ABORDAGEM HISTÓRICA DA TEORIA DOS FRACTAIS NA GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA.

ANDERSON MARCOLINO DE SANTANA[1]
LUCILENE ANTUNES CORREIA MARQUES DE SÁ[2]

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
Centro de Tecnologia e Geociências – CTG
Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação[1, 2]
Departamento de Engenharia Cartográfica[2]
ander_marcolino@yahoo.com.br[1], lacms@ufpe.br[2]

RESUMO: O presente artigo tem por objetivo fazer uma revisão histórica da Teoria dos Fractais na Generalização Cartográfica. Através de uma abordagem simples enfatizando os principais trabalhos e pesquisas que envolveram esses dois temas, antigos e ao mesmo tempo atuais.

Palavras chaves: Teoria dos Fractais, Dimensão Fractal, Generalização Cartográfica,

ABSTRACT: This article aims to make a historical review of the Fractal Theory in Cartographic Generalization. Through a simple approach emphasizing the main work and research involving these two themes, both old and current.

Keywords: Fractal Theory, Fractal Dimension, Cartographic Generalization

1. INTRODUÇÃO

O conhecimento científico não surge de uma hora para outra. Começa a ser concebido quando a sociedade tenta solucionar problemas que em sua época é considerado como relevante. Assim, aconteceu com os conceitos envolvendo a Teoria dos Fractais e a Generalização Cartográfica.

O matemático francês Benoit Mandelbrot, que nasceu em Varsóvia, Polônia, no ano de 1924. Por influência do tio, que ensinava matemática, interessou-se pela geometria. Os seus estudos sobre a Teoria dos Fractais tiveram início em 1958, quando começou a atuar na IBM – International Business Machines. Os problemas atormentaram muitos matemáticos e outros cientistas foram detectados por Mandelbrot, que começou a notar padrões não usuais em dados aparentemente fortuitos. As questões que envolviam a geometria clássica e que não tinham sido solucionados ficaram esquecidos até então. Mandelbrot conseguiu explica-los através da teoria dos fractais e chamou a atenção de diversos pesquisadores de todo o mundo. Matemáticos, Físicos, Geógrafos, Engenheiros e profissionais de outras áreas, que passaram a utilizar a nova abordagem para explicar fenômenos naturais e de casos particulares.

Na Generalização Cartográfica, a seleção criteriosa dos símbolos e detalhes, que deve conter e ser representado no mapa remonta os primeiros ancestrais dos mapas. E a história de seu desenvolvimento, atualmente, perpassa pelos princípios de generalização manual e suas etapas, até chegar à generalização em ambiente digital, sendo resultado de muito esforço e da união de pesquisadores multidisciplinares.

Mandelbrot integrou a Teoria dos Fractais com a Generalização Cartográfica levantando a questão: Quanto é o comprimento da linha de costa da Grã-Bretanha? Ao observar o mapa da Grã-Bretanha percebe-se que é formado por segmentos de reta, medindo identifica-se: 8 segmentos representam 322km cujo comprimento total é de 2575km. Mas, se forem usados segmentos mais curtos, como por exemplo, de 40km que se ajustam em ziguezagues ao litoral mais exatamente, poderia obter 102 segmentos o comprimento total é de 3621km. Quanto mais diminui-se o tamanho dos segmentos, mais detalhes são percebidos. Logo, o litoral é um fractal.

Desta forma, a pesquisa teve como finalidade trazer aspectos gerais da Teoria dos Fractais na Generalização Cartográfica, reunidos neste artigo, juntamente com embasamento teórico das principais publicações sobre os temas.

2. TEORIA DOS FRACTAIS

A Geometria Euclidiana baseada em postulados de Pitágoras e de Arquimedes, até o início do século XX, conseguia explicar e definir objetos com as suas dimensões topológicas, isto é, 0 para ponto, 1 para linhas, 2 para planos e 3 para volumes. Segundo Boyer (1974) alguns cientistas contemporâneos, como Poincaré, Koch, Sierpinski, Hausdorff, Julia, entre outros, descobriram que existiam formas geométricas que não poderiam ser descritas pela geometria euclidiana, mas não conseguiram provar matematicamente.

