.br

**RESUMO** - Este trabalho propõe um método para a segmentação dos planos de telhados de edifícios presentes em dados de varredura a LASER, tendo por base técnicas de processamento de imagem e o método RANSAC (*RANdom SAmple Consensus*). Primeiramente é realizado um pré-processamento da nuvem de pontos a fim de separar os pontos pertencentes a cada edifício. Uma vez separados os pontos de cada edifício, o método RANSAC é utilizado para identificar conjuntos de pontos coplanares pertencentes às faces de telhados. O principal diferencial deste trabalho está no desenvolvimento de um método para a determinação automática dos limiares utilizados no método RANSAC na etapa de análise da consistência entre os dados e o modelo hipotético obtido. A segmentação via RANSAC pode gerar resultados fragmentados, o que exige também um pós-processamento para a junção dos segmentos planares espacialmente próximos e paralelos. Neste trabalho isto é realizado através da determinação de limiares relacionados com o conceito de continuidade, envolvendo a análise de proximidade e orientação. Os resultados obtidos mostraram que a metodologia proposta funciona adequadamente na segmentação dos planos de telhados, sem a necessidade da especificação de parâmetros durante a etapa de análise de consistência dos planos de telhados, sem a necessidade da especificação de parâmetros durante a etapa de análise de consistência do método RANSAC.

**ABSTRACT** - This research proposes a method for segmentation of buildings roof planes present in LASER scanning data, based on image processing techniques and the RANSAC (RANdom SAmple Consensus) method. Firstly, a point cloud preprocessing is performed in order to separate and acquire the points belonging to each building. Once acquired the building points, the RANSAC method is used to detect sets of coplanar points belonging to roofs faces. The principal differential of this research is the development of a method for automatic determination of the thresholds used in RANSAC method during the stage of consistency analysis between the data and the hypothetical model obtained. The RANSAC segmentation can produce fragmented results, which also requires a post-processing to merge the planar segments spatially close and parallel. In this research, the post-processing is performed by threshold determination related to the concept of continuity, which involves the proximity and orientation analysis. The results obtained showed that the proposed methodology works properly in roof planes segmentation, without the necessity of parameters specification during the stage of consistency analysis in RANSAC.

# 1 INTRODUÇÃO

Até meados da década de 1990, os dados disponíveis para a extração e reconstrução de edifícios eram as imagens aéreas de alta resolução. No entanto, no final dessa mesma década, novas fontes de dados passaram a ser utilizadas, destacando-se os dados de varredura a LASER (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiance*). Essa nova fonte de dados se revelou mais eficaz em alguns aspectos, se comparado com as imagens aéreas. Quando se trata da obtenção de planos de telhados e sua orientação, os dados LASER apresentam melhores resultados, uma vez que as informações altimétricas são melhores nesse tipo de dado.

A reconstrução tridimensional de edifícios a partir de dados LASER pode ser realizada a partir de duas abordagens, denominadas *model-driven* e *data-driven* (Tarsha-Kurdi *et al.*, 2008). O *model-driven* baseia-se na procura do modelo mais adequado entre modelos primitivos de edifícios existentes em uma biblioteca de modelos. Os métodos baseados nessa abordagem consideram que uma primitiva de edifício pode ser descrita por um conjunto de parâmetros, o que implica no cálculo dos valores desses parâmetros para a construção tridimensional do modelo. Já o *data-driven* 

M. S. Yano, A. P. Dal Poz

#### VI Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação

busca modelar cada parte da nuvem de pontos do edifício a fim de obter o melhor modelo poliédrico, fornecendo assim modelos mais universais. Nos métodos baseados nessa abordagem, a detecção dos planos dos telhados é uma operação crucial (Tarsha-Kurdi *et al.*, 2008).

Diversos métodos são propostos para a realização da detecção de planos de telhados, como por exemplo, crescimento de regiões, Transformada de Hough 3D e RANSAC (*RANdom SAmple Consensus*). Tarsha-Kurdi *et al.* (2007) apresentam um estudo e comparações entre os métodos de Transformada de Hough 3D e RANSAC, uma vez que o método de crescimento de regiões algumas vezes não é aplicado homogeneamente. Em termos de tempo de processamento e sensibilidade em relação às características da nuvem de pontos LASER, o estudo de Tarsha-Kurdi *et al.* (2007) mostrou que apesar da limitação encontrada em ambos os métodos, o algoritmo RANSAC é ainda mais eficiente que o outro.