Rabay (2013, p. 1) afirma em seus estudos:

> *"Durante muitos séculos utilizamos conceitos relacionados à geometria euclidiana para representar objetos matemáticos e na modelagem de elementos da natureza, exemplificar e explicar fenômenos naturais. A geometria euclidiana geralmente representa bem objetos criados pelo homem, porém em muitos casos, ou não tem uma boa representação, ou representa de forma muito complexa diversos fenômenos ou objetos naturais. No final do século XIX e início do século XX, alguns matemáticos criaram curvas (objetos) que foram classificados como "monstros" matemáticos ou patologias por desafiar conceitos matemáticos consolidados e que aparentemente não teriam aplicações objetivas. "*

Contudo, o matemático polonês Benoit Mandelbrot mudou completamente a situação em 1960. Através da utilização de algoritmos numéricos simples, aquelas formas geométricas puderam ser visualizadas. Para tentar descrever os padrões irregulares e complexos da natureza Mandelbrot (1983), propôs uma nova geometria, cuja alternativa era enxergar a natureza, integrando várias áreas científicas, tendo sido denominada Geometria Fractal ou Teoria dos Fractais.

A Tabela 1 mostra a ordem cronologia de alguns fatos relacionados com a história da Geometria Fractal, segundo estudos de Rabay (2013):

Tabela 1 – Ordem Cronológicas de Alguns Fatos da História Dos Fractais

ANO	ACONTECIMENTO
1500	Dürer, matemático, desenvolve construções de polígonos regulares, gera os fractais que levam o seu nome.
1883	Cantor publica a primeiro objeto fractal a Curva de Cantor.
1889	Peano publica a sua curva.
1891	Hilbert publica sua curva com a ideia de preenchimento quadrangular, hoje bastante utilizada em compressão de imagens.
1904	Koch publica as Curvas de Koch e a Ilha de Koch como soluções de curvas
1918	Hausdorff publica resultados sobre estudos topológicos e com isso a Dimensão de Hausdorff, utilizada por Mandelbrot anos depois para a definição de fractais.
1918	Julia publica um artigo com 199 páginas sobre o seu conjunto gerado num plano complexo. Julia não chega a ver o resultado belíssimo dos seus conjuntos, dado que ele só conseguia fazer poucas implementações.
1918	Fatou publica trabalho semelhante ao de Julia, porém não teve muita repercussão.
1921	Menger apresenta a Esponja de Menger ao explorar conceitos de dimensão topológica.
1938	Lévy descreve sobre a propriedade de auto-similaridade de algumas curvas.
1967	Mandelbrot publica seu artigo sobre a topologia da costa da Grã-Bretanha, iniciando um novo capítulo sobre a Geometria Fractal.

Em 1967, Mandelbrot publica o artigo intitulado "Qual é o tamanho da costa da Grã-Bretanha? " Que é um marco inicial das publicações sobre a teoria dos fractais com fundamentação matemática. Na Figura 1, primeiramente, foram determinadas duas distâncias com segmentos de 100km e 50km. Foi observado que, pode-se medir o comprimento da costa de diversas maneiras, mas quanto mais detalhes possuir, maior será o valor da medida e melhor será a representação da costa. A dependência do valor da medida em relação ao tamanho da unidade de medida é uma das propriedades que caracterizam um fractal e é descrita pela dimensão fracionária associada à curva. No caso da costa da Grã-Bretanha, Mandelbrot conclui que é bem descrita por um fractal de dimensão aproximadamente igual a 1,25.

A definição de Fractal surgiu do adjetivo latino fractus, que significa irregular ou quebrado. A primeira definição matemática dada por Mandelbrot foi: um conjunto é dito Fractal se a dimensão Hausdorff-Besicovitch deste conjunto for maior do que sua dimensão topológica (BARBOSA, 2005). O fato é que essa definição recebeu críticas e também não satisfez ao próprio Mandelbrot.

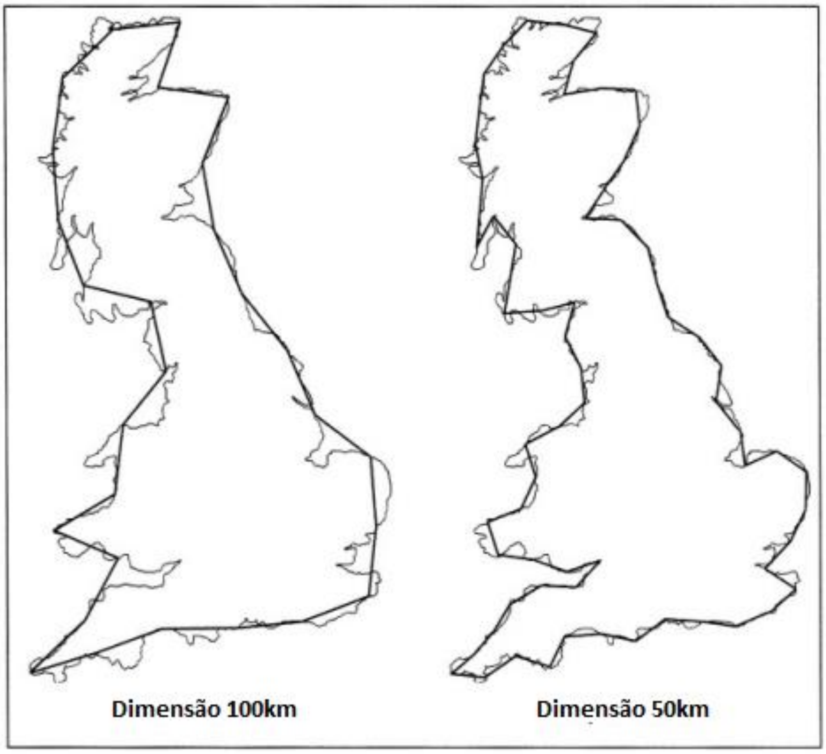

Figura 1 - Costa da Grã-Bretanhã
Fonte: Peitgen e Sauipe (1985)

Segundo Souza (2006) os fractais são formas geométricas com algumas características especiais que os definem e distinguem de outras formas, como auto semelhança em diferentes níveis de escala (não existente em todos os fractais) e sua dimensão fractal, definida de alguma forma, que é maior que sua dimensão topológica, ou seja, representa o grau de ocupação deste no espaço, que tem a ver com seu grau de irregularidade.

Falconer (1990) sugere o entendimento de fractal por caracterizações: Um conjunto F é dito fractal, onde:

- F possui alguma forma de auto similaridade, ainda que aproximada ou estatística, ou seja, é a simetria através das escalas. Consiste em cada pequena porção do fractal poder ser vista como uma réplica de todo o fractal numa escala menor;
- A dimensão fractal, definida de alguma forma, é maior que sua dimensão topológica, ou seja, representa o grau de ocupação deste no espaço, que tem a ver com seu grau de irregularidade;
- O conjunto F pode ser expresso através de um procedimento recursivo ou iterativo, ou seja, F é um conjunto de complexidade infinita.

2.1 – Dimensão Fractal

A dimensão fractal expressa o valor pelo qual o comprimento calculado para uma dada linha, depende do tamanho da unidade de medida (LOPES, 2005).

Uma das ideias surpreendentes no assunto é a afirmação de que a dimensão de um conjunto pode ser um número real, não necessariamente, inteiro. Se um conjunto A no plano tem dimensões 1,4, na verdade, está sendo dito que suas propriedades estão entre os de uma reta e uma área.

A escala e auto semelhança podem descrever tão bem a dimensão de um objeto quanto à contagem dos eixos necessários à sua representação. Desta forma, um segmento dividido em N partes idênticas é auto semelhante a si por uma escala $r = \frac{1}{N}$. Portanto, $N.r^1$ reconstituirá o segmento original (BARROS, SILVA e GOMES, 2007) e (ASSIS et al, 2008).

Assim, o conceito é estendido para uma dimensão qualquer. A Equação 1 é a dimensão de Hausdorff:

$$N.r^D = 1 \Rightarrow N = \left(\frac{1}{r}\right)^D \Rightarrow \log N = D \log\left(\frac{1}{r}\right) \Rightarrow D = \frac{\log N}{\log\left(\frac{L}{r}\right)} \quad (1)$$

Onde: D = Dimensão;
N = Número de partes em cada etapa da divisão;
L = comprimento inicial do segmento que foi dividido em N partes iguais;
r = comprimento de cada segmento obtido através da divisão.

3. GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA: ASPECTOS GERAIS

A representação do mundo real pode ser feita de diversas maneiras, tais como: imagem de satélites, fotografias aéreas ou mapas. Mas, no passado as representações eram feitas à mão, e representados apenas por rascunhos. Os croquis já exigiam uma seleção dos elementos da paisagem seriam importantes ser representado, porém sem escala.

A escala, por sua vez, é um dos elementos principais de um mapa, através dela pode se reduzir elementos do mundo real de acordo com uma proporção específica. Por exemplo, a Figura 2 representa uma variação de escala de uma mesma região. Os mapas começam em uma escala grande até uma escala menor, onde alguns elementos devem ser eliminados para tornar possível a visualização cartográfica.

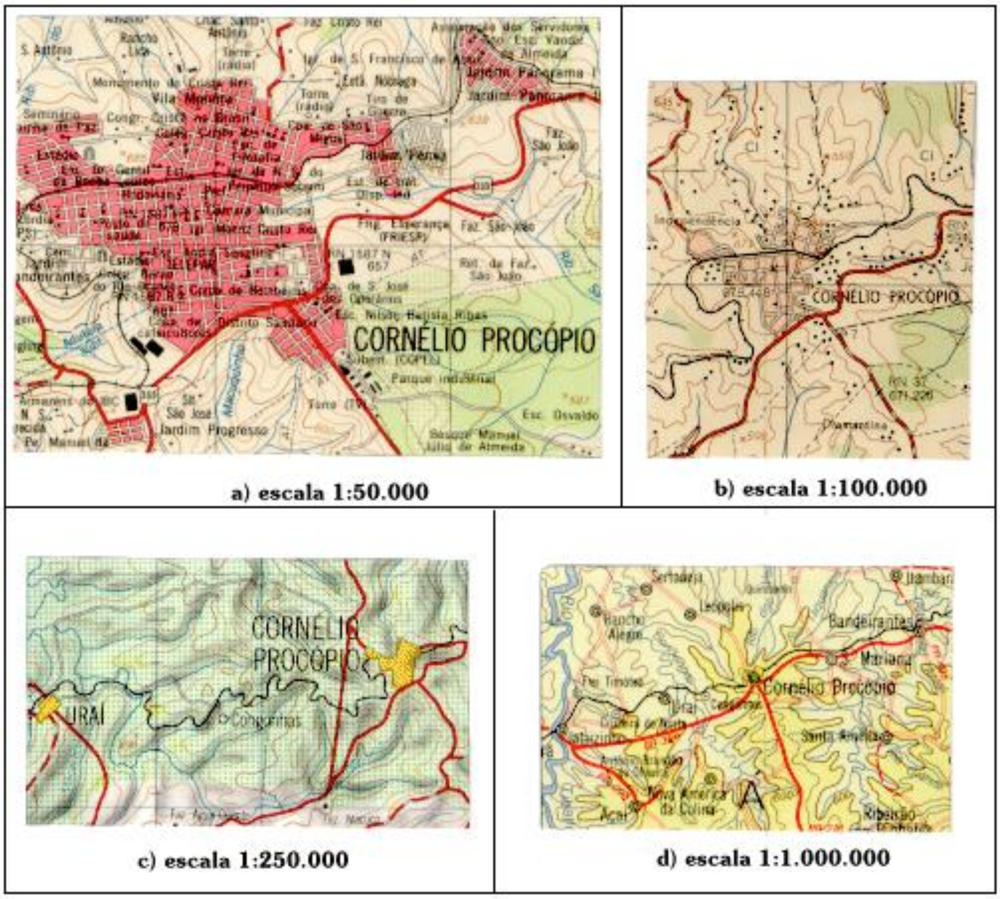

Figura 2 – Mudança de escala de uma região no mapa.
Fonte: http://prasempregeografia.blogspot.com.br/2010/08/escala-grafica-e-escala-numerica.html

Segundo Nakos (2000) os mapas possuem duas características fundamentais. Primeira, os mapas representam o mundo real de acordo com objetos gráficos – os símbolos, de acordo com um código gráfico bem estabelecido, o qual é baseado em aspectos perspectivos e cognitivos. E o segundo é que os mapas representam uma parte simplificada do mundo real de acordo com os procedimentos de generalização do mapa.