Diversos autores tem apresentado o paradigma RANSAC como base para a detecção dos planos de telhados. No trabalho de Chen *et al.* (2012) é proposta a segmentação de telhados de edifícios em dados LASER a partir da separação dos pontos de terreno e não terreno através de filtros morfológicos, aplicação do método de crescimento de regiões para separar os pontos de edifícios dos pontos de vegetação, e por fim, uso de um método RANSAC adaptado para aumentar a probabilidade de selecionar amostras de pontos de telhado que não foram detectadas anteriormente. Yan *et al.* (2012) apresentam um estudo da qualidade do algoritmo RANSAC para a segmentação dos planos de telhados em dado LASER. Os resultados desse estudo mostraram que os problemas do RANSAC básico podem ser melhorados, no entanto, ainda há muitas questões que precisam de um estudo aprofundado. Tsai e Chang (2014) propõem um método para a reconstrução de modelos 3D de edifícios utilizando o método RANSAC durante o processo de geração dos planos.

Nesse contexto, este trabalho propõe a detecção de segmentos de planos representando faces de telhados, tendo por base o método RANSAC. O principal diferencial deste trabalho está no desenvolvimento de um método para a determinação automática dos limiares utilizados no método RANSAC na etapa de análise da consistência entre os dados e o modelo hipotético obtido. Este trabalho também propõe um pós-processamento para a junção dos planos super segmentados (quando um plano é segmentado em dois ou mais planos), através da determinação de limiares relacionados com o conceito de continuidade, envolvendo a análise de proximidade e orientação.

# 2 METODOLOGIA

O método proposto é dividido em três etapas principais: 1) O pré-processamento da nuvem de pontos LASER, que tem como objetivo a separação dos pontos pertencentes aos telhados dos demais pontos da nuvem de pontos LASER; 2) A segmentação das faces desses telhados através do método RASANC adaptado para o caso da feição "Plano"; e 3) O refinamento da segmentação realizada, com o intuito de juntar fragmentos planares pertencentes às mesmas faces de telhado, proporcionando assim uma segmentação mais robusta.

#### 2.1 Pré-processamento da nuvem de pontos

Como dito anteriormente, a etapa de pré-processamento dos dados LASER tem como objetivo a separação dos pontos pertencentes aos telhados dos demais pontos da nuvem de pontos LASER. Com isso é possível evitar a busca exaustiva de segmentos de planos em toda a nuvem de pontos LASER, o que diminui significativamente o esforço computacional.

Primeiramente, são aplicadas ferramentas de filtragem e classificação do aplicativo *LAStools*, com o objetivo de se obter somente os pontos pertencentes aos telhados. Para iniciar a filtragem, a ferramenta *LASground* é aplicada à nuvem de pontos LASER. Essa ferramenta gera uma malha irregular a partir da nuvem de pontos de entrada e, a partir disso, classifica os pontos em "terreno" e "não-terreno. Em seguida, aplica-se a ferramenta *LASheight* para calcular a altura de cada ponto LASER acima da superfície do terreno. Essa ferramenta filtra os pontos classificados como "terreno" pelo *LASground*, gera um TIN formado por esses pontos de "terreno", e calcula a elevação de cada ponto "não-terreno" em relação a esse TIN. A opção *replace\_z* disponibilizada por essa ferramenta permite que as altitudes dos pontos sejam substituídas pelas alturas normalizadas calculadas, obtendo-se o denominado Modelo Digital de Superfície normalizado (MDSn) que representa no plano os objetos acima da superfície terrestre.

O próximo passo é classificar as regiões altas através da ferramenta *LASclassify*. Essa ferramenta exige que os pontos de "terreno" já tenham sido identificados pelo *LASground* e que a altura normalizada de cada ponto já tenha sido calculada pelo *LASheight*. Essencialmente, a ferramenta procura classificar as regiões altas em edifício ou vegetação, através da análise da altura, planaridade, e rugosidade de uma vizinhança. Por fim, o *LAStools* permite salvar os pontos separadamente segundo sua classificação, o que possibilita a obtenção da nuvem de pontos contendo somente os pontos das regiões de telhado.