O espaço do mapa é limitado, infelizmente, o cartógrafo não pode incluir no mapa todos os elementos naturais do mundo real. Havendo, assim, a necessidade de generalização, que é o processo de decidir quais partes das informações deve ser incluída, como pode ser simplificado, a fim de ser simbolizado e visualizado pelos usuários.

De acordo com a Associação Internacional de Cartografia – ICA em 1973 definiu a generalização como sendo a seleção e a representação simplificada de detalhes com uma devida adequação à escala ou finalidade do mapa. (VASCONCELOS, 2012).

Não existe construção de mapas sem a aplicação da Generalização Cartográfica, pois é o processo de decidir quais as feições irão ser mantidas ou eliminadas. Para tanto, ela vem auxiliar como instrumento eficaz na elaboração e execução de transformações que quando aplicadas seleciona, simplifica e generaliza os elementos no mapa de acordo com a finalidade. Na Figura 3 é representada uma rede viária onde foram experimentadas duas situações de mudança de escala, sem e com generalização. Pode-se observar que, quando aplicadas técnicas de generalização cartográfica, como a seleção, neste caso por hierarquia de vias, a leitura do mapa é facilitada.

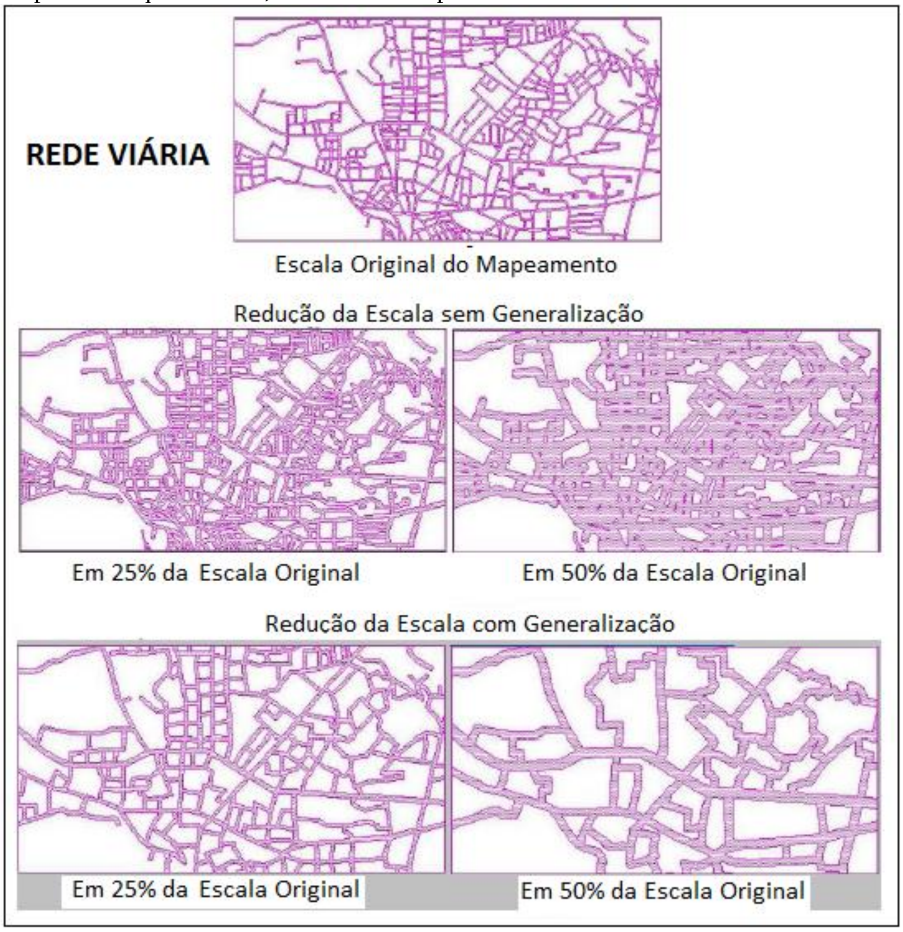

Figura 3 – Representação de uma Rede Viária – sem e com generalização.
Fonte: GULGEN e GOKGOZ (2008).