### 2.2 Segmentação inicial dos planos de telhados a partir do método RANSAC

A segmentação inicial dos planos de telhados dos edifícios obtidos na etapa de pré-processamento é realizada a partir do método RANSAC adaptado para o caso da feição "Plano". As etapas do algoritmo RANSAC adaptado para o método proposto ficam da seguinte forma:

1) Seja o modelo hipotético "Plano" dado pela equação AX + BY + C = Z, que requer n = 3 observações para ser realizado e o conjunto P de todas as observações (nuvem de pontos LASER), tal que  $\#P \ge n$ .

2) Selecionar randomicamente um subconjunto S1 com 3 pontos e determinar os três parâmetros do "Plano" (A, B, C) formado por esses 3 pontos. Cada ponto fornece uma equação, assim, a determinação dos parâmetros é realizada através da solução de um sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas, a partir de algum método numérico de solução de sistemas lineares. No caso deste trabalho o método de Decomposição LU é utilizado para a solução do sistema.

3) Usar o "Plano" obtido para determinar o conjunto consenso  $S1^*$ , tal que  $S1^*$  contenha os pontos consistentes com esse "Plano". Dois parâmetros são analisados para determinar se um ponto é consistente ou não com o "Plano": distância e ângulo. E essa análise é feita baseando-se na ideia de que se o "Plano" estiver correto, o histograma gerado terá forma semelhante ao apresentado na Figura 2(a), com o pico à esquerda sendo correspondente aos pontos consistentes com o "Plano". Caso contrário, se o "Plano" for incorreto, o histograma terá forma semelhante ao apresentado na Figura 2(b), onde esses picos não ocorrem. A seguir são apresentados os passos para a determinação dos dois parâmetros.



Figura 2 – (a) "Plano" correto. (b) "Plano" incorreto. Fonte: Elaborado pela autora.

- a) Parâmetro de distância: a distância d entre o ponto e o "Plano" deve ser menor que um dado limiar. A determinação deste limiar é realizada de forma automática para cada edifício tendo como base os histogramas gerados a partir dos valores de distância entre os pontos e o "Plano". Para isso, os seguintes passos são realizados:
  - 1 Calcular os valores de distância entre o "Plano" e todos os pontos.
  - Construir um histograma com esses valores, com largura de classe iniciando em 15 cm (precisão 2 vertical do LASER  $\approx 10$  cm + tolerância de 50%), e incrementar de 2 em 2 cm até que a frequência da primeira classe seja 70% maior que da segunda classe. Se essa diferença de frequência não ocorrer até a largura de classe atingir 30 cm, significa que o "Plano" não está correto, e assim, outros 3 pontos são selecionados e retorna-se à Etapa 2 do algoritmo RANSAC.
  - Por fim, se o "Plano" for correto, o limiar de distância para esse "Plano" será a largura da classe do 3 último histograma.
- b) Parâmetro angular: o ângulo  $\theta$  entre vetor normal do ponto e o vetor normal ao "Plano" deve ser menor que um dado limiar. A determinação deste limiar também é realizada de forma automática para cada "Plano", de maneira análoga ao limiar de distância, tendo como base os histogramas dos valores de diferença angular entre os vetores normais de cada ponto e do "Plano". Para isso, os seguintes passos são realizados:
  - 1 Calcular os valores de diferença angular entre os vetores normais de cada ponto e do "Plano"
  - 2 Construir um histograma com esses valores, com largura de classe iniciando em 1°, e incrementar de 1° em 1° até que a frequência da primeira classe seja 70% maior que da segunda classe. Se essa diferença de frequência não ocorrer até a largura de classe atingir 10°, significa que o "Plano" não está correto, e assim, outros 3 pontos são selecionados e retorna-se à Etapa 2 do algoritmo RANSAC.
  - 3 -Por fim, se o "Plano" for correto, o limiar de distância para esse "Plano" será a largura da classe do último histograma.
- O vetor normal de cada ponto é obtido conforme os seguintes passos: 1) geração de um TIN da nuvem de M. S. Yano, A. P. Dal Poz

pontos do telhado; 2) cálculo do vetor normal à cada face triangular do TIN; 3) cálculo do vetor normal de cada ponto (vértice do TIN) a partir da média dos vetores normais dos triângulos adjacentes a esse ponto.