A generalização manual dos recursos gráficos muitas vezes inclui coletivamente os processos distintos de seleção e simplificação tudo sob o rótulo de licença cartográfica. Em uma simples varredura de uma caneta, um cartógrafo irá selecionar uma característica a ser representada em sua carta e elaborar uma representação generalizada (SHEA, 1988).

A necessidade de pesquisas com o objetivo de automatizar os métodos de generalização de dados cartográficos rendeu uma infinidade de documentos, teorias e algoritmos computacionais, emana de disciplinas como Geografia, Ciência da Computação, Matemática e Engenharia. Um modelo de generalização foi proposto por McMaster e Shea (1992), apresentando um quadro lógico do processo de generalização digital, que inclui: - ponderação dos objetivos filosóficos em resposta a pergunta: por que generalizar? - Uma avaliação cartométrica das situações que indicam quando generalizar. E uma compreensão dos operadores resultantes em resposta como generalizar as transformações espaciais e de atributos?

4. ALGUMAS APLICAÇÕES DOS FRACTAIS A CARTOGRAFIA

Wenjing et al (2005) afirmam que, a geometria fractal tem uma capacidade particular para descrever os fenômenos complexos, de modo que pode ser aplicado a objetos em análise dos mapas. Durante o processo de generalização cartográfica, o atributo, estrutural e forma da feição seriam alterados com a variação da escala, assim, resultará no decréscimo do volume de dados, chamado atenuação fractal.

Um dos cientistas que é grande adepto da teoria dos Fractais aplicada ao Sistema de Informações Geográficas é o professor Michael F. Goodchild. Em seu trabalho intitulado, *The Effects of Generalization in Geographical Data*

Encoding, O efeito da Generalização na Codificação de Dados Geográficos, publicado em 1980, fez a afirmação, aqui traduzida: quanto maior a generalização menor a precisão. Em algum momento, uma maior generalização geralmente implica em um menor volume de dados e de processamento mais rápido. Assim, a compreensão da relação entre a precisão e generalização é essencial para a criação do sistema eficaz. [...]. Onde pode existir um paralelo entre o comprimento da linha geográfica e a escala medida. (GOODCHILD, 1980)

Muller (1986) investigou o efeito de generalização cartográfica na dimensão fractal de linhas geográficas. Foram apresentadas as dimensões fractais de linhas em várias escalas e foram executadas medidas usando uma abordagem empírica. Verificou-se que, a dimensionalidade da linha era alterada através do processo de generalização, uma indicação de que algumas das características fundamentais genéricas que determinam a geomorfologia de uma linha distorcida. Muller (1986) propõe a preservação da dimensão fractal como um padrão de orientação para a futura implementação de algoritmos de generalização de cartografia automatizada.

Um método de generalização cartográfica orientada com análise fractal, que fornece uma caracterização quantitativa das linhas representadas na cartografia e descreve a relação entre os valores de tolerância e suas características quando ocorre mudança de escala, que, em seguida, ajuda a perceber a objetividade, modelagem e automação de processos de generalização cartográfica. O método foi aplicado por WANG; HU; WU (1998) na costa da ilha de Touman, província da China, na escala de 1:50.000. A Figura 4a é baseada na análise fractal e os resultados são apresentados na tabela. A Figura 4b o método empregado foi o automático. Os resultados do estudo indicaram que a análise fractal pode tornar-se um instrumento de generalização cartográfica.

M_1	M_2	Intervalo de autosimilaridade	L_1 (mm)	L_2 (mm)	d_1 (mm)	d_2 (mm)	D	r
50.000	200.000	(0,..................4,44)	21556,15	20647,97	6,14	30,089	1,61	0,985