4) Se  $\#SI^*$  for maior que um limiar *t*, usar  $SI^*$  para restabelecer um novo "Plano"; ao contrário, se  $\#SI^*$  for menor que o limiar *t*, selecionar um novo subconjunto *S2*, tal que #S2 = n, e voltar à Etapa 2.

5) Em caso de sucesso, eliminar o subconjunto consensual  $S1^*$  de P e repetir o processo acima até que não seja possível achar um novo plano na região; caso contrário, encerrar porque nenhum plano foi encontrado na região.

#### 2.3 Refinamento da segmentação

O processo de segmentação realizado na etapa anterior pode produzir distintos segmentos referentes a um mesmo plano, dessa forma, é necessário detectar e conectar esses segmentos planares a fim de gerar uma segmentação mais completa. Essa ideia é caracterizada matematicamente via verificação dos seguintes limitares:

- Limiar angular: as orientações dos segmentos planares em análise devem ser bem próximas. Em outras palavras, os vetores normais aos segmentos planares devem ser paralelos, a menos de um limiar. Esse limiar foi determinado empiricamente resultando no valor de 1°.
- 2) Limiar de separação planar na direção normal: se dois segmentos planares pertencem a uma mesma face de telhado, então a separação entre ambos na direção da normal não deve ser muito maior que a precisão vertical do posicionamento LASER (± 10 cm). Sendo assim, esse limiar foi estabelecido como sendo a precisão vertical do posicionamento LASER com uma tolerância de 50%, o que resultou em um limiar de 15 cm. A separação planar na direção normal é calculada a partir da distância entre um ponto qualquer de um segmento planar em relação ao outro segmento planar.

# **3 ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Nesta seção são apresentados e discutidos alguns resultados obtidos na avaliação experimental da metodologia proposta. A seguir são descritos o material utilizado neste trabalho, a forma de análise dos experimentos, e por fim, a descrição dos experimentos e análise dos resultados.

#### 3.1 Material utilizado

Para a avaliação experimental da metodologia proposta, os seguintes dados foram utilizados:

- Nuvem de pontos LASER da região urbana de Presidente Prudente/SP, com densidade de média de 8 pontos/ m<sup>2</sup>;
- Imagens aéreas da região urbana de Presidente Prudente/SP, com GSD de 0,12 m.

Para a implementação da metodologia proposta, os seguintes recursos de software foram utilizados:

- LAStools da Rapidlasso;
- Matlab da Math Works;
- C/CodeBlocks da The CodeBlocks Team;
- LPS (Leica Photogrammetry Suite) da Leica Geosystems;
- Microstation da Bentley.

# 3.2 Forma de análise dos resultados

Os resultados foram analisados visual e numericamente. A análise visual foi realizada a partir da inspeção visual dos polígonos de cada face extraída dos telhados, sobrepostos na imagem aérea com o auxílio do aplicativo LPS. A análise numérica foi feita através do cálculo dos parâmetros de completeza e correção, utilizando como referência os polígonos das faces extraídas manualmente a partir da restituição da imagem aérea do telhado, realizada através do aplicativo LPS. O parâmetro de completeza se refere à porcentagem da área de referência que foi extraída pelo método, e o parâmetro de correção está relacionado a quanto da área extraída está correta (Fazan, 2014). A seguir são apresentadas as equações utilizadas para o cálculo da completeza e correção:

$$completeza = \frac{A_{E\cap R}}{A_{P}} \ 100\% \tag{1}$$

$$correção = \frac{A_{E\cap R}}{A_E} \ 100\% \tag{2}$$

M. S. Yano, A. P. Dal Poz

onde:

- A<sub>E∩R</sub> é a área do polígono resultante da intersecção entre os polígonos que descrevem os contornos das faces do telhado extraído e de referência;
- $A_R$  é a área do polígono correspondente ao contorno da face do telhado de referência;
- $A_E$  é a área do polígono correspondente ao contorno da face do telhado extraído.

#### 3.3 Resultados experimentais

A Figura 3 apresenta os três edifícios utilizados nos experimentos deste trabalho, bem como a rotulação utilizada para cada face dos telhados. A Figura 3(a) apresenta o Edifício 1, composto por um telhado de forma retangular com duas faces, sendo que uma delas contém uma antena de forma circular. A Figura 3(b) apresenta o Edifício 2, formado por um telhado com forma similar à letra "H" e duas faces. A Figura 3(c) apresenta o Edifício 3, o qual possui telhado no formato retangular e composto por 8 faces.



Figura 3 – Imagem aérea e rotulação das faces dos edifícios utilizados. (a) Edifício 1. (b) Edifício 2. (c) Edifício 3.

A Figura 4 apresenta a nuvem de pontos segmentada onde, para cada edifício, cada cor representa um conjunto de pontos coplanares identificados. É possível notar que o processo de segmentação deixou lacunas na nuvem de pontos segmentada de todos os edifícios. No Edifício 1 (Figura 4(a)) essa lacuna foi causada pelos pontos amostrados sobre a antena presente sobre telhado, cujos vetores normais não obedecem ao critério de paralelismo, e assim, não foram considerados pertencentes a algum plano. No Edifício 2 (Figura 4(b)) as lacunas apareceram na parte inferior da Face 1 e na lateral da Face 2, e foram causadas pela presença de árvores cobrindo parte do telhado. Já no Edifício 3 (Figura 4(c)), a falha na detecção dos pontos se deve a anomalias na nuvem de pontos LASER, as quais também resultam em pontos com vetores normais não paralelos. Essas anomalias foram constatadas na visualização tridimensional da nuvem de pontos, porém, não foram vistas durante a visualização estereoscópica das imagens aéreas.



Figura 4 – Nuvem de pontos segmentada. (a) Edifício 1. (b) Edifício 2. (c) Edifício 3.

#### VI Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação

A Figura 5(a) apresenta os contornos de referência sobrepostos na imagem aérea. A Figura 5(b) mostra os contornos extraídos pelo método e sobrepostos na imagem aérea. A análise visual dos resultados a partir da Figura 5(b) mostra que todos os planos dos telhados foram segmentados com sucesso. No entanto, nota-se que as Faces 1 e 5 do Edifício 3 foram bastante afetadas pelas irregularidades dos vetores normais nos pontos de cumeeira e próximos a ela. Vale ressaltar que, com exceção da lacuna na parte inferior da Face 1 do Edifício 1, todas as outras lacunas não foram consideradas na etapa de geração dos polígonos para a análise dos resultados.



Figura 5 – (a) Polígonos de referência sobrepostos na imagem aérea. (b) Polígonos extraídos pelo método e sobrepostos na imagem aérea.

A análise numérica dos resultados a partir da Tabela 1 mostra que a segmentação das faces dos telhados foi realizada com sucesso pelo método proposto, com a média dos valores de completeza e correção acima de 90% para todos os casos.

No caso do Edifício 1, o menor valor de completeza ocorreu para a Face 1 com 90,20%, e como pode ser visto na Figura 5(b) a área extraída dessa face foi um pouco menor que a face do telhado de referência, justificando o valor mais baixo de completeza. Como dito anteriormente, o parâmetro de correção avalia o quanto da área extraída está correta em relação à área de referência. Assim, como a área extraída da Face 1 foi menor que a área de referência, maior foi a chance da área extraída estar contida na área de referência, com isso o parâmetro de correção da Face 1 (96,82%) foi maior em relação à Face 2 (92,33%).

No Edifício 1 as duas faces obtiveram valores de completeza e correção altos e muito próximos, mesmo a Face 1 contendo lacuna na parte inferior e uma pequena falha na segmentação da parte superior, como por ser observado na Figura 7(c).