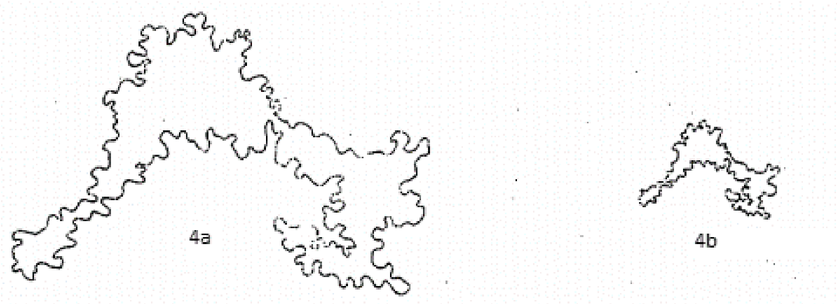

Figura 4 – Teste para generalização de linha de costa
Fonte: (WANG; HU; WU, 1998)

Um trabalho recente foi um desenvolvido por pesquisadores de Portugal, que usaram a Cartografia Fractal para monitorar o crescimento urbano. Encarnação et al. (2012), afirmam que:

> *"O acesso imediato a informações relevantes é fundamental para a compreensão e regulação do uso do solo e sua evolução no tempo. Apesar disso, caracterização e regulamentação das áreas urbanas continua a ser um processo complexo, que exige a intervenção humana especializada, análise e julgamento. A análise fractal espaço-temporal de uma área metropolitana, com base no qual desenvolveram um modelo que gera uma representação cartográfica e classificação de áreas construídas, identificando (e até prever) as áreas que requerem o planejamento e regulação mais próxima. "*

A elaboração de mapas, que representam a análise espaço-temporal da ocupação da cidade de Lisboa. E que foram classificados em cinco tipos dependendo a variação fractal, representado na Figura 5.

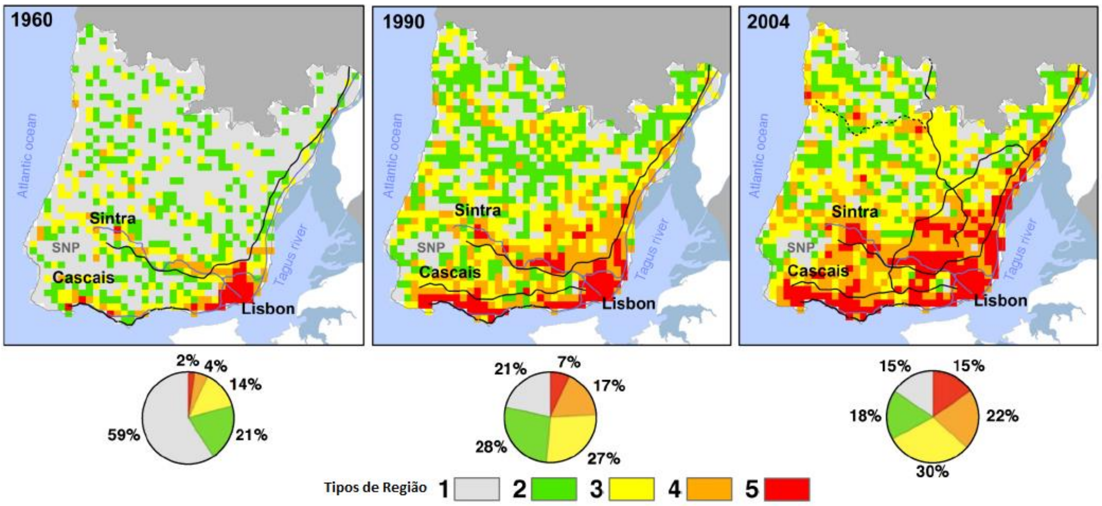

Figura 5 – Tipos espaço-temporal da região Metropolitana de Lisboa.
Fonte: ENCARNAÇÃO et al. (2012)

O atual modelo pode ter um impacto direto no planejamento da Cidade e metodologias de abordagem de sustentabilidade e regulação urbana. Nesta busca, vale ressaltar que o modelo é simples o suficiente para ser aplicado a qualquer área urbana. Abre uma janela de oportunidade para o desenvolvimento de ferramentas automáticas e quantitativos capazes de monitorar e prever o crescimento urbano, o que pode desempenhar um papel fundamental no planejamento urbano a curto e médio prazo. (ENCARNAÇÃO et al. ,2012)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo teve o objetivo fazer um levantamento de aspectos gerais sobre a Generalização Cartográfica e a Teoria dos Fractais. Inúmeros outros trabalhos foram elaborados, mas os principais analisavam linhas de costa e sua complexidade. Quanto mais complexa for à curva, maior a sua dimensão fractal.