No Edifício 2 o menor valor de completeza ocorreu na Face 7 (78,74%) e de correção na Face 8 (89,20%). O que mostra que as falhas na detecção das Faces 1 e 5 citadas anteriormente, não afetaram os parâmetros de completeza e correção.

rabela 1 – Faranetros de completeza e correção obtidos				
Face	Edifício 1		Edifício 2	
	Completeza (%)	Correção (%)	Completeza (%)	Correção (%)
1	90,20	96,82	92,16	99,40
2	93,40	92,33	93,77	99,41
Média	91,80	94,57	92,96	99,40

Tabela 1 - Parâmetros de completeza e correção obtidos

Ease	Edifício 3			
гасе	Completeza (%)	Correção (%)		
1	98,75	94,45		
2	96,19	98,60		
3	96,85	98,31		
4	98,05	93,73		
5	90,79	97,43		
6	99,87	89,82		
7	78,74	98,99		
8	99,63	89,20		
Média	94,85	95,06		

# 4 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposto um método para a segmentação das faces de telhados de edifícios presentes em dados de varredura a LASER, tendo como base o método RANSAC. Um pré-processamento foi realizado para obter as nuvens de pontos contendo apenas os pontos pertencentes aos edifícios. Posteriormente, o método RANSAC foi aplicado com o intuito de segmentar os planos dos telhados desses edifícios. O principal diferencial deste trabalho foi a elaboração de um método para a determinação automática dos limiares utilizados pelo método RANSAC durante a etapa de análise da consistência entre os pontos e o modelo hipotético obtido. Isso foi feito através da análise de limiares de distância e ângulo obtidos com base em histogramas, como explicado na Seção 2.2. Como o processo de segmentação pode produzir distintos segmentos referentes a um mesmo plano, também foi realizada uma etapa de pós-processamento para detectar e conectar esses segmentos planares a fim de gerar uma segmentação mais completa.

A avaliação do método proposto foi realizada a partir da análise visual dos resultados, através da sobreposição dos contornos extraídos dos planos sobre a imagem aérea; e a partir da análise numérica, através do cálculo dos parâmetros de completeza e correção.

Através dos resultados obtidos foi possível observar que o processo de segmentação deixou lacunas na nuvem de pontos segmentada. Essas lacunas foram causadas por pontos amostrados sobre objetos no telhado, árvores cobrindo parte do telhado ou anomalias na nuvem de pontos LASER. Esse resultado mostra a coerência do método proposto, uma vez que os vetores normais desses pontos certamente não seguem ao padrão de um plano.

Dessa forma, pode-se concluir que os resultados obtidos foram satisfatórios, mostrando que o método proposto é capaz de segmentar as faces dos telhados dos edifícios sem que haja a necessidade de especificação dos parâmetros na etapa da análise de consistência do algoritmo RANSAC. O método proposto é eficiente em não detectar pontos cujos vetores normais não obedecem ao critério de paralelismo, como pontos amostrados sobre antenas e cumeeiras. Além disso, o método proposto se mostrou eficaz ao tratar das segmentações fragmentadas a partir da etapa de pós-processamento, tendo como resultado final nenhuma face fragmentada.

# REFERÊNCIAS

AWRANGJEB, M.; ZHANG, C.; FRASER, C. S. Automatic extraction of building roofs using LIDAR data and multispectral imagery. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, v. 83, p. 1-18, 2013.

CHEN, D.; ZHANG, L.; LI, J.; LIU, R. Urban building roof segmentation from airborne lidar point clouds. International Journal of Remote Sensing, v. 33, n. 20, p. 6497-6515, 2012.

COSTANTINO, D.; ANGELINI, M. G. Features and ground automatic extraction from airborne lidar data. International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, v. 38, 2011.

HELAVA, U. V. Object space least squares correlation. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, v. 54, p. 711-714, 1988.

M. S. Yano, A. P. Dal Poz

TARSHA-KURDI, F.; LANDES, T.; GRUSSENMEYER, P. Hough-transform and extended RANSAC algorithms for automatic detection of 3D building roof planes from lidar data. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing, 2007.

TARSHA-KURDI, F.; LANDES, T.; GRUSSENMEYER, P. **Extended RANSAC algorithm for automatic detection of building roof planes from lidar data.** The Photogrammetry Journal of Finland, v. 21, n. 1, p. 97-109, 2008.

TSAI, F.; CHANG, H. **Evaluations of three-dimensional building model reconstruction from lidar point clouds and single-view perspective imagery.** The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2014.

YAN, J.; JIANG, W.; SHAN, J. Quality analysis on RANSAC-based roof facets extraction from airborne lidar data. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2012.