Lian e Cui (1999) abordam que a Teoria dos Fractais como recente e ainda está em desenvolvimento, o que acaba sendo uma limitação do ponto de vista matemático. A aplicação desenvolvida por Encarnação et al. (2012), mostra o potencial da teoria na análise e formulação de políticas publica para monitorar e prever o crescimento urbano. Assim, percebe-se que está auxiliando uma ciência completa como a Cartografia, e o quanto é importante o conhecimento da gênese histórica dos conceitos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSIS, T. A. et al. Geometria Fractal: propriedades e características de fractais ideais. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 30, n. 2, pag. 2304.1 – 2304.10, 2008.

BARBOSA, R. M. Descobrindo a Geometria Fractal - para a sala de aula. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BARROS, K. N. N. O.; SILVA, C. J.; GOMES, J. O. M. Abordagem Algébrica, Geométrica e Computacional da Construção dos Fractais. In: IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, SBEM, Minas Gerais, 2007.

BOYER, C. B. História da matemática. São Paulo: Edgar Blücher, 1974.

ENCARNAÇÃO, S.; GOUDIANO; M.; SANTOS, F.C.; TENEDÓRIO, J.A.; PACHECO, J. M. Fractal Cartografy of urban areas. Scientifc Reports 2, 527; DOI:10.1038 / srep00527, (2012).

FALCONER, K. J. Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Apllications, Jhon Willey, New York, 1990.

GOODCHILD, M.F. The effects of generalization in geographical data encoding. In Herbert Freeman and Geoffredo G. Pieroni, editors, Map Data Processing. New York: Academic Press, 191–206., 1980.

GULGEN, F., GOKGOZ, T. Selection of Roads for Cartographic Generalization. In: The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Vol. XXXVII. Part B4. Beijing 2008.

LIAN, S.; CUI, Y., Fractal and Its Application in Description of Spatial Information. Proceedings of the International Symposium on Digital Earth, Science Press, 1999.

LOPES, J. Generalização Cartográfica. Lisboa, 2005. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Lisboa.

MANDELBROT, B. B. Fractals: Form, Chance, and Dimension, W. H. Freeman, San Francisco, 1983.

MCMASTER, R. B.; SHEA, K. S. Generalization in Digital Cartography. 1.ed. Washington: Association of American Geographers, 1992.

MÜLLER, J. C. Fractal dimension and inconsistencies in cartographic line representations. The Cartographic Journal, pág. 123-130, 1986.

NAKOS, B. The Problem of Cartographic Generalization in the Context of Fractal Geometry. In: 1st Interdisciplinary Symposium on NonLinear Problems 21-22 January, NTU, Athens, Greece. 2000.
PEITGEN, H. O; SAUIPE, D. The Science of Fractals Imagens, Springer Verlage, New York. 1985.
RABAY, Y. S. F. Estudo e Aplicações da Geometria Fractal. João Pessoa, 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal da Paraíba.
SHEA, K. S. Cartographic Generalization. In: PAR Government Systems Corporation, 1988.
SOUSA, E. P. M. Identificação de Correlações usando a Teoria dos Fractais. São Carlos, 2006. Tese (Doutorado). Instituto de Ciências Matemáticas e da Computação – ICMC – USP, Universidade de São Paulo,
VASCONCELOS, T. L.; SÁ, L. A. C. M. Generalização Cartográfica de Feições Lineares. Recife, 2012. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação) – Universidade Federal de Pernambuco.
WANG, Q.; HU, Y.; WU, J. Automatic Map Generalization Based on a new Fractal Analysis Method. Departament of Cartography, Wuhan Techinical University of Surveying and Mapping, Wuhan, China, p. 135-139. Disponivel em: <http://icaci.org/files/documents/ICC_proceedings/ICC1995/PDF/Cap026.pdf >acessado dia 10/06/2013
WENJING, L.; HEHAI, W.; ZHIYONG, L. Fractal Attenuations Analysis of Cartographic Object on Cartographic Generalization. In: ICC_proceedings, ICC2005.
http://prasempregeografia.blogspot.com.br/2010/08/escala-grafica-e-escala-numerica.